

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

УДК 330.4

Алёхина Алина Энодиевна

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ
В ЭКОНОМИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ
НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ**

08.00.13 — Математические и инструментальные методы экономики

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Минск — 2002

Работа выполнена на кафедре математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета

Научный руководитель: кандидат экономических наук, доцент
Змитрович Анатолий Иосифович
Белорусский государственный университет,
кафедра математического моделирования и
анализа данных

Официальные оппоненты: доктор физико–математических наук,
профессор
Емеличев Владимир Алексеевич,
Белорусский государственный университет,
кафедра уравнений математической физики

кандидат экономических наук
Галиновский Олег Иванович,
директор УП «НИПТИ Информатизации»

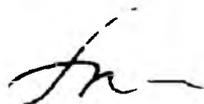
Оппонирующая организация: Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники.

Защита состоится «7» июня 2002 года в «14⁰⁰» часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.07.05 в Белорусском государственном экономическом университете по адресу: 220070, г. Минск, пр. Партизанский, 26, зал заседаний Совета (а. 205). Тел. 249-51-07.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского экономического государственного университета.

Автореферат разослан «__» мая 2002 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций,
кандидат экономических наук



С.А. Самал

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Характерной особенностью экономических процессов является изменчивость, что вызывает необходимость их исследования в условиях неопределенности. Применение математических методов и моделей, основанных на детерминистической концепции, ограничено, поскольку неопределенность экономической ситуации не позволяет получать точные данные. Использование методов математической статистики недостаточно в тех случаях, когда решающее значение имеют полученные от эксперта сведения, обычно качественного характера, отражающие содержательные особенности предмета исследования и формализуемые на естественном языке. Формализация неопределенности, основанная на понятии нечеткого множества, привела к новому подходу, сочетающему в себе преимущества традиционных методов и ориентированному на обработку нечеткого и субъективного.

Задачи принятия решений в условиях неопределенности, базирующиеся на понятии нечеткого множества, охватывают такие направления как нечеткое математическое программирование; нечеткое регрессионное моделирование; принятие управленческих решений на предприятии, включающее в себя финансовый менеджмент, управление персоналом; создание экспертных систем.

Поскольку экономика не может находиться в стационарном состоянии, характеризующемся наличием точки равновесия, то важным является изучение равновесных моделей с позиции теории нечетких множеств.

Одной из приоритетных задач принятия решений на предприятии являются задачи финансового управления, заключающиеся в обосновании вариантов привлечения и размещения денежных средств. В условиях изменчивости экономической ситуации оправдано использование аппарата теории нечетких множеств в исследовании этого класса задач. Методы решения финансовых задач в условиях неопределенности не используют всех типов представления нечетко определенных данных. Более того, не существует единого подхода к вопросу о применении различных типов нечетких величин для описания экономической информации. Недостаточно внимания уделено вопросу экономической интерпретации получаемых результатов. Поэтому важным представляется развитие теоретической базы нечетких числовых величин, позволяющих эффективно использовать их в решении экономических задач в условиях неопределенности. Необходим поиск новых способов описания экономической информации, а также совершенствование формальных процедур обработки нечетких данных.

Все вышесказанное определяет актуальность диссертационной работы, которая посвящена анализу и разработке экономико-математических моделей

и методов принятия решений в условиях нестохастической неопределенности.

Предлагаемая диссертационная работа опирается на ряд исследований, посвященных проблемам принятия решений при нечеткой исходной информации, а именно на труды Каспрчука Я., Негойце К., Аверкина А.Н., Орловского С.А., Борисова А.Н. Теоретические положения диссертационной работы базируются на работах Заде Л., Кофмана А., Фуллера А., Танака К. Прикладные аспекты, приемы и методы нечеткого описания экономических знаний почерпнуты из работ Язенина А.В., Левина В.И., Хил Алухи Х., Хил Лафунте А.М. Методы оценки финансового состояния и эффективности инвестиционных проектов — из работ Четыркина Е.М., Савицкой Г.А., Ковалева В.В., Ли Ч.Ф. и Финнерти Д.И.; положения теории общего экономического равновесия — из работ Никайдо Х., Карлина С., Занга В.-Б., Брагинского С.В. и Певзнера Я.А.

Связь работы с крупными научными программами, темами. Проведенные исследования были использованы при выполнении г/б НИР № А11-01 «Развитие региональной и городской экономики в новом национальном и международном контексте» по Государственной программе фундаментальных исследований «Национальная экономика 03» (2001–2005 г.г.).

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является анализ и разработка моделей и методов принятия решений в задачах экономики в условиях нестохастической неопределенности с использованием математического аппарата теории нечетких множеств. Согласно поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Проведен анализ и дано дальнейшее развитие формального аппарата теории нечетких множеств — нечетких чисел — как инструмента моделирования нечетко определенных данных в экономических задачах.
2. Разработан подход к исследованию моделей макроэкономического анализа: модели рыночного равновесия и модели межотраслевого баланса в предположении нечетко определенных параметров.
3. Разработан подход к оценке финансово-экономического состояния предприятия в условиях неопределенности. Проведена практическая апробация полученных формальных методов на реальных данных.
4. Разработаны методы оценки эффективности инвестиционных проектов для нечетко определенных данных.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются экономические процессы, характеризующиеся наличием неопределенностей нестохастической природы. Предметом исследования являются принципы и методы моделирования нечетко определенных данных.

Методология и методы проведенного исследования. Используемая в диссертационной работе методика исследования моделей и методов в эконо-

мике в условиях неопределенности базируется на теории нечетких множеств, методах финансового анализа, оценки эффективности инвестиционных проектов, методах нечеткого математического программирования.

Научная новизна и значимость полученных результатов.

1. Проведен анализ формального аппарата теории нечетких множеств — нечетких чисел — как инструмента моделирования неопределенных параметров нестохастической природы в экономических задачах. Дано дальнейшее развитие математического аппарата нечетких чисел: получены аналитические выражения характеристик рассматриваемых типов нечетких чисел; введено понятие размаха нечеткого числа; сформулированы свойства операций над репрезентативными числами; расширены формальные процедуры обработки нечетких чисел.
2. Модель рыночного равновесия в предположении нечетко определенных параметров представлена в виде задачи нечеткого математического программирования. Предложены новые непрямые методы решения поставленной задачи: метод, основанный на сравнении вложенных нечетких множеств; метод замены нечетких параметров их репрезентативными числами, метод замены нечетких параметров λ -уровнями.
3. Сформулированы свойства модели межотраслевого баланса в условиях нечетко определенных параметров о размахе нечеткого вектора валового выпуска.
4. Предложен модифицированный метод Fuzzy-Дельфи для обработки нечетких экспертных оценок, который позволяет учесть неравнозначность мнений экспертов и получить репрезентативную оценку, характеризующуюся меньшей степенью неопределенности. Предложены методы оценки финансово-экономического состояния предприятия в условиях нестохастической неопределенности, которые используют различные типы представления нечетких исходных данных и различные подходы к определению арифметических операций.
5. Предложены модификации методов оценки эффективности инвестиционных проектов в условиях нечетко определенных данных: PROMETHEE-метод, методы расчета чистой дисконтированной стоимости, периода окупаемости, индекса прибыльности, что позволяет принимать инвестиционные решения в ситуации неопределенности.

Практическая, экономическая, социальная значимость полученных результатов. Предложенные прикладные методы оценки финансово-экономического состояния предприятия, а также оценки эффективности инвестиционных проектов, характеризующиеся нечеткими качественными параметрами, позволяют расширить традиционные подходы к проблеме принятия управленческих решений. Они могут эффективно использоваться в

деятельности отдельных предприятий, банков, а также при решении макроэкономических задач. Результаты работы могут служить базой для дальнейших исследований в области финансового и инвестиционного менеджмента.

Методы оценки эффективности инвестиционных проектов в условиях неопределенности внедрены и использовались в ЗАО «Инфобанк» филиал «Западный» г. Гродно.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту. На защиту выносятся:

1. Классификация нечетких чисел для моделирования неопределенных данных в задачах экономики. Аналитические выражения характеристик рассматриваемых типов нечетких чисел: репрезентативного числа, размаха, λ -уровней; свойства операций над репрезентативными числами и λ -уровнями; формальные процедуры обработки нечетких чисел.
2. Модель рыночного равновесия в предположении нечетких параметров, представленная в виде задачи нечеткого математического программирования. Непрямые методы решения данной задачи: метод, основанный на сравнении вложенных нечетких множеств; метод замены нечетких параметров их репрезентативными числами, метод замены параметров λ -уровнями.
3. Свойства модели межотраслевого баланса о размахе нечеткого вектора валового выпуска.
4. Модифицированный метод Fuzzy-Дельфи для обработки нечетких экспертных оценок. Методы оценки финансово-экономического состояния предприятия в условиях неопределенности, использующие различные типы нечетких исходных данных и различные вычислительные процедуры. Процедуры уменьшения и устранения неопределенности полученных показателей. Способы экономической интерпретации результатов.
5. Модификации методов оценки эффективности инвестиционных проектов для нечетко определенных данных: PROMETHEE-метод, методы расчета чистой дисконтированной стоимости, периода окупаемости, индекса прибыльности.

Личный вклад соискателя. Основные результаты, приведенные в диссертации, получены автором самостоятельно. Соавторам в совместных работах принадлежат предметные постановки задач, выбор направления исследований, обсуждение результатов.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались и обсуждались в 1998–2001 годах на научных семинарах Белорусской статистической ассоциации и кафедры математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета, 5-ой Международной конференции «Ком-

пьютерный Анализ Данных и Моделирование» (8–12 июня 1998 года, Минск), Международной научной конференции «Systems and Signal in Intelligent Technologies» (20–23 сентября 1998 года, Минск), 6-ой Международной научной конференции «Актуальные проблемы информатики» (26–30 октября 1998 года, Минск), 5-ой Международной конференции «Pattern Recognition and Information Processing» (18–20 мая 1999 года, Минск), Международной межвузовской научной конференции «Региональная экономическая политика» (27–28 мая 1999 года, Гродно), Третьей Международной летней школе-семинаре по искусственному интеллекту для студентов и аспирантов (Браславская школа – 1999) (28 июня–4 июля 1999 года, Браславские озера), Международной практической конференции «Проблемы учета анализа и статистики на рубеже веков» (20–21 апреля 2000 года, Минск), Международной научно-практической конференции «Региональное сотрудничество» (25–26 мая 2000 года, Гродно), 6-й Международной конференции «Computer Data Analysis and Modeling: Robustness and Computer Intensive Methods» (10–14 сентября 2001 года, Минск).

Опубликованность результатов. По теме диссертационной работы опубликовано 12 научных работ, из них 2 статьи в центральных периодических научных изданиях (журналах), 7 статей в сборниках научных трудов и 3 тезисов докладов на научных конференциях. Общее число страниц в публикациях —58.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, перечня условных обозначений, четырех глав, заключения, списка использованных источников и приложений. Общий объем диссертации составляет 184 страницы, включая 3 приложения на 80 страницах, 29 таблиц на 86 страницах, 9 рисунков на 8 страницах. Список использованных источников включает 93 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Во **введении** обсуждается актуальность темы диссертационной работы. Обосновывается важность разработки и развития новых методов принятия решений на основе моделей нечетких данных применительно к задачам оценки финансово-экономического состояния предприятия, инвестиционного анализа, а также к анализу макроэкономических процессов на примере модели рыночного равновесия и модели межотраслевого баланса.

В **первой главе** проводится аналитический обзор моделей и методов экономики с нечетко определенными параметрами. В **разделе 1.1** приводятся различные постановки и способы решения задач нечеткого математического программирования, а также вспомогательные утверждения. В **разделе 1.2** рассматривается приложение теории нечетких множеств к статистическим

моделям на примере модели нечеткой линейной регрессии: описывается способ сведения модели к задаче нечеткого математического программирования. В разделе 1.3 анализируются различные классы задач принятия решений на предприятии. Обосновывается необходимость поиска новых форм описания экономической информации, а также развития формальных процедур обработки нечетко определенных данных.

Во второй главе проводится анализ формального аппарата теории нечетких множеств для моделирования параметров нестохастической природы в задачах экономики. Среди средств нечеткого подхода, которые можно эффективно использовать для решения экономических задач, имеются такие, как нечеткие числа, интервалы доверия, нечеткие отношения. Наиболее развита в настоящее время являются нечеткие числа.

В зависимости от решаемой задачи, полноты информации, предпочтений эксперта неопределенный параметр может моделироваться одним из типов нечетких величин:

- нечетким числом (L - R)-типа;
- нечетким толерантным числом (L - R)-типа (нечетким интервалом).

Функция принадлежности нечеткого числа (L - R)-типа описывается следующим образом:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & a-\alpha \leq x \leq a, \\ 1, & x = a, \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right), & a \leq x \leq a+\beta, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где a – мода нечеткого числа, $\alpha, \beta \geq 0$ – левый и правый коэффициенты нечеткости, соответственно. $L(\cdot)$ и $R(\cdot)$ – невозрастающие функции на множестве неотрицательных действительных чисел, обладающие свойствами: $L(-x)=L(x)$, $R(-x)=R(x)$, $L(0)=R(0)=1$, $L(1)=R(1)=0$.

Практическое использование функций принадлежности не является эффективным. В связи с этим Дюбуа Д. и Праддом П.¹ обоснован переход от функций принадлежности к параметрическому представлению нечетких чисел. Таким образом, нечеткие числа (L - R)-типа описываются тремя параметрами: $A=(a, \alpha, \beta)$. Нечеткие толерантные числа (L - R)-типа описываются четверкой параметров: $A=(a_1, a_2, \alpha, \beta)$, где $[a_1, a_2]$ – мода нечеткого числа, $\alpha, \beta > 0$ левый и правый коэффициенты нечеткости, соответственно.

Примечание. Dubois D., Prade H. Fuzzy Real Algebra: Some Results / Fuzzy Sets and Systems. –1979. – Vol. 2, № 4. – P. 327–348.

Предположения относительно линейности ведут к треугольной форме функции принадлежности для нечетких чисел и к трапецевидной форме функции принадлежности для нечетких интервалов

В разделе 2.1 представлены функции принадлежности, параметрическое представление и области применения для различных типов нечетких данных.

Для моделирования данных, относящихся к долгосрочной перспективе, например, в задачах инвестиционного анализа, не всегда возможно указать модальное значение, соответствующее степени уверенности 1, поэтому описанных типов нечетких чисел недостаточно. В подобных ситуациях предлагается использовать следующие типы нечетких данных:

- расширенное представление нечетких треугольных чисел $A=(m, l, r, h, b)$, где m – среднее значение нечеткого числа, l, r – левая и правая границы доверительного интервала, h – высота, $b \in [0, 1]$ – верхняя граница нечеткого интервала;

- нечеткие «пятерки» $A=(a_1, a_2, \alpha, \beta, h)$, где $[a_1, a_2]$ – мода нечеткого числа, $\alpha, \beta > 0$ – левый и правый коэффициенты нечеткости, соответственно, $h \in [0, 1]$ – высота нечеткого числа, характеризующая степень уверенности.

Для эффективного использования нечетких чисел в практических задачах в работе предлагаются следующие характеристики.

1. Размах нечеткого числа характеризует степень неопределенности. В задачах финансового анализа показатель, имеющий меньшее значение размаха, будет предпочтительнее других при остальных одинаковых характеристиках. Для нечетких чисел (L - R)-типа размах определяется следующим образом: $r(A) = \alpha + \beta$

2. Репрезентативное число является точным представлением нечеткого числа и позволяет устранить неопределенность. Для нечетких чисел (L - R)-типа репрезентативное число вычисляется следующим образом: $R(A) = a + (\beta - \alpha) / 4$. Сформулированы свойства операций над репрезентативными числами (утверждения 2.1, 2.2).

3. λ -уровни (λ -срезы) позволяют представить нечеткое число в виде замкнутого интервала определенного уровня уверенности и, таким образом, уменьшить неопределенность. Нечеткое толерантное число в форме λ -уровней имеет вид $[a_1 + (\lambda - 1)\alpha; a_2 - (\lambda - 1)\beta]$, $\lambda \in [0, 1]$.

В работе предлагаются выражения для вычисления указанных характеристик для рассматриваемых типов нечетких величин.

Для практического использования нечетких чисел применяются расширенные арифметические операции, представленные в разделе 2.2. В основе расширенных арифметических операций лежит принцип расширения. В зависимости от подхода к определению принципа расширения можно полу-

чить различные правила вычислений. В работе приведены расширенные арифметические операции над различными типами нечетких чисел, основанные на принципе расширения, введенном Заде, и на принципе расширения, использующем параметрическую t -норму Ягера. Дополнительно к известным операциям в работе введены расширенные операции вычитания и деления, основанные на принципе расширения с t -нормой Ягера. Показано, что они ведут к меньшему размаху, а следовательно, к меньшей степени неопределенности результата, и поэтому являются предпочтительными в задачах, требующих большого объема вычислений.

Важным в финансово-экономических задачах является сопоставление полученных результатов, выраженных нечеткими числовыми данными, т.е. операции сравнения. В разделе 2.2 описываются известные способы сравнения нечетких чисел и предлагается новый способ, основанный на операции вложенности. Полный порядок на множестве нечетких чисел вводится по правилу: если $\mu_A(x) < \mu_B(x)$, то $A < B$

В главе 3 исследуются модели экономического равновесия в условиях неопределенности. Модель рыночного равновесия рассматривается в разделе 3.1. Пусть имеем m рынков предложения и n рынков спроса. С каждым рынком предложения связано $s_i, i = \overline{1, m}$ количество товара и его цена, определяемая выражением $\pi_i = \pi_i(s)$. Подобным образом, с каждым рынком спроса связано $d_j, j = \overline{1, n}$ количество товара и его цена, выраженная следующим образом $\rho_j = \rho_j(d)$. Пусть Q_{ij} обозначает неотрицательную величину потока товара между парой рынков спроса и предложения и $c_{ij} = c_{ij}(Q)$ – транспортные расходы.

Если существует равновесие на рынке совершенной конкуренции, то, по определению, для любой пары рынков (i, j) :

$$\pi_i(s^*) + c_{ij}(Q^*) \begin{cases} = \rho_j(d^*), Q_{ij}^* > 0, \\ \geq \rho_j(d^*), Q_{ij}^* = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$s_i = \sum_{j=1}^n Q_{ij}, \quad d_j = \sum_{i=1}^m Q_{ij}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где (s^*, Q^*, d^*) – оптимальный вектор предложения, обмена и потребления.

Предположим, что функции цен на рынках спроса, предложения и стоимости перевозки моделируются классом линейных функций с нечетко заданными параметрами. Функция цены на рынке предложения определяется

$$\text{следующим образом: } \pi_i(s) = \sum_{k=1}^m p_{ik} s_k + a_i, \quad i = \overline{1, m},$$

где $p_{ik} = (\underline{m}_{p_{ik}}, \overline{m}_{p_{ik}}, \alpha_{p_{ik}}, \beta_{p_{ik}})$, $a_i = (\underline{m}_{a_i}, \overline{m}_{a_i}, \alpha_{a_i}, \beta_{a_i})$. Тогда получаем: $\pi_i(s) = (\underline{m}_{\pi_i}(s), \overline{m}_{\pi_i}(s), \alpha_{\pi_i}(s), \beta_{\pi_i}(s))$ Подобным образом определяется функция цены на рынке спроса и стоимости перевозки и их параметры:

$$\rho_j(d) = (\underline{m}_{\rho_j}(d), \overline{m}_{\rho_j}(d), \alpha_{\rho_j}(d), \beta_{\rho_j}(d)),$$

$$c_{ij}(Q) = (\underline{m}_{c_{ij}}(Q), \overline{m}_{c_{ij}}(Q), \alpha_{c_{ij}}(Q), \beta_{c_{ij}}(Q)).$$

Функционал $F(s, Q, d) = \pi(s)s + c(Q)Q - \rho(d)d$ выражает разницу между суммарными затратами на производство и транспортировку товаров и стоимостью их реализации. В работе показано, что модель рыночного равновесия при нечетких исходных данных можно свести к задаче нечеткого математического программирования, которая состоит в поиске равновесной тройки (s^*, Q^*, d^*) :

$$F(s, Q, d) = \min \quad (3)$$

$$\pi_i(s) + c_{ij}(Q) \geq \rho_j(d),$$

$$Q_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

В работе развиваются непрямые методы решения задачи нечеткого математического программирования. Один из предлагаемых методов замены нечеткой задачи рыночного равновесия эквивалентной детерминированной дает следующее утверждение.

Утверждение 3.1 Пусть функции цен на рынках спроса, предложения и стоимости транспортировки принадлежат классу линейных функций с нечетко заданными параметрами. Тогда задача (3)-(4) эквивалентна задаче

$$d\{\pi(s)s + c(Q)Q; \rho(d)d\} = \min \quad (5)$$

$$\begin{cases} (\underline{m}_{\pi_i}(s) - \alpha_{\pi_i}(s)) + (\underline{m}_{c_{ij}}(Q) - \alpha_{c_{ij}}(Q)) \leq \underline{m}_{\rho_j}(d) - \alpha_{\rho_j}(d), \\ \underline{m}_{\pi_i}(s) + \underline{m}_{c_{ij}}(Q) \leq \underline{m}_{\rho_j}(d), \\ \overline{m}_{\pi_i}(s) + \overline{m}_{c_{ij}}(Q) \geq \overline{m}_{\rho_j}(d), \\ (\overline{m}_{\pi_i}(s) + \beta_{\pi_i}(s)) + (\overline{m}_{c_{ij}}(Q) + \beta_{c_{ij}}(Q)) \geq \overline{m}_{\rho_j}(d) + \beta_{\rho_j}(d), \end{cases} \quad (6)$$

$$Q_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n},$$

где $d\{\cdot\}$ – произвольная метрика

В подразделе 3.1.3 представлена λ -уровневая задача рыночного равновесия, основанная на замене нечетких параметров функций спроса, предложения и стоимости перевозок их λ -уровнями.

$$F(s, Q, d, \lambda) = \pi(s, \lambda)s + c(Q, \lambda)Q - \rho(d, \lambda)d = \min, \quad (7)$$

$$\pi_i(s, \lambda) + c_{ij}(Q, \lambda) > \rho_j(d, \lambda), \quad (8)$$

$$Q_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad \lambda \in [0, 1].$$

где $\pi_i(s, \lambda)$, $c_{ij}(Q, \lambda)$, $\rho_j(d, \lambda)$ – замкнутые интервалы определенного уровня λ . Введем обозначения $g_{ij}(s, Q, d, \lambda) = \pi_i(s, \lambda) + c_{ij}(Q, \lambda) - \rho_j(d, \lambda)$.

Развивая подход, предложенный Левиным В.И.¹, для интервальной задачи (7)-(8) определим две детерминированные задачи рыночного равновесия: нижнюю граничную и верхнюю граничную. Нижняя граничная задача получается заменой функционала и ограничений их нижними граничными значениями:

$$F_n(s, Q, d, \lambda) = \min \quad (9)$$

$$g_{ijn}(s, Q, d, \lambda) \geq 0, \quad Q_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Аналогично, верхняя граничная задача получается заменой целевой функции верхней граничной функцией, а соответствующая система ограничений образуется заменой интервальных функций ограничений их нижними граничными значениями:

$$F_o(s, Q, d, \lambda) = \min \quad (11)$$

$$g_{ijn}(s, Q, d, \lambda) \geq 0, \quad Q_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (13)$$

Утверждение 3.2. Для того чтобы λ -уровневая задача рыночного равновесия (7)-(8) имела решение (s^*, Q^*, d^*) необходимо и достаточно, чтобы ее нижняя и верхняя граничные задачи были согласованы с λ -согласованным решением (s^*, Q^*, d^*) .

В подразделе 3.1.4 предлагается новый непрямой метод решения задачи (3)-(4), основанный на замене нечетких параметров их репрезентативными числами. Такая замена оправдана в силу утверждений 2.1 и 2.2 о свойствах репрезентативных чисел.

В разделе 3.2 исследуется модель Леонтьева в случае, когда векторы x (валового выпуска) и c (конечный спрос) представляют собой векторы с нечеткими треугольными компонентами:

$$(E - A)x = c, \quad (14)$$

где A – вещественная матрица порядка n , x и c – n -векторы, i -ые компоненты которых описываются следующим образом: $x_i = (x'_1, x'_2, x'_3)$, $c_i = (c'_1, c'_2, c'_3)$.

Введем определение размаха нечеткого n -вектора c :
 $r(c) = \max_i \{c_3^i - c_1^i\}$. В утверждении 3.3 доказано, что если модель (14) продуктивна, то $r(c) < r(x)$. Для динамической модели Леонтьева

$$(E - A)x^i = x^{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots \quad (15)$$

утверждение 3.3 может быть существенно усилено.

Утверждение 3.4 В модели (15) имеет место соотношение

$$\lim_{i \rightarrow \infty} r(x^i) = 0$$

В главе 4 представлены методы принятия решений в финансовом анализе в условиях нечетко определенных данных.

В разделе 4.2 рассматривается модифицированный метод Fuzzy-Дельфи для построения долгосрочных прогнозов. В отличие от известного метода Fuzzy-Дельфи¹, предложенный метод оперирует наиболее репрезентативным типом нечетких величин – нечеткими толерантными числами (L - R)-типа, принимает во внимание неравнозначность мнений экспертов (относительная значимость экспертных оценок устанавливается с помощью метода Саати). Для определения репрезентативной оценки группы экспертов используются расширенные арифметические операции, основанные на принципе расширения, использующем t -норму Ягера, в связи с чем уменьшается неопределенность результата:

$$A_m = \sum_{i=1}^n w_i A_i = \left(\sum_{i=1}^n w_i a_{i1}, \sum_{i=1}^n w_i a_{i2}, \max_{i=1,2} \{w_i \alpha_i\}, \max_{i=1,2} \{w_i \beta_i\} \right),$$

где $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \alpha_i, \beta_i)$ – оценка i -го эксперта, w_i – коэффициент взвешивания, отражающий относительную значимость мнения i -го эксперта (по методу парных сравнений Саати).

В разделе 4.3 представлены методы оценки финансово-экономического состояния предприятия в условиях неопределенности, которые заключаются в применении формальных процедур обработки нечетких данных для известных методов вычисления финансовых показателей. В зависимости от формы описания исходных данных, интерпретации нечеткостей в задаче оценки финансово-экономического состояния предприятия в работе предлагаются методы анализа ликвидности.

Для определения ликвидности бухгалтерского баланса при сопоставлении активов определенного уровня ликвидности с обязательствами соответствующей степени срочности предлагается использовать сравнение на основе операции вложенности, а также сравнение посредством репрезентативных чисел.

Примечание. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями / Пер. с исп. под ред. В.В. Краснопрошина, Н.А. Лепишинского. – Минск: Выш.шк., 1992. – 224 с.

Коэффициент текущей ликвидности (CR) для нечетких данных в форме доверительных интервалов примет вид:

$$CR_{\Pi} = \left[\frac{tca_1}{tcl_2}, \frac{tca_2}{tcl_1} \right],$$

где $TCA = [tca_1, tca_2]$ – оборотные средства предприятия, $TCL = [tcl_1, tcl_2]$ – краткосрочные обязательства. Если исходные данные выражены нечеткими треугольными числами, то коэффициент CR предлагается вычислять следующим образом:

$$CR_v = \left(\frac{tca_1}{tcl_1}, \frac{tca_2}{tcl_2}, \frac{tca_1}{tcl_1} \right).$$

Для нечетких толерантных чисел ($L-R$)-типа на основе принципа расширения Заде было получено следующее выражение:

$$CR_{LR,1} = \left(\frac{tca_1}{tcl_2}, \frac{tca_2}{tcl_1}, \frac{tca_1 \cdot tcl_2 + tcl_2 \cdot tca_1}{tcl_2^2}, \frac{tca_2 \cdot tcl_1 + tcl_1 \cdot tca_2}{tcl_1^2} \right).$$

Использование нечетких чисел ($L-R$)-типа и операций, основанных на t -норме Ягера приводит к следующему виду коэффициента:

$$CR_{LR,2} = \left(\frac{tca}{tcl}, \max \left\{ \frac{tca \cdot tcl_2}{tcl^2}, \frac{tca_2}{tcl} \right\}, \max \left\{ \frac{tca \cdot tcl_1}{tcl^2}, \frac{tca_1}{tcl} \right\} \right).$$

Для анализа ликвидности предлагается использовать следующее соотношение: $CR \subseteq E$, где $E = [e_1, e_2]$ – нормативный показатель ликвидности. Превышение правой границы свидетельствует о неэффективном использовании оборотного фонда. Значение коэффициента CR значительно меньше левой границы характеризует неспособность предприятия ответить перед своими обязательствами. Данное соотношение выдвигает достаточно жесткие требования, поэтому дополнительно можно провести следующее сравнение: $R(CR) \in E$, где $R(CR)$ – репрезентативное число.

Далее в разделе 4.3 предлагается анализ «издержки-объем-прибыль», позволяющий определить точку безубыточности и силу операционного рычага; методика диагностики банкротства; способ составления рейтинговой оценки финансового состояния предприятия на основе нечетких показателей.

Для уменьшения или устранения неопределенности полученных нечетких показателей предлагается использовать репрезентативные числа и λ -уровни.

Предложенные формальные методы были апробированы на реальных данных (**подраздел 4.3.5**). Оценка финансового состояния предприятия отрасли промышленности проводилась на основе прогнозных финансовых документов, статьи которых представлены в виде доверительных интервалов и нечетких чисел ($L-R$)-типа, в соответствии с «Правилами по анализу финан-

сового состояния и платежеспособности субъектов предпринимательской деятельности». Анализ статей финансовых документов, выраженных нечеткими числами, позволяет описать наиболее возможное значение прогнозируемого параметра, а также диапазон его изменения, формально представленный в виде индексов нечеткости. Такое представление статей финансовых документов хорошо согласуется с качественными экспертными оценками и позволяет описать пессимистическое, наиболее возможное и оптимистическое значения исследуемого параметра. Сравнительный анализ финансовых показателей, представленных различными типами нечетких чисел, приведен в таблице на примере показателя текущей ликвидности.

Коэффициент текущей ликвидности

Тип нечеткого числа	Значение показателя	Размах	Репрезентативное число
Доверительный интервал $[a_1, a_2]$	[0.92, 1.38]	0.47	1.15
Число $(L-R)$ -типа (a, α, β)	(1.15, 0.11, 0.07)	0.18	1.14
Число $(L-R)$ -типа (a, α, β) (t-норма Ягера)	(1.15, 0.08, 0.04)	0.12	1.14

Приведенные расчеты показывают, что наилучшим с точки зрения размаха является показатель, выраженный нечетким числом $(L-R)$ -типа и определяемый с помощью введенных арифметических операций, основанных на t -норме Ягера. Неопределенность данного показателя (размах) меньше на 33% неопределенности коэффициента, вычисленного с использованием арифметических операций, основанных на принципе расширения Заде, а также на 74% лучше показателя, представленного доверительным интервалом. Анализ нечеткого показателя, представленного нечетким числом $(L-R)$ -типа, на основе предложенных операций сравнения позволяет сделать вывод о достаточном уровне ликвидности исследуемого предприятия: $CR \subseteq [1, 2]$ или $R(CR) \in [1, 2]$ ($[1, 2]$ – нормативный показатель ликвидности).

Принятие решений в инвестиционном анализе в условиях неопределенности рассматривается в разделе 4.4 на примере модификации PROMETHEE-метода, а также методов оценки эффективности инвестиций: периода окупаемости, чистой дисконтированной стоимости, индекса прибыльности на случай нечетких данных.

Модификация PROMETHEE-метода состоит в том, что значения целевых критериев представляются нечеткими толерантными числами $(L-R)$ -типа.

В связи с этим возникают особенности в реализации этапов проведения ранжирования проектов, которые заключаются в построении нечеткого Outranking-соотношения и сопоставлении входных и выходных показателей.

В работе предлагаются методы оценки эффективности инвестиций, которые позволяют оперировать нечетко определенными параметрами проектов на основе расширенных арифметических операций. В работе получены следующие выражения для расчета:

1) период окупаемости

$$PP_{\square} = \left[\frac{u_1}{aci_2}, \frac{ii_2}{aci_1} \right], \quad PP_{\nabla} = \left(\frac{ii_1}{aci_2}, \frac{ii_2}{aci_2}, \frac{ii_3}{aci_1} \right),$$

где II – начальные инвестиции, ACI – ежегодные поступления в форме доверительных интервалов и нечетких треугольных чисел;

2) дисконтированный период окупаемости

$$DPP_{\square} = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{ii_{1i}}{(1+i_1)^i} \cdot \frac{ii_{2i}}{(1+i_2)^i} \right]}{[aci_1, aci_2]}.$$

где $II_i = [ii_{1i}, ii_{2i}]$ – инвестиции в период i , $i = [i_1, i_2]$ – процентная ставка, n – продолжительность инвестиций. Для данных в форме нечетких треугольных чисел DPP примет вид:

$$DPP_{\nabla} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{ii_{1i}}{(1+i_1)^i} \cdot \frac{ii_{2i}}{(1+i_2)^i} \cdot \frac{ii_{3i}}{(1+i_3)^i} \right)}{(aci_1, aci_2, aci_3)}.$$

3) чистая дисконтированная стоимость в работе определяется для нечетких треугольных чисел в форме λ -уровней и представляет собой замкнутый интервал:

$$NPV_{\lambda} = \left[\sum_{j=1}^{n_1} \frac{\alpha_j \lambda + e_{1j}}{(1 - \beta_1 \lambda + i_1)^{j+n_1}} - \sum_{i=1}^{n_2} \frac{k_{3i} - \beta_{3i} \lambda}{(1 + \alpha_i \lambda + i_3)^i}, \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{n_1} \frac{e_{3j} - \beta_{3j} \lambda}{(1 + i_1 + \alpha_i \lambda)^{j+n_1}} - \sum_{i=1}^{n_2} \frac{\alpha_{4i} \lambda + k_{4i}}{(1 - \beta_i \lambda + i_3)^i} \right].$$

где $I = (i_1, i_2, i_3)$ – процентная ставка и $\alpha_i = i_2 - i_1$, $\beta_i = i_3 - i_2$; аналогичным образом определяются K_i – ожидаемые инвестиции в момент времени t и E_j – ожидаемый доход в период j ; n_1 – продолжительность инвестиций, n_2 – продолжительность периода отдачи, $\lambda \in [0, 1]$ – уровень уверенности;

3) индекс прибыльности вычисляется для данных, представленных «пятерками»

$$PI = \frac{\sum_{i=1}^n CF_i}{II},$$

где $CF_i = (cf_{1i}, cf_{2i}, \alpha_i, \beta_i, h_i)$ – дисконтированные денежные поступления i -го периода.

Для предложенных модификаций методов оценки эффективности инвестиций в условиях неопределенности предлагаются способы экономического анализа, использующие процедуры сравнения нечетких оценок, которые позволяют принять решение по инвестиционным проектам.

Приложения 1-3 содержат численные результаты экспериментального анализа финансового состояния предприятия в предположении нечетко определенных исходных данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований получены следующие основные результаты.

1. В работе проведен анализ формального аппарата теории нечетких множеств — нечетких чисел — как инструмента моделирования неопределенных данных нестохастической природы в экономических задачах, на основании которого предложены рекомендации по использованию нечетких чисел в данной области. Дано дальнейшее развитие математического аппарата нечетких чисел, а именно: получены аналитические выражения характеристик рассматриваемых типов нечетких чисел; сформулированы свойства операций над репрезентативными числами; введено понятие размаха нечеткого числа; расширены формальные процедуры обработки нечетких чисел что, в совокупности, развивает инструментальные средства анализа и обработки экономических данных в условиях неопределенности [2,7].

2. Модель рыночного равновесия обобщена на случай нечетко определенных параметров и представлена как задача нечеткого нелинейного математического программирования. Предложены новые методы решения поставленной задачи, развивающие непрямые методы нечеткого математического программирования: метод, основанный на сравнении вложенных нечетких множеств; метод замены нечетких параметров их репрезентативными числами, метод замены нечетких параметров λ -уровнями [8].

3. Предложено обобщение модели межотраслевого баланса на случай нечетко определенных векторов валового выпуска и конечного спроса. Доказаны свойства о размахе нечеткого вектора валового выпуска [1].

4. Предложен модифицированный метод Fuzzy-Дельфи для обработки нечетко определенных экспертных данных, представленных в виде нечетких чисел (L - R)–типа. В отличие от известного метода предложенная модификация учитывает неравнозначность экспертных оценок при помощи весовых коэффициентов, отражающих относительную значимость мнений экспертов, устанавливаемых по методу парных сравнений Саати, и использует расширенные арифметические операции на основе t -нормы Ягера, что позволяет уменьшить неопределенность репрезентативной оценки группы экспертов [2,12].

5. Методы оценки финансово-экономического состояния предприятия обобщены на случай использования различных типов нечетких данных на основе применения введенных формальных процедур обработки нечетких чисел; сформулированы способы уменьшения и устранения неопределенности полученных показателей; предложена экономическая интерпретация результатов моделирования. Это в совокупности позволяет принимать решения в финансовом анализе в условиях неопределенности. Предложенные методы оценки финансово-экономического состояния предприятия в условиях неопределенности апробированы на реальных данных. [2,3,5,6,7,9].

6. Предложены модификации методов оценки эффективности инвестиционных проектов на случай нечетких данных: PROMETHEE-метод; методы расчета чистой дисконтированной стоимости, периода окупаемости, индекса прибыльности, которые позволяют принимать инвестиционные решения на основе нечетко определенных параметров проектов [2,3,10,12].

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. Иванов Н.Н., Алехина А.Э. Свойства динамической модели Леонтьева для нечетких данных // Вестн Акадэми Навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1998. – № 2. – С. 32–33.
2. Алехина А.Э. Принятие решений в финансовом анализе в условиях нестохастической неопределенности // Новости искусственного интеллекта. – 2000. – № 3. – С. 217–234.
3. Змитрович А.И., Алехина А.Э., Журов Д.В. Применение методов представления и обработки нечеткостей в инвестиционном анализе // Компьютерный анализ данных и моделирование: Сборник научных статей 5 Международной конференции / Белорусский государственный университет. – Минск, 1998. – Часть 3. – С. 159–163.
4. Алехина А.Э. Нечеткая линейная регрессионная модель // Актуальные проблемы информатики: Сборник трудов 6 Международной научной конференции / Белорусский государственный университет. – Минск, 1998. – Часть 2. – С. 361–365.

5. Zmitrovich A.I., Alekhina A.E., Zhurov D.V. Decision Making Support System «Financial Analysis» // Systems and Signal in Intelligent Technologies: Proceedings of the International Conference / Belorussian State University. – Minsk, 1998. – P. 429–432.

6. Змитрович А.И., Алехина А.Э., Fioleau B., Couturier A. Компьютерный анализ финансового состояния предприятия в условиях неопределенности // Pattern Recognition and Information Processing: Proceedings of the Fifth International conference. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. Technical University of Szczecin. – Minsk–Szczecin, 1999. – Vol. 2. – P. 296–299.

7. Алехина А.Э. Принятие решений в финансовом анализе в условиях неопределенности // Третья Международная летняя школа-семинар по искусственному интеллекту для студентов и аспирантов (Браславская школа — 1999): Сборник трудов / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. – Минск, 1999. – С. 235–237.

8. Алехина А.Э. Модель рыночного обмена в условиях неопределенности // Региональное сотрудничество: Материалы Международной научно-практической конференции: В 2 ч. / Институт экономики НАН РБ. Гродненский государственный университет. – Гродно, 2000. – Ч.1 – С. 115–119.

9. Alekhina A. Financial Analysis Under Fuzziness // Computer Data Analysis and Modeling: Robustness and Computer Intensive Methods: Proceedings of the Sixth International Conference / Belorussian State University. – Minsk, 2001. – P. 40–45.

10. Алехина А.Э. Анализ использования методов нечеткого представления данных в экономике // Математика и ЭВМ 98: Тезисы докладов научно-практической конференции, Брест, 16–17 апреля 1998 г./ Брестский государственный университет. – Брест, 1998. – С. 12–13.

11. Алехина А.Э. Формализация задачи выбора инвестирования при нечетких исходных данных // Региональная экономическая политика: Тезисы докладов международной межвузовской научной конференции, Гродно, 27–28 мая 1999 г. / Гродненский государственный университет. Высшая экономическая школа в Белостоке. – Гродно, 1999. – С. 5–6.

12. Алехина А.Э. Модификация метода Fuzzy-Дельфи для прогнозирования финансовых показателей // Проблемы учета, анализа и статистики на рубеже веков: Тезисы докладов Международной практической конференции, Минск, 20–21 апреля 2000 г. / Белорусский государственный экономический университет. – Минск, 2000. – С. 125–126.



РЕЗЮМЕ

Алехина Алина Энодиевна

Модели и методы принятия решений в экономике с использованием теории нечетких множеств

Ключевые слова: нестохастическая неопределенность, принятие решений в условиях неопределенности, нечеткое множество, нечеткие числа, нечеткое математическое программирование.

Диссертационная работа посвящена анализу и разработке моделей и методов принятия решений в экономике с использованием теории нечетких множеств.

Объектом исследования являются экономические процессы, характеризующиеся наличием неопределенностей нестохастической природы. Предметом исследования являются принципы и методы моделирования нечетко определенных данных.

В процессе исследования применялись методика финансового анализа, методы оценки эффективности инвестиционных проектов, методы нечеткого математического программирования. В работе дано дальнейшее развитие формального аппарата нечетких чисел. Разработаны непрямые методы решения модели рыночного равновесия в условиях неопределенности. Сформулированы свойства модели межотраслевого баланса для нечетких данных о размахе нечеткого вектора валового выпуска. Обобщены методы оценки финансово-экономического состояния предприятия на случай использования различных типов нечетких данных. Предложена модификация методов оценки эффективности инвестиций для нечетко определенных параметров проекта.

Предложенные методы анализа экономических процессов могут эффективно использоваться в деятельности отдельных предприятий, банков, а также при решении макроэкономических задач.

РЭЗЬЮМЭ

Алехіна Алша Энодзіеўна

Мадэлі і метады прыняцця рашэнняў у эканоміцы з выкарыстаннем тэорыі невыразных мностваў

Ключавыя словы: нестахастычная нявызначанасць, прыняцце рашэнняў ва ўмовах нявызначанасці, невыразнае мноства, невыразныя лічбы, невыразнае матэматычнае праграмаванне.

Дысертацыйная работа прысвечана аналізу і распрацоўцы мадэлей і метадаў прыняцця рашэнняў у эканоміцы з выкарыстаннем тэорыі невыразных мностваў.

Аб'ектам даследавання з'яўляюцца эканамічныя працэсы, якія характарызуюцца наяўнасцю нявызначанасці нестахастычнай прыроды. Прадметам даследавання з'яўляюцца прынцыпы і метады мадэлявання недакладна вызначаных дадзеных.

У працэсе даследавання выкарыстоўваліся метадыка фінансавага аналізу, метады ацэнкі эфектыўнасці інвестыцыйных праектаў, метады матэматычнага праграмавання. У рабоце дадзена далейшае развіццё фармальнага апарата невыразных лікаў. Распрацаваны непрамыя метады рашэння мадэляў рыначнай раўнавагі ва ўмовах нявызначанасці. Сфармуляваны ўласцівасці мадэляў міжгаліновага балансу для недакладных дадзеных. Распрацаваны метады ацэнкі фінансава-эканамічнага стану прадпрыемства ва ўмовах нявызначанасці. Прапанаваны мадэрнізаваныя метады ацэнкі эфектыўнасці інвестыцый для недакладна вызначаных параметраў праекта.

Прапанаваны метады аналізу эканамічных працэсаў моццю эфектыўна выкарыстоўвацца у дзейнасці асобных прадпрыемстваў, банкаў, а таксама пры рашэнні макраэканамічных задач.

SUMMARY

Alekhina Alina Enodievna

Models and methods of decision making in economy
with use of the theory of fuzzy sets.

Key words: non-stochastic uncertainty, decision making under uncertainty, fuzzy sets, fuzzy numbers, fuzzy mathematical programming.

This thesis is devoted to the analysis and development of models and methods of decision making in economy with use of the theory of fuzzy sets.

The objects of the research are economic processes characterized by the uncertainty of non-stochastic nature. The subjects of the research are the principles and methods of modeling fuzzy data.

The technique of financial analysis, methods of efficiency estimation of investment projects, methods of fuzzy mathematical programming were applied in the research. Further development of the formal device of fuzzy numbers is given in the work. Indirect methods of solution of the model of market equilibrium under uncertainty are proposed. The properties of the model of inter-branches balance for the fuzzy data about the range of fuzzy vector of gross output were formulated. Methods of estimation of financial economic situation of enterprises under fuzziness were devised. Modifications of methods of investment efficiency estimation for the fuzzy parameters of a project are suggested.

Suggested methods of the analysis of economic processes can be effectively used in activity of enterprises, banks, and in the solution of macroeconomic problems.

Подписано в печать 03.05.2002. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Офсетная печать. Усл. печ. л. 1,4. Тираж 100 экз. Заказ **125**

Белорусский государственный экономический университет.
Лицензия ЛВ № 170 от 21.01.98.
220070, Минск, просп. Партизанский, 26.

Белорусский государственный экономический университет.
Лицензия ЛП № 336 от 16.03.99.
220070, Минск, просп. Партизанский, 26.