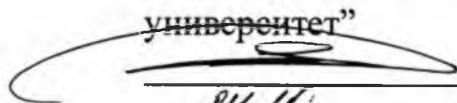


Учреждение образования
“Белорусский государственный экономический университет”

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор учреждения
образования “Белорусский
государственный экономический
университет”



Е.Ф.Киреева

2022 г.

Регистрационный № УД: 329 22/уч.

РЯДЫ И ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО АРГУМЕНТА

Учебная программа учреждения высшего образования по
учебной дисциплине для специальности 1-31 03 06
«Экономическая кибернетика (по направлениям)»

Учебная программа составлена на основе учебного плана учреждения высшего образования «Белорусский государственный экономический университет» по специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», специализация 1-31 03 06-02 01 «Оптимальное планирование и управление в экономике», регистрационный номер 21 ДЦК-129 от 02.09.2021 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Рабцевич В.А. – доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Коваленко Н.Н. – профессор кафедры общей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

Читая Г.О. – профессор кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор экономических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 1 от 31 августа 2022 г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 1 от 19.10.2022)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа составлена для специальности 1-31 03 06-02 «Экономическая кибернетика» (информационные технологии в экономике), специализация 1-31 03 06-02 01 (оптимизация планирования и управления в экономике).

Учебная дисциплина «Ряды и функции комплексного аргумента» изучается в третьем семестре.

Широкое применение новейших достижений математики в экономической деятельности является важной предпосылкой для успешного развития современных предприятий и государственной экономики в целом. В связи с этим уровень математической и экономической подготовки молодых специалистов должен обеспечивать свободное владение известными математическими методами, знания в области информационных технологий, умения формулировать и решать задачи оптимизации, проектирования и моделирования экономических систем. Знание методов теории функций комплексной переменной является необходимым элементом математического образования современного кибернетика-экономиста.

Базовая математическая учебная дисциплина «Ряды и функции комплексного аргумента», входящая в модуль «Высшая математика», перекликается с изучаемой параллельно дисциплиной «Функциональные последовательности и ряды, несобственный интеграл» и является продолжением базовой дисциплины «Дифференциальное и интегральное исчисление». Цель изучения дисциплины – развитие методов исследования функций в комплексной области и применение этих методов к задачам математического анализа. Формулируются базовые понятия математического анализа, такие как предел, непрерывность, производная, интеграл и ряд для комплексных функций, зависящих от комплексной переменной.

Изучение учебной дисциплины «Ряды и функции комплексного аргумента» должно способствовать формированию следующих компетенций:

- умение применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;
- владение исследовательскими навыками;
- умение работать самостоятельно;
- умение работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой;
- умение анализировать и оценивать собранные данные;
- владение современными информационными технологиями.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории функций комплексного переменного (ТФКП): предел, непрерывность, производная, интеграл, ряд;

- основные теоремы курса;
- свойства основных элементарных функций комплексного переменного;
- условия Коши-Римана дифференцируемости функции комплексного переменного;
- геометрический смысл производной функции комплексного переменного;
- методы интегрирования функции комплексного переменного;
- числовые, степенные ряды комплексного переменного;
- о разложении функций комплексного переменного в степенные ряды;
- ряды Лорана и о разложении функций комплексного переменного в ряд Лорана;
- теоремы о вычетах и использование вычетов при вычислении интегралов;
- принципы построения ряда Фурье и свойства суммы ряда Фурье;
- о современных направлениях развития комплексного анализа и его приложениях.

уметь:

- вычислять значения элементарных функций комплексной переменной;
- вычислять пределы функций и последовательностей;
- дифференцировать функции комплексной переменной
- восстанавливать аналитическую функцию по её действительной или мнимой части;
- вычислять интегралы по комплексной переменной;
- уметь представлять элементарные функции комплексного переменного рядами Тейлора и Лорана, находить их области сходимости;
- применять теорию вычетов для вычисления комплексных и вещественных интегралов;
- применять теорию рядов Фурье.

В соответствии с образовательным стандартом всего часов по учебной дисциплине **108**, из них всего аудиторных – **64**, в том числе **32** часа – лекции, **32** часа – практические занятия. Форма текущей аттестации – **зачет**.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Ряды Фурье

Тема 1.1. Ряд Фурье

Скалярное произведение функций. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система функций, ее свойства. Тригонометрические многочлены наименьшего отклонения для заданной функции. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя.

Тема 1.2. Свойства суммы ряда Фурье

Принцип локализации. Теорема Римана-Лебега. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость ряда Фурье. Сходимость в среднем. Равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость тригонометрической системы.

Обобщенное равенство Парсеваля. Почленное интегрирование и дифференцирование ряда Фурье.

Ряд Фурье четной и нечетной функции. Разложение функций в ряды Фурье на заданном множестве.

Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции многочленами.

Тема 1.3. Интеграл Фурье

Интеграл Фурье. Сходимость. Представление функций интегралом Фурье. Представление интегралом Фурье по синусам, по косинусам.

Интегральное преобразование Фурье. Дискретное преобразование Фурье.

Раздел 2. Функции комплексного аргумента

Тема 2.1. Функции комплексной переменной (ФКП)

Множества на комплексной плоскости. Бесконечно удаленная точка. Окрестность точки. Сфера Римана. Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность ФКП. Основные теоремы о сходящихся и непрерывных ФКП.

Линейная и степенная функции. Экспонента. Многозначные функции. Логарифм комплексного числа. Логарифмическая функция. Тригонометрические и гиперболические функции.

Тема 2.2. Дифференцируемые ФКП

Дифференцируемость. Условия Коши-Римана. Свойства дифференцируемых ФКП. Геометрический смысл производной. Конформность. Гармонические функции.

Тема 2.3. Интегрирование ФКП

Интеграл ФКП. Вычисление интеграла. Первообразная ФКП. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.

Тема 2.4. Регулярность функции

Последовательности и ряды с комплексными элементами. Основной критерий сходимости. Степенные ряды. Регулярные функции. Связь с дифференцируемостью. Условия регулярности. Теоремы Вейерштрасса. Нули регулярной функции. Теорема единственности. Аналитическое продолжение.

Тема 2.5. Ряд Лорана

Ряд Лорана. Особые точки функции. Вычеты. Использование вычетов при вычислении интегралов. Принцип аргумента. Основная теорема алгебры.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «Ряды и функции комплексного аргумента»

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Иное*	Форма контроля знаний	
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
						Л	Пз			Лаб
1	Раздел 1. Ряды Фурье							[1,2]		
1.1	Ряд Фурье	4	2					ЭК, слайды	Проверка конспектов, устный опрос	
1.2	Свойства суммы ряда Фурье	6	6					ЭК, слайды	Проверка конспектов, устный опрос	
1.3	Интеграл Фурье	2	2						Контрольная работа	
	Раздел 2. Функции комплексного аргумента							[1, 3]		
2.1	Функции комплексной переменной (ФКП)	4	4					ЭК, слайды	Проверка конспектов, устный опрос	
2.2	Дифференцируемые ФКП	4	4					ЭК, слайды	Проверка конспектов, устный опрос	
2.3	Интегрирование ФКП	4	6					ЭК, слайды	Контрольная работа	
2.4	Регулярность функции	2	2					ЭК, слайды	Проверка конспектов, устный опрос	
2.5	Ряд Лорана	6	6					ЭК, слайды	Проверка конспектов, устный опрос	
	Всего часов	32	32						Зачет	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основной теоретический материал излагается на лекциях и закрепляется на практических занятиях. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических занятиях, проведения самостоятельных работ и выполнения индивидуальных заданий. В течение семестра изучения дисциплины предусматривается проведение *двух двухчасовых контрольных работ*. Итоговый контроль осуществляется в виде *зачета*.

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 1,5-2 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- подготовка к семинарским (практическим) занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, коллоквиумы, контрольные работы и т.п.);
- подготовка к зачету.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / [В. Г. Кротов и др.]. — Минск : Вышэйшая школа, 2019. — 431 с. : ил.
2. Математический анализ. Ряды и несобственные интегралы: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по физическим, математическим и экономическим специальностям / [О. А. Кастрица и др.]. - Минск : Вышэйшая школа, 2015. - 388, [1] с.
3. Рябушко, А. П. Высшая математика : теория и задачи : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016–2018. – Ч. 3: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 2017. – 319 с. : ил.
4. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016–2018. – Ч. 4: Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Функции комплексной переменной. – 2017. – 254, [1] с. : ил.

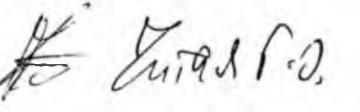
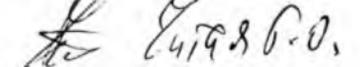
Дополнительная

1. Гусак, А. А. Высшая математика. В 2 Т. Т. 2 : учебник для студ. вузов/А.А. Гусак.- 7-е изд.- Минск : ТетраСистемс, 2009. - 448 с.
2. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 2. Ряды. Функции комплексного переменного : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М.: : Издательство Юрайт, 2022. — 219 с. — ISBN 978-5-9916-8645-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491314> (дата обращения: 13.06.2022).
3. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа: Учебное пособие / Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И., - 6-е изд., (эл.) - М.: :БИНОМ. Лаб. знаний, 2015. - 675 с.: ISBN 978-5-9963-2987-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544563> (дата обращения: 15.06.2022). – Режим доступа: по подписке.
4. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е.С. Половинкин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: : ИНФРА-М, 2022. — 253 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1845987. - ISBN 978-5-16-017359-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1845987> (дата обращения: 15.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

5. Пантелеев, А. В. Математический анализ: учебное пособие / А. В. Пантелеев, Н. И. Савостьянова, Н. М. Федорова. – М.: ИНФРА-М, 2021. – 502 с. – ISBN 978-5-16-016008-5. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1219350> (дата обращения: 04.10.2021). – Режим доступа: по подписке.
6. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — М.: Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/151505> (дата обращения: 12.06.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
7. Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. — 4-е изд. (эл.). — М.: Лаборатория знаний, 2015. — 365 с. — ISBN 978-5-9963-2658-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70732> (дата обращения: 14.06.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
8. Зорич, В.А., Математический анализ. Часть II. — Изд. 9-е, испр. — М.: МЦНМО, 2019. — 676 с. ISBN 978-5-4439-1305-6. Текст: электронный. - URL: <https://matan.math.msu.su/media/uploads/2020/03/V.A.Zorich-Kniga-II-9-izdanie-Temp-Corr-3.pdf> (дата обращения: 15.06.2022). – Режим доступа: свободный.
9. Демидович, Б.П., Сборник задач и упражнений по математическому анализу/ Б.П. Демидович – М.: Транспортная компания, 2016. – 624 с.
10. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Волковыский Л. И. , Лунц Г. Л. , Араманович И. Г. - 4-е изд. , перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. - ISBN 5-9221-0264-8.
11. Чуешев, В. В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / В. В. Чуешев, Н. А. Чуешева ; Кемеровский государственный университет. – 3-е изд., исправ. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2020. – Часть 2. – 162 с. – Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600355> (дата обращения: 17.06.2022). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8353-2604-4 (Ч. 2). - ISBN 978-5-8353-1897-1. – Текст : электронный.
12. Чуешев, В. В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие : в 4 частях / В. В. Чуешев, Н. А. Чуешева ; Кемеровский государственный университет. – Изд. 3-е, испр. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018. – Часть 1. – 154 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572683> (дата обращения: 17.06.2022). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8353-1897-1. - ISBN 978-5-8353-1905-3 (Часть 1). – Текст : электронный.

13. Соколенко, Е. В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление : учебное пособие / Е. В. Соколенко ; Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. – 199 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494812> (дата обращения: 17.06.2022). – Библиогр. в кн. – Текст : электронный.
14. Неделько, С. В. Ряды и преобразование Фурье: специальные главы математического анализа : учебное пособие / С. В. Неделько, Г. Н. Миренкова ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. – 62 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=574910> (дата обращения: 17.06.2022). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3626-4. – Текст : электронный.
15. Ефимов, А. И. Числовые и функциональные ряды. Тригонометрические ряды Фурье: курс лекций и сборник задач : учебное пособие / А. И. Ефимов ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Южный федеральный университет, 2020. – 233 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=619149> (дата обращения: 17.06.2022). – Библиогр.: с. 214-215. – ISBN 978-5-9275-3680-1. – Текст : электронный.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Методы оптимизации	Математических методов в экономике	Согласовано, дублирования тем нет 	Утверждено. Протокол №1 От 31.08.2022
Теория вероятностей и математическая статистика	Математических методов в экономике	Согласовано, дублирования тем нет 	Утверждено. Протокол №1 От 31.08.2022
Линейная алгебра	Математических методов в экономике	Согласовано, дублирования тем нет 	Утверждено. Протокол №1 От 31.08.2022

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

____ (протокол № ____ от ____ 20 ____
г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
