

Учреждение образования “Белорусский государственный экономический университет”

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор учреждения  
образования “Белорусский  
государственный  
экономический университет”

  
Е. Ф. Киреева

“ 26 ” 06 2023 г.

Регистрационный № УД 5742 Уч.

**ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА  
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)»

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана по специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)» (регистрационный № 22ДЦК-195 от 24.06.22 г.)

**Составитель:**

**Ю.Л. Ратушева**, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

**Рецензенты:**

**Е.А. Баркова**, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

**С.Ю. Высоцкий**, доцент кафедры статистики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук, доцент.

**Рекомендована к утверждению**

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 10 от 28.04.2023 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 7 от 21.06.2023 )

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дискретная математика имеет широкий спектр приложений, прежде всего в областях, связанных с информационными технологиями и компьютерами. В первоначальном, сейчас редко используемом названии компьютера – «Электронная цифровая вычислительная машина» - слово «цифровая» указывает на принципиально дискретный характер работы данного устройства. Современные компьютеры неотделимы от современных системных аналитиков и программистов, для которых необходимо изучение данной учебной дисциплины.

Учебная программа включает следующие разделы дискретной математики: теорию множеств, математическую логику и теорию графов, а также некоторые специальные разделы, необходимые программистам, такие как булевы функции, теория алгоритмов и теория кодирования.

Материал учебной дисциплины является базовым для других учебных дисциплин: «Эконометрика», «Экономическая статистика», «Многомерный статистический анализ», «Прикладные математические модели в отраслях экономики», «Имитационное и статистическое моделирование» и др.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- базовые понятия теории множеств и бинарных отношений;
- основные логические операции и равносильности;
- элементарные булевы функции и функции многозначной логики;
- основные понятия и факты теории графов;
- элементы теории формальных грамматик и языков;
- классические модели вычислений (машины Тьюринга и частично-рекурсивные функции);
- начальные сведения о классах сложности P и NP;
- основные примеры кодов;

**уметь:**

- переводить предложения на формальный язык логики высказываний;
- применять логику предикатов для описания математических понятий;
- решать базовые комбинаторные задачи;
- строить специальные представления булевых функций;
- исследовать на полноту системы булевых функций;
- исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;
- анализировать и строить конкретные грамматики;
- программировать на языке машин Тьюринга;
- определять принадлежность числовых функций к классам примитивно-рекурсивных, частично-рекурсивных и общерекурсивных функций;

**владеть:**

- методами комбинаторного анализа и теории графов;
- методами исследования булевых функций;
- методами построения формальных грамматик и анализа языков.

## ТРЕБОВАНИЯ К КОМПЕТЕНТНОСТИ СПЕЦИАЛИСТА

Освоение учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

СК-9: понимать предмет и объекты дискретной математики и математической логики, использовать основные приемы разработки эффективных алгоритмов и знания об основных структурных данных для решения прикладных задач

## ОБЪЕМ АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

- для очной формы получения образования всего 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, лабораторные занятия – 4 часа. Дисциплина изучается в 5 семестре.

Основной программный материал излагается на лекциях и закрепляется на практических и лабораторных занятиях. Для текущего контроля предлагается осуществлять устный опрос на практических и лабораторных занятиях, проводить самостоятельные и контрольные работы. Рекомендуемая форма итогового контроля – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Введение**

Роль истории белорусской государственности и государственной идеологии Республики Беларусь в формировании профессиональных компетенций специалиста в области экономики

Применение методов дискретной математики в экономике: краткосрочные и долгосрочные финансовые сделки. Нарастивание и дисконтирование по ставке простых процентов, по ставке сложных процентов. Ставка непрерывных процентов.

Применение методов дискретной математики в программировании.

### **Тема 2. Бинарные отношения**

Понятие бинарного отношения. Виды бинарных отношений. Графическое представление отношений. Композиция отношений. Степень отношения. Свойства отношений. Ядро отношения. Замыкание отношения. Транзитивное замыкание и его свойства. Алгоритм Уоршалла для построения транзитивного замыкания.

### **Тема 3. Элементы математической логики**

Высказывания и их виды. Основные операции с высказываниями. Логические выражения (логические функции) и их виды. Таблицы истинности. Логические законы. Применение математической логики в экономике (задачи с логическими переменными – задача водопроводчика, задача о назначениях и другие).

### **Тема 4. Булевы функции**

Понятие булевой функции. Существенные и несущественные переменные. Булевы функции одной и двух переменных. Двойственные функции. Симметричные функции.

### **Тема 5. Нормальные формы**

Разложение булевых функций по переменным. Минимальные и максимальные термы. Совершенные нормальные формы. Эквивалентные преобразования булевых функций. Минимальные дизъюнктивные формы. Геометрическая интерпретация булевых функций. Сокращенные дизъюнктивные формы.

### **Тема 6. Полнота и замкнутость классов булевых функций**

Замкнутые классы булевых функций. Свойства замкнутых классов. Полные системы функций, их свойства. Теорема Поста о полноте.

### **Тема 7. Применение элементов математической логики в экономике и физике**

Упрощение релейно-контактных схем. Задача о назначениях, ее математическая модель и свойства. Венгерский алгоритм. Метод ветвей и границ.

Задача водопроводчика, ее графическое представление, методы решения. Задача о рюкзаке, ее математическая модель, методы решения.

### **Тема 8. Элементы теории графов**

Граф и его элементы. Основные виды графов. Способы задания графов. Покрывающие множества вершин и ребер. Независимые множества вершин и ребер. Плоские графы. Критерий Понтрягина-Куратовского. Формула Эйлера. Раскраска графов. Теорема о пяти красках. Проблема четырех красок.

Деревья и их свойства. Задача о построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима. Алгоритм Краскала.

Цепи и их свойства. Задача о построении кратчайших цепей от заданной вершины. Алгоритм Дейкстры. Задача о построении кратчайших цепей для каждой пары вершин в графе. Алгоритм Флойда.

Потоки в сетях, их свойства. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Задача о потоке минимальной стоимости. Алгоритм Басакера-Гоуэна.

### **Тема 9. Элементы теории алгоритмов**

Интуитивное понятие алгоритма. Виды алгоритмов. Рекурсивные функции. Машины Тьюринга-Ретта. Ассоциативные исчисления. Классы сложности.

### **Тема 10. Элементы теории кодирования**

Понятие кодирования информации. Математические основы теории кодирования. Двоичное кодирование. Виды кодов, их свойства. Эффективные коды. Криптографическое кодирование. Самокорректирующиеся коды (код Хемминга). Линейные коды. Сверточные коды. Кодовые методы повышения надежности цифровых устройств

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ»  
ДЛЯ ДНЕВНОЙ ФОРМЫ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Номер темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР			
						Лек- ции	СЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Введение	2							устный опрос, решение задач
2	Бинарные отношения	2	2						устный опрос, решение задач
3	Элементы математической логики	4	4						устный опрос, решение задач
4	Булевы функции	4	4						устный опрос, решение задач, контрольная работа
5	Нормальные формы	4	4						устный опрос, решение задач
6	Полнота и замкнутость классов булевых функций	2	2						устный

									опрос, решение задач,
7	Применение элементов математической логики в экономике и физике	2	2						устный опрос, решение задач, контрольная работа
8	Элементы теории графов	6	8						устный опрос, решение задач
9	Элементы теории алгоритмов	4	4		2				устный опрос, решение задач
10	Элементы теории кодирования	4			2				устный опрос, решение задач, контрольная работа
	<b>Всего часов</b>	<b>34</b>	<b>30</b>		<b>4</b>				



## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- подготовка к практическим и лабораторным занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, контрольные работы, устные опросы и т.п.);
- подготовка к экзамену.

## ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

1. Декартово произведение множеств. Теорема о мощности декартова произведения. Лемма об ассоциативности декартова произведения.
2. Степень множества. Представление декартова произведения множеств в виде таблицы.
3. Счетные и несчетные множества.
4. Мультимножество и его элементы.
5. Предмет изучения комбинаторики. Правила комбинаторики (правило суммы и правило произведения).
6. Перестановки из  $n$  элементов. Перестановки с повторяющимися элементами.
7. Понятие бинарного отношения. Область отправления и область прибытия. Формы записи бинарных отношений.
8. Понятия обратного, тождественного, универсального отношения, дополнения отношения,  $n$ -местного отношения.
9. Графическое и табличное представление бинарных отношений.
10. Композиция бинарных отношений. Теорема об основном свойстве композиции отношений.
11. Степень бинарного отношения. Теорема о свойстве степени отношения.
12. Свойства бинарных отношений. Теорема об основных свойствах отношений.
13. Ядро бинарного отношения. Теорема о свойствах ядра отношения.
14. Замыкание бинарного отношения. Транзитивное замыкание.
15. Теоремы о транзитивном и рефлексивном транзитивном замыкании. Свойства транзитивного замыкания.
16. Алгоритм Уоршалла для построения транзитивного замыкания.
17. Биномиальный коэффициент. Теорема (формула бинома Ньютона) о свойствах биномиальных коэффициентов.
18. Теорема о свойствах биномиальных коэффициентов и следствия из нее.
19. Мультимножества и последовательности. Теорема о числе последовательностей.
20. Мультиномиальные коэффициенты. Теорема о мультиномиальных коэффициентах и следствие.
21. Предмет изучения математической логики. Высказывания и их виды.
22. Основные операции над высказываниями. Таблицы истинности для основных логических функций.
23. Логические выражения. Основные виды логических функций.
24. Логические законы. Использование таблиц истинности для доказательства логических законов.

25. Понятие булевой переменной и булевой функции. Число булевых функций от  $n$  переменных.
26. Существенные и несущественные переменные булевых функций. Введение и удаление переменных.
27. Карты Карно.
28. Булевы функции одной и двух переменных.
29. Равносильные формулы. Теоремы о правилах подстановки и замены.
30. Двойственные булевы функции. Самодвойственные функции. Принцип двойственности.
31. Симметрические функции. Теорема о количестве различных симметрических функций  $n$  переменных.
32. Теорема о разложении булевой функции по переменным и следствия из нее.
33. Минимальные термы. Леммы о минимальных термах. Понятие максимального терма.
34. Совершенные нормальные формы. Теорема о единственности СДНФ. Теорема о единственности СКНФ.
35. Эквивалентные преобразования булевых функций. Теорема об эквивалентных преобразованиях.
36. Минимальные дизъюнктивные формы. Теорема о количестве различных дизъюнктивных форм.
37. Геометрическая интерпретация булевых функций от двух и трех переменных.
38. Сокращенные дизъюнктивные формы. Теорема о минимальной дизъюнктивной форме.
39. Замкнутые классы булевых функций. Теорема о замкнутости некоторых классов функций.
40. Полные системы функций. Теорема о полноте двух систем функций. Теорема о полноте двойственной системы.
41. Теорема Поста о полноте.
42. Задача о назначениях, ее математическая модель и свойства. Венгерский алгоритм. Метод ветвей и границ.
43. Задача водопроводчика, ее графическое представление, методы решения. Задача о рюкзаке, ее математическая модель, методы решения.
44. Понятие графа и его элементов. Основные виды графов.
45. Понятия и определения для неориентированных графов.
46. Понятия и определения для ориентированных графов.
47. Способы задания графов. Матрицы смежности вершин и ребер.
48. Матрица инцидентности. Построение ориентированного графа по списку предшествующих дуг для каждой дуги.
49. Дерево и его элементы. Свойства деревьев.
50. Построение остовного дерева минимального веса. Алгоритмы Краскала и Прима.
51. Цепи и их свойства.

52. Построение кратчайших цепей от заданной вершины до остальных вершин графа. Алгоритм Дейкстры.
53. Построение кратчайших цепей для каждой пары вершин в графе. Алгоритм Флойда.
54. Потоки в сетях.  $k$ -полюсная сеть, двухполюсная сеть, поток, принцип сохранения потока.
55. Построение максимального потока. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
56. Построение потока минимальной стоимости. Алгоритм Басакера-Гоуэна.
57. Понятие алгоритма. Виды алгоритмов. Рекурсивные функции. Машины Тьюринга-Ретта.
58. Ассоциативные исчисления. Классы сложности.
59. Понятие кодирования информации. Математические основы теории кодирования. Двоичное кодирование. Виды кодов, их свойства.
60. Эффективные коды. Криптографическое кодирование. Самокорректирующиеся коды (код Хемминга). Линейные коды. Сверточные коды. Кодовые методы повышения надежности цифровых устройств

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная:

1. Матросов, В.Л. Математическая логика: учебник для бакалавриата : [для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению педагогического образования профилей "Информатика и математика", "Физика и информатика", "Технология и информатика", "Математика и информатика", "Прикладная информатика"] / В. Л. Матросов, М. С. Мирзоев. - Москва : Прометей, 2020. - 226 с. : ил.
2. Скиена, С.С. Алгоритмы: руководство по разработке : [перевод с английского] / С. С. Скиена. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2019. - 719 с.
3. Дискретная математика : пособие для студентов специальности 1-55 01 01 «Интеллектуальные приборы, машины и производства» и специальности 1-55 01 03 «Компьютерная мехатроника» / Белорусский национальный технический университет, Кафедра «Интеллектуальные и мехатронные системы» ; сост. М. Ю. Шпургалова. – Минск : БНТУ, 2023. – 44 с.

### Дополнительная:

1. Теория алгоритмов : учебное пособие для магистрантов учреждений высшего образования по специальностям "Прикладная математика и информатика", "Теоретические основы информатики" / [П.А.Иржавский и др.] ; Белорус. гос. ун-т. - Минск : БГУ, 2013. - 158 с.
2. Дискретная математика : пособие для студентов специальности 1-55 01 01 «Интеллектуальные приборы, машины и производства» и специальности 1-55 01 03 «Компьютерная мехатроника» / Белорусский национальный технический университет, Кафедра «Интеллектуальные и мехатронные системы» ; сост. М. Ю. Шпургалова. – Минск : БНТУ, 2023. – 44 с. – Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/127634> (дата доступа: 07.06.2023).
3. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие для специальности 1-40 05 01 "Информационные системы и технологии (по направлениям)" / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина ; Министерство образования Республики Беларусь, Учреждение образования "Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники", Инженерно-экономический факультет, Кафедра экономической информатики. — Минск : БГУИР, 2021. — 120, [1] с. – Режим доступа: <https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/43214> (дата доступа: 07.06.2023).
4. Основы дискретной математики : пособие для реализации содержания образовательных программ высшего образования I степени / Белкоопсоюз,

Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, Кафедра информационно-вычислительных систем ; [авт.-сост. Л. А. Воробей]. – Гомель : БТЭУ, 2020. – 68 с. – Режим доступа: <http://lib.i-bteu.by/handle/22092014/5042> (дата доступа: 07.06.2023).

5. Бекарева, Н. Д. Дискретная математика : учебное пособие / Н. Д. Бекарева ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 80 с. : табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573763> (дата обращения: 07.06.2023). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3952-4. – Текст : электронный.


6. Алексеев, В. Б. Дискретная математика : учебник / В.Б. Алексеев. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 133 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1172256. - ISBN 978-5-16-016520-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1915507> (дата обращения: 07.06.2023). – Режим доступа: по подписке.

7. Задорожнюк, М. В. Математическая логика : учебно-методическое пособие для студентов учреждений высшего образования по специальности 1-40 04 01 "Информатика и технологии программирования" / М. В. Задорожнюк, С. М. Евтухова ; Министерство образования Республики Беларусь, Учреждение образования "Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого", Кафедра "Высшая математика". – Гомель : ГГТУ, 2022. – 81 с. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by/bitstream/handle/220612/27826/zadorozhnyuk-matematicheskaya-logika.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата доступа: 07.06.2023).

8. Иванисова, О. В. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие / О. В. Иванисова, И. В. Сухан. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 354 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600488> (дата обращения: 07.06.2023). – ISBN 978-5-4499-1729-4. – DOI 10.23681/600488. – Текст : электронный.

9. Гутова, С. Г. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие / С. Г. Гутова, Е. С. Каган ; Кемеровский государственный университет. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 285 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600350> (дата обращения: 07.06.2023). – Библиогр.: с. 280. – ISBN 978-5-8353-2550-4. – Текст : электронный.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Экономическая статистика	Кафедра статистики	Предложений нет  Зав.кафедрой Агабекова Н.В.  	протокол № <u>10</u>  от <u>28.04.2023</u>

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1		
2		

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета  
\_\_\_\_\_