Решением системы уравнений (1) при заданном допустимом управлении $u(t)$, $t \in Z_+$ назовем любую функцию $x(t)$, $t \in Z_+$, которая удовлетворяет условию $x = (x(0), x(1), \dots) \in l_2(R^n)$ и системе уравнений (1) при всех $t \in Z_+$.

Требуется определить допустимое управление $u^0(t)$, $t \in Z_+$, так, чтобы решения $x^0(t)$, $t \in Z_+$ системы уравнений (1), соответствующее этому управлению, доставляло минимум квадратичному функционалу:

$$J(u) = \sum_{t \in Z_+} [(G(t)x(t), x(t)) + (R(t)u(t), u(t))] \to min_u. \quad (2)$$

Здесь $G(t)$, $t \in Z_+$ — заданные неотрицательно определенные $(n \times n)$-матрицы, и $R(t)$, $t \in Z_+$ — положительно определенные $(m \times m)$-матрицы.

Для квадратичных задач оптимизации в линейных дискретных системах управления, определенных на целочисленной решетке Z_+, оказалось удобным их операторное представление в гильбертовых пространствах последовательностей. Такой подход позволил получить [2] полное решение линейно-квадратичных задач оптимизации для стационарного случая. В данной работе предпринимается попытка применить данный подход для нестационарного случая системы уравнений (1).

Основные структурные характеристики системы линейных уравнений Вольтерра (например, ограниченность решений, их устойчивость, управляемость, наблюдаемость и др.) существенно зависят от порождаемого этой системой нестационарного оператора Вольтерра ϑ: $l_2(R^n) \to l_2(R^n)$:

$$(\vartheta\varphi)(t) = \sum_{j=0}^{t} A_j(t)\varphi(t-j), t \in Z_+, \varphi = (\varphi(0), \varphi(1), \dots) \in l_2(R^n). \quad (3)$$

В работе изучены некоторые свойства данного оператора и ему сопряженного ϑ^*: $l_2(R^n) \to l_2(R^n)$, доказано существование и единственность оптимального решения в задаче (1)–(2).

Литература:

1. Kolmanovskii, V. B. Asymptotic properties of the solutions for some discrete Volterra equations / V. B. Kolmanovskii, E. Castelanos-Velasco // Dynamic Systems and Applications. — 2005. — Vol. 14(2). — Pp. 197–224.

2. Дымков, М. П. Экстремальные задачи в многопараметрических системах управления / М. П. Дымков. — Минск: БГЭУ, 2005. — 363 с.

М. П. Дымков, д-р. физ.-матем. наук
e-mail: dymkov_m@bseu.by
БГЭУ (г. Минск)

С. П. Макаревич, ассистент
e-mail: svetamak0607@gmail.com
БГЭУ (г. Минск)

Линейно-квадратичная задача оптимизации в многомерных дискретных системах управления

Рассмотрим линейную стационарную многомерную дискретную систему с управлением вида:

$$\Delta_i x(k) = A_i x(k) + B_i u(k), i = 1,\dots, m, x(k^0) = x^0, k \in \Pi(k^0, k^N). \quad (1)$$

Здесь $k = (k_1, k_2,\dots, k_m) \in Z^m$ — вектор с целочисленными координатами, $x(k) = (x_1(k),\dots, x_n(k)) \in R^n$ — вектор состояния, $x^0 \in R^n$ — заданный вектор, $u(k) = (u_1(k),\dots, u_r(k)) \in R^m$ — вектор управления, A_i, $i = 1,\dots, m$ — заданные невырожденные $(n \times n)$-матрицы, B_i, $i = 1,\dots, m$ — $(n \times m)$-матрицы, Δ_i — оператор сдвига i-й координаты на единицу, то есть:

$$\Delta_i x(k) = x(k_1,\dots, k_i + 1,\dots, k_m),$$

где $\Pi(k^0, k^N)$ — подмножество из Z_+^m (Z_+^m — множество m-мерных векторов с неотрицательными целочисленными координатами) вида:

$$\Pi(k^0, k^N) = \{k \in Z_+^m : k_i^0 \le k_i \le k_i^N, i = 1,\ldots,m\},$$

где k^0 и k^N, $k^0 \neq k^N$ — заданные векторы из Z_+^m.

Будем предполагать, что выполняются условия полной разрешимости [1].

$$A_iA_j = A_jA_i,\ A_iB_ju(k) + B_iu(\Delta_j k) = A_jB_i + B_j u(\Delta_i k)\ , \tag{2}$$

при которых система (1) имеет единственное решение при любом заданном управлении $u(k)$, $k \in \Pi(k_0, k^x)$. Отметим, что при невыполнении условий полной разрешимости (2) решения системы (1) зависят от конкретного дискретного пути, соединяющего точки k^0 и k^N. В случае выполнения условий (2) решение не зависит от выбранного пути.

Управление $u(k)$, $k \in \Pi(k^0, k^N)$ будем называть допустимым, если оно удовлетворяет условиям (2) и

$$u(k) \in U,\ \ k \in \Pi(k^0, k^N), \tag{3}$$

где U — замкнутое ограниченное множество из R^{Γ}.

Задача оптимизации состоит в нахождении допустимого управления $u^0(k)$, $k \in \Pi(k^0, k^N)$ такого, что квадратичный критерий качества вида:

$$J(u) = x^0(k^N)'Dx^0(k^N), \tag{4}$$

достигает своего минимального значения на решениях системы управления (1).

Здесь $x^0(k)$, $k \in \Pi(k^0, k^N)$ — решение системы (1), соответствующее управлению $u^0(k)$, $k \in \Pi(k^0, k^N)$. В данной работе, опираясь на результаты [2–3], получен ряд условий, характеризующих свойства оптимального управления.

Литература:

1. Гайшун И. В. Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения / И. В. Гайшун. — Минск: Наука и техника, 1983. — 272 с.

2. Мехталиев, А. И. Принцип максимума для многомерных дискретных систем / А. И. Мехталиев. — Минск, 1979. — 24 с. (Препринт №9(65), Институт математики АН БССР)

3. Дымков, М. П. Экстремальные задачи в многопараметрических системах управления / М. П. Дымков. — Минск: БГЭУ, 2006. — 382 с.

Nicolas N. Zougheib, PhD
e-mail: nnz2004@yahoo.com
BSEU (Minsk)

Lebanon's Economic and Financial Crisis: Guidelines for an Effective Recovery Plan

The Lebanese crisis is complex and manifold, it started with popular protests against some government decisions but quickly turned into a banking, financial, economic, and exchange rate crisis. Controversy is growing about the first step to resolving the crisis, some argue that political stability and restoring economic activities are essential for banks to restore their intermediary role and to unify and reduce the volatility in the exchange rate market within acceptable ranges. Others think that restructuring the financial system is vital to re-stimulate economic activities and help BDL to implement a flexible exchange rate system that ensures stability.

An economic recovery plan and a comprehensive restructuring model for the Lebanese financial system are required by the International Monetary Fund to sign an agreement with the Lebanese government to lend Lebanon several billion US dollars over the term of the program. The importance of this agreement goes beyond the funds that will be received from the IFM, it enables Lebanon to regain the trust needed to attract foreign investments and receive some of the promised financial aid and investments that were agreed upon at the "CEDRE" Conference, that was held in 2018 to support Lebanon. The main problems that should be addressed to get out quickly of the crisis are: