

Учреждение образования “Белорусский государственный экономический университет”

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор учреждения
образования “Белорусский
государственный экономический
университет”

 Е.Ф. Киреева

“26” 06 2023 г.

Регистрационный № УД 5333-23 уч.

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)»,
для специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика»

Учебная программа составлена на основе учебного плана по специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», регистрационный № 22044-194 от 24.06.22, по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика», регистрационный № 23044-208 от 10.02.23.

СОСТАВИТЕЛИ:

Крюк Е.В., доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук, доцент;

Бородина Т.А., ассистент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кашникова Инна Васильевна, заведующий кафедрой микропроцессорных систем и сетей учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Денисенко Николай Васильевич, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 10 от 28.04.23);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 7 от 21.06.23).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современные техника, наука, экономика, финансы существенно используют экстремальные свойства процессов и систем. Поэтому достижения в теории оптимизации – в математическом программировании, теории управления - находят многие важные области применения. Специалист по экономике должен уметь составлять математические модели практических экстремальных задач, проводить их теоретический анализ, разрабатывать самостоятельно или использовать известные методы решения, реализовывать эти методы на ЭВМ и делать выводы по изучаемой задаче.

Цель учебной дисциплины курса «Методы оптимизации» — изучение математического аппарата и методов, применяемых при решении экстремальных задач, возникающих в практической деятельности, особенно в экономике, при решении задач оптимального управления, распределения ресурсов, организации производства, сетевого планирования и т. п.

Задачи учебной дисциплины: выработать навыки по применению методов оптимизации и алгоритмов решения прикладных задач на высоком профессиональном уровне; подготовить студентов к внедрению этих методов и алгоритмов в современной хозяйственной практике.

Учебная дисциплина «Методы оптимизации» опирается на учебные дисциплины: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальное и интегральное исчисление», «Основы и методологии программирования», «Машинно-ориентированное программирование». Он служит базой для курсов «Исследование операций» и «Математическая экономика».

Структура учебной программы и методика преподавания учитывают новые результаты экономических исследований и последние достижения в области педагогики и информационных технологий, ориентируя обучающихся на приобретение компетенции:

— строить и анализировать математические модели для задач принятия оптимальных решений в прикладных областях экономики, обосновывать методы их теоретического исследования, включающие аппарат математического программирования, теории игр, вариационного исчисления, оптимального управления и упорядочения

В результате изучения учебной дисциплины студенты должны:

ЗНАТЬ:

- основы методов линейного и нелинейного программирования, методов вариационного исчисления и оптимального управления;
- математический аппарат и методы, используемые при решении экстремальных задач;
- численные методы решения экстремальных задач.

УМЕТЬ:

- использовать методы линейного и нелинейного программирования, методы вариационного и оптимального управления моделирования при решении экстремальных задач;

- использовать численные методы решения экстремальных задач.

ИМЕТЬ НАВЫКИ:

- решения оптимизационных задач методами математического программирования;
- разработки оптимальных решений с использованием экономико-математических методов и ПК;
- научных исследований экономических и производственных процессов с применением математических методов оптимальных решений и ПК.

Учебная дисциплина «Методы оптимизации» в объеме 216 часов, из них 102 аудиторных часов (50 часов – лекции, 42 часа – практические занятия, 10 часов – лабораторных занятий) изучается студентами в 5 семестре.

Основной программный материал излагается на лекциях и закрепляется на практических и лабораторных занятиях. Часть материала предлагается для самостоятельного изучения. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических и лабораторных занятиях, проведения самостоятельных и выполнения индивидуальных заданий. В течение семестра предусматривается проведение двух двухчасовых контрольных работ. Форма контроля – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение. Предмет курса «Методы оптимизации». Методы оптимизации как средство для принятия эффективных решений в планировании и управлении производством. Модели задач: планирования производства, транспортных перевозок, о смесях (рационах, диете), размещении объектов производства, о запасах.

Раздел 1. Методы оптимизации линейных задач.

Тема 2. Различные формы записи задач линейного программирования (ЗЛП). Общая, симметричная, каноническая и произвольная формы записи ЗЛП. Переход от одной формы к другой.

Тема 3. Графический метод решения для случая двух переменных. Геометрическая интерпретация элементов ЗЛП. Порядок решения ЗЛП графическим методом. Теорема об экстремуме целевой функции.

Тема 4. Симплексный метод решения ЗЛП. Опорные планы. Основная теорема линейного программирования. Теорема о выборе разрешающего элемента. Признак оптимальности плана. Алгоритм симплексного метода. Вырожденность алгоритма. Монотонность и конечность алгоритма. Метод искусственного базиса. Признаки неразрешимости линейных задач, неограниченности целевой функции, множества оптимальных планов.

Тема 5. Двойственные задачи линейного программирования. Понятие о теории двойственности. Примеры двойственных задач. Правила построения двойственных задач симметричного и общего видов. Основное неравенство Конторовича. Достаточный признак оптимальности. Теорема существования оптимальных планов. Первая основная теорема двойственности. Вторая теорема двойственности (о дополняющей нежесткости). Третья теорема двойственности (об оценках). Экономический смысл двойственной оценки. Двойственный симплекс-метод. Интервал устойчивости двойственных оценок. Использование двойственных оценок для анализа оптимального решения задач.

Тема 6. Методы решения транспортной задачи (ТЗ).

Постановка ТЗ по критерию стоимости и критерию времени. Экономико-математическая модель ТЗ. Теорема о разрешимости ТЗ. Понятие открытой и закрытой модели ТЗ. Правила построения исходного опорного плана ТЗ. Теорема о ранге матрицы. Циклы и их свойства. Признак оптимальности опорного плана ТЗ. Оценки свободных клеток и их экономический смысл. Алгоритм метода потенциалов. Усложненные постановки ТЗ. Задача транспортного типа с максимизируемой целевой функцией и особенности ее решения методом потенциалов.

Постановка ТЗ в сетевой форме и метод потенциалов для их решения.

Тема 7. Методы оптимизации целочисленных линейных задач (ЦЛЗ). Постановка ЦЛЗ. Краткая характеристика методов решения ЦЛЗ. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.

Раздел 2. Методы оптимизации нелинейных задач (НЛЗ).

Тема 8. Постановка НЛЗ. Экономико-математическая модель. Особенности решения НЗ. Понятие выпуклой и вогнутой функций, их свойства. Понятие о локальном, глобальном, абсолютном, относительном экстремумах. Теорема Куна-Таккера для общей задачи. Необходимые и достаточные условия экстремума. Понятие безусловного и условного экстремумов. Графический метод решения. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Понятие о градиентных методах. Метод наискорейшего спуска. Метод Франка-Вулфа.

Раздел 3. Методы решения задач динамического программирования

Тема 9. Понятие о задачах динамического программирования. Математическая формулировка принципа оптимальности Беллмана. Вычислительная схема метода динамического программирования. Реализация принципа оптимальности для решения задач: определения оптимального плана замены оборудования, об оптимальном распределении капитальных вложений, об оптимальном маршруте доставки груза, о разработке оптимальной производственной программы.

Раздел 4. Методы оптимизации дробно-линейных задач (ДЛЗ).

Тема 10. Постановка ДЛЗ. Математическая модель ДЛЗ. Графический метод решения (ДЛЗ). Симплексный метод решения дробно-линейных задач. Алгоритм метода.

Раздел 5. Методы оптимизации параметрических линейных задач (ПЛЗ).

Тема 11. Постановка ПЛЗ. Математическая модель ПЛЗ. Графический метод решения ПЛЗ. Алгоритм решения ПЛЗ симплексным методом.

Раздел 6. Методы оптимизации многокритериальных задач (МЗ).

Тема 12. Постановка задачи. Математическая модель МЗ. Область компромиссов. Оптимальность по Парето. Основные проблемы, возникающие при решении МЗ. Методы решения МЗ, основанные на свертывании критериев. Методы решения МЗ, использующие ограничения на критерии. Методы решения МЗ, целевого программирования. Методы решения МЗ, основанные на отыскании компромиссного решения.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ДЛЯ ДНЕВНОЙ ФОРМЫ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
						Лекции	ПЗ	ЛЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Тема 1. Введение. Предмет курса «Методы оптимизации». Методы оптимизации как средство для принятия эффективных решений в планировании и управлении производством. Модели задач: планирования производства, транспортных перевозок, о смесях (рационах, диете), размещении объектов производства, о запасах.	2								Опрос
2	Раздел 1. Методы оптимизации линейных задач. Тема 2. Различные формы записи задач линейного программирования. Общая, симметричная, каноническая и произвольная формы записи ЗЛП. Переход от одной формы к другой.	2								Опрос
3	Тема 3. Графический метод решения для случая двух переменных. Теорема об экстремуме целевой функции.	2	2							Упражнения на закрепление с последующим разбором.
4	Тема 4. Симплексный метод решения ЗЛП. Опорные планы. Основная теорема линейного программирования. Теорема о выборе разрешающего элемента. Признак оптимальности плана. Алгоритм симплексного метода. Вырож-	2	4							Письменная самостоятельная работа.

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
						Лекции	ПЗ	ЛЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	денность алгоритма. Монотонность и конечность алгоритма. Метод искусственного базиса. Признаки неразрешимости линейных задач, неограниченности целевой функции, множества оптимальных планов.									
5	Тема 5. Двойственный симплексный метод. Понятие о теории двойственности. Примеры двойственных задач. Правила построения двойственных задач симметричного и общего видов. Основное неравенство Конторовича. Достаточный признак оптимальности. Теорема существования оптимальных планов. Первая основная теорема двойственности. Вторая теорема двойственности (о дополняющей нежесткости). Третья теорема двойственности (об оценках). Экономический смысл двойственной оценки. Двойственный симплекс-метод. Интервал устойчивости двойственных оценок. Использование двойственных оценок для анализа оптимального решения задач.	6	2		2					Упражнения на закрепление с последующим разбором. Контрольная работа, Отчет по лабораторной работой
6	Тема 6. Методы решения транспортной задачи (ТЗ). Постановка ТЗ по критерию стоимости и критерию времени. Экономико-математическая модель ТЗ. Теорема о разрешимости ТЗ. Понятие открытой и закрытой модели ТЗ. Правила построения исходного опорного плана ТЗ. Теорема о ранге матрицы. Циклы и их свойства. Признак оптимальности опорного плана ТЗ. Оценки свободных клеток и	5	6		4					Упражнения на закрепление с последующим разбором. Отчет по лабораторной. Упражнения на закрепление с

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
						Лекции	ПЗ	ЛЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	их экономический смысл. Алгоритм метода потенциалов. Усложненные постановки ТЗ. Задача транспортного типа с максимизируемой целевой функцией и особенности ее решения методом потенциалов. Постановка ТЗ в сетевой форме и метод потенциалов для их решения.									последующим разбором.
7	Тема 7. Методы оптимизации целочисленных линейных задач (ЦЛЗ). Постановка ЦЛЗ. Краткая характеристика методов решения ЦЛЗ. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.	4	4		2					Опрос. Упражнения с комментированным выполнением Отчет по лабораторной работе
8	Раздел 2. Методы оптимизации нелинейных задач (НЛЗ). Тема 8. Постановка НЛЗ. Экономико-математическая модель. Особенности решения НЗ. Понятие выпуклой и вогнутой функций, их свойства. Понятие о локальном, глобальном, абсолютном, относительном экстремумах. Теорема Куна-Таккера для общей задачи. Необходимые и достаточные условия экстремума. Понятие безусловного и условного экстремумов. Графический метод решения. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Понятие о градиентных методах. Метод наискорейшего спуска. Ме-	8	6							Опрос, Упражнения с комментированным выполнением Отчет по лабораторной работе

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
						Лекции	ПЗ	ЛЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	тод Франка-Вулфа.									
9	Раздел 3. Методы решения задач динамического программирования Тема 9. Понятие о задачах динамического программирования. Математическая формулировка принципа оптимальности Беллмана. Вычислительная схема метода динамического программирования. Реализация принципа оптимальности для решения задач: определения оптимального плана замены оборудования, об оптимальном распределении капитальных вложений, об оптимальном маршруте доставки груза, о разработке оптимальной производственной программы.	6	6							Индивидуальный контроль с использованием раздаточного материала.
10	Раздел 4. Методы оптимизации дробно-линейных задач (ДЛЗ). Тема 10. Постановка ДЛЗ. Математическая модель ДЛЗ. Графический метод решения (ДЛЗ). Симплексный метод решения дробно-линейных задач. Алгоритм метода.	4	4							Фронтальный опрос. Упражнения с комментированным выполнением
11	Раздел 5. Методы оптимизации параметрических линейных задач (ПЛЗ). Тема 11. Постановка ПЛЗ. Математическая модель ПЛЗ. Графический метод решения ПЛЗ. Алгоритм решения ПЛЗ симплексным методом.	4	4							Упражнения на закрепление с последующим разбором.
12	Раздел 6. Методы оптимизации многокритериальных									

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Иное	Форма контроля знаний	
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР					
						Лекции	ПЗ	ЛЗ			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
	задач (МЗ). Тема 12. Постановка задачи. Математическая модель МЗ. Область компромиссов. Оптимальность по Парето. Основные проблемы, возникающие при решении. Методы, основанные на свертывании критериев. Методы, использующие ограничения на критерии. Методы целевого программирования. Методы, основанные на отыскании компромиссного решения.	4	4		2						Контрольная работа
	Всего часов	50	42		10						Зачет, экзамен

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Методы оптимизации»

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

– первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;

– ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;


– изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;

– подготовка к лабораторным занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;

– подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, контрольные работы, устные опросы и т.п.);

– подготовка к зачету и экзамену.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Экономическая статистика	Кафедра статистики	Предложений нет  Агабекова Н.В.	протокол № _____ от _____

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Бондаренко, Н. Н. Теория вероятностей. Математическая статистика : практикум : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям "Менеджмент (по направлениям)", "Бизнес-администрирование (по направлениям)", "Маркетинг" / Н. Н. Бондаренко, Л. Г. Третьякова, М. Л. Зеленкевич ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т, Ин-т бизнеса БГУ. - Минск : Институт бизнеса БГУ, 2021. - 230, [1] с.
2. Гурко, А. И. Экономико-математические методы и модели : пособие для студентов и магистрантов, обучающихся по специальности направления образования "Экономика и организация производства" / А. И. Гурко ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. нац. техн. ун-т, Каф. "Инженерная экономика". - Минск : БНТУ, 2020. - 235, [1] с. : ил.
3. Кузнецов, А. В. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод ; под общ. ред. А.В. Кузнецова. - Изд. 3-е, стер. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2010. - 351 с.
4. Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей : учебник для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / Ю. В. Малинковский. - Минск : РИВШ, 2019. - 268 с.
5. Эконометрика и экономико-математические методы и модели : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям / [Г. О. Читая и др.] ; под ред. Г. О. Читая, С.Ф. Миксюк. - Минск : БГЭУ, 2018. - 511 с.

Дополнительная

1. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2021. — 270 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI: <https://doi.org/10.12737/11456>. - ISBN 978-5-369-01037-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1497867> (дата обращения: 23.05.2022). – Режим доступа: по подписке.
2. Бабеньшев, С. В. Методы оптимизации : учебное пособие / С. В. Бабеньшев, Е. Н. Матеров. - Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2019. - 134 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082159> (дата обращения: 23.05.2022). – Режим доступа: по подписке.
3. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям / И.

- В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. - Минск : Новое знание ; Москва : ИНФРА-М, 2016. - 297, [1] с. : ил. - (Высшее образование. Бакалавриат).
4. Гладков, Л. А. Методы решения задач оптимизации : учебное пособие / Л. А. Гладков, Н. В. Гладкова ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Южный федеральный университет, 2019. – 119 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=598664> (дата обращения: 23.05.2022). – Библиогр.: с. 115. – ISBN 978-5-9275-3436-4. – Текст : электронный.
 5. Заозерская, Л. А. Методы оптимизации: целочисленное линейное программирование : учебное пособие / Л. А. Заозерская, В. П. Ильев, Т. В. Леванова. – Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского (ОмГУ), 2020. – 40 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=614055> (дата обращения: 23.05.2022). – Библиогр.: с. 39. – ISBN 978-5-7779-2484-1. – Текст : электронный.
 6. Кузнецов, Б. Т. Математическая экономика : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по экономическим специальностям / Б. Т. Кузнецов. - Москва : ЮНИТИ, 2014. - 343 с. : ил.
 7. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации : учебное пособие / В. Н. Крутиков, В. В. Мешечкин ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., исправ. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 106 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600281> (дата обращения: 23.05.2022). – Библиогр.: с. 101 - 102. – ISBN 978-5-8353-2437-8. – Текст : электронный.
 8. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Логос, 2020. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1212440> (дата обращения: 23.05.2022). – Режим доступа: по подписке.
 9. Струченков, В. И. Прикладные задачи оптимизации. Модели, методы, алгоритмы : практическое пособие / В. И. Струченков. - Москва : СОЛОН-ПРЕСС, 2020. - 314 с. - ISBN 978-5-91359-191-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1858791> (дата обращения: 23.05.2022). – Режим доступа: по подписке.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на _____ / _____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

_____ (протокол № _____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

_____ А.М. Зеневич

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета цифровой
экономики

_____ Т.Н. Налецкая