

Учреждение образования “Белорусский государственный экономический университет”

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
“Белорусский государственный
экономический университет”

 А.В.Егоров
“22” 10 2021 г.
Регистрационный № УД 4951-21 /уч.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Учебная программа учреждения высшего образования по
учебной дисциплине для специальности 1-31 03 06
«Экономическая кибернетика (по направлениям)»

Учебная программа составлена на основе учебного плана учреждения высшего образования «Белорусский государственный экономический университет» по специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», специализация 1-31 03 06-02 01 «Оптимальное планирование и управление в экономике», регистрационный номер 21 ДЦК-129 от 02.09.2021 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Конюх А.В. – доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Белько В.И. – доцент кафедры вычислительной математики учреждения образования «Белорусский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

Ратушева Ю.Л. – доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 1 от 31 августа 2021 г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 3 от 20.10.2021)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа составлена для специальности 1-31 03 06-02 «Экономическая кибернетика» (информационные технологии в экономике), специализация 1-31 03 06-02 01 (оптимизация планирования и управления в экономике).

Учебная дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисление» изучается в первом и втором семестрах.

Широкое применение новейших достижений математики в экономической деятельности является важной предпосылкой для успешного развития современных предприятий и государственной экономики в целом. В связи с этим уровень математической и экономической подготовки молодых специалистов должен обеспечивать свободное владение известными математическими методами, знания в области информационных технологий, умения формулировать и решать задачи оптимизации, проектирования и моделирования экономических систем.

Одной из базовых математических учебных дисциплин является «Дифференциальное и интегральное исчисление», входящая в модуль «Математический анализ». Целью учебной дисциплины является знакомство студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными величинами. Дифференциальное и интегральное исчисление является фундаментальной частью запаса знаний, необходимых будущим специалистам в процессе учебы и в дальнейшем для успешной работы. Изучаемые методы основаны на применении предельного перехода, производной, дифференциала, интеграла и используются при изучении других учебных дисциплин модуля, а также дисциплин модуля «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ», «Методы оптимизации», «Численные методы», «Исследование операций», «Теория вероятностей и математическая статистика» и ряда других учебных дисциплин специализации.

При современном изложении учебной дисциплины ставится дополнительная задача раскрыть возможности использования аппарата дифференциального и интегрального исчисления в классических разделах экономики, эконометрике, а также в смежных вопросах обработки данных, вычислительных методах. Целесообразно уточнять экономический смысл основных понятий, а также обращать внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Изучение учебной дисциплины «Дифференциальное и интегральное исчисление» должно способствовать формированию следующих компетенций:

- умение применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;
- владение исследовательскими навыками;
- умение работать самостоятельно;
- умение работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой;

- умение анализировать и оценивать собранные данные;
- владение современными информационными технологиями.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия дифференциального и интегрального исчисления: предел, непрерывность, производная, дифференциал, интеграл;
- основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления;
- основные методы дифференцирования и интегрирования;
- роль и значение дифференциального и интегрального исчисления при построении математических моделей.

уметь:

- вычислять пределы функций и последовательностей;
- находить производные функций одной и нескольких переменных;
- находить неопределенные и вычислять определенные интегралы;
- исследовать сходимость числовых рядов;
- решать основные задачи оптимизации с использованием аппарата дифференциального и интегрального исчисления.

В соответствии с образовательным стандартом всего часов по учебной дисциплине **456**, из них всего аудиторных – **272**, в том числе **136** часов – лекции, **136** часов – практические занятия. Формы текущей аттестации – зачеты и экзамены.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Элементы теории множеств. Числовая последовательность и ее предел

Элементы теории множеств. Числовые множества. Отображения. Счетные и несчетные множества. Границы числовых множеств. Теорема о гранях.

Числовые последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел последовательности. Сходимость монотонных последовательностей. Число “ e ”. Принцип вложенных отрезков. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

Тема 2. Предел функции одной переменной

Функция одной переменной и способы ее задания. Основные элементарные функции. Предел функции в точке. Критерий Гейне. Критерий Коши существования конечного предела функции. Односторонние пределы. Основные теоремы о пределах функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Тема 3. Непрерывность функции одной переменной

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность композиции функций и обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций. Локальные свойства непрерывных функций. Функции, непрерывные на множестве. Теорема Вейерштрасса. Непрерывные функции в экономике.

Тема 4. Производная и дифференциал функции одной переменной

Производная функции в точке. Физический и геометрический смысл производной. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Предельные величины в экономике. Эластичность функции.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Различные способы представления остаточного члена. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора.

Тема 5. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталья

Стационарные точки функции. Теоремы Ферма, Ролля. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа). Теорема Коши. Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.

Тема 6. Исследование функций

Монотонные дифференцируемые функции. Экстремумы. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Достаточные условия экстремума. Глобальный экстремум. Экономические задачи на экстремум.

Выпуклость функций. Точки перегиба. Асимптоты. Построение эскиза графика функции. Выпуклые функции в экономике.

Тема 7. Первообразная и неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные основных элементарных функций. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Неберущиеся интегралы.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.

Тема 8. Определенный интеграл. Несобственные интегралы

Определенный интеграл Римана. Условия интегрируемости функций. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Применение определенного интеграла для вычисления площадей фигур, длин дуг плоских кривых и объемов тел. Применение определенного интеграла в экономике.

Тема 9. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Пространство \mathbf{R}^n . Сходящиеся последовательности в \mathbf{R}^n . Критерий Коши сходимости последовательности в \mathbf{R}^n .

Функции нескольких переменных. Множества уровней. Производственные функции. Предел. Повторные пределы. Непрерывность. Непрерывность по одной из переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность на множестве.

Тема 10. Дифференцируемость функции нескольких переменных

Частные производные. Примеры применения частных производных в экономике. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Условия

дифференцируемости. Полный дифференциал. Дифференцирование композиций функций нескольких переменных.

Производная функции по направлению. Градиент функции и его свойства. Производные и дифференциалы высших порядков. Неявные функции. Формула Тейлора.

Тема 11. Экстремумы функции нескольких переменных

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Глобальный экстремум. Выпуклые функции нескольких переменных.

Тема 12. Кратные интегралы

Интеграл Римана функции двух и трех переменных. Критерии интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Основные свойства кратных интегралов. Замена переменных в кратных интегралах. Использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Тема 13. Элементы дифференциальной геометрии

Кривые на плоскости и в пространстве. Векторное задание кривой. Трехгранник Френе. Кривизна и кручение.

Поверхности. Векторное задание поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Односторонние и двусторонние поверхности. Понятие многообразия.

Тема 14. Криволинейные и поверхностные интегралы

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Формула Грина. Условия Эйлера.

Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формула Стокса. Формула Остроградского.

Использование криволинейных и поверхностных интегралов при решении прикладных задач.

Тема 15. Интегралы, зависящие от параметра

Функции, определяемые как интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход. Непрерывность. Дифференцируемость. Интегрирование.

Тема 16. Числовые ряды

Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Простейшие свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости числового

ряда. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ»

Номер темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов Лекции	УСР ПЗ (СЗ)		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	I семестр								
1	Элементы теории множеств. Числовая последовательность и ее предел	8	8					П,3,4	Проверка конспектов, устный опрос
2	Предел функции одной переменной	8	8					П,3,4	Проверка конспектов, устный опрос
3	Непрерывность функции одной переменной	6	6					П,3,4	Контрольная работа
4	Производная и дифференциал функции одной переменной	10	10					П,3,4	Проверка конспектов, устный опрос
5	Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопитала	6	6					П,3,4	Проверка конспектов, устный опрос
6	Исследование функций	12	12					П,3,4	Контрольная работа
7	Первообразная и неопределенный интеграл	8	8					П,3,4,5	Проверка конспектов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	Определенный интеграл. Несобственные интегралы	10	10					[4,5]	Контрольная работа
	Всего часов за I семестр	68	68						зачет, экзамен
	II семестр								
9	Предел и непрерывность функции нескольких переменных	4	4					[4,5]	Проверка конспектов, устный опрос
10	Дифференцируемость функции нескольких переменных	10	10					[4,5]	Проверка конспектов, устный опрос
11	Экстремумы функций нескольких переменных	10	10					[2,5]	Контрольная работа
12	Кратные интегралы	12	12					[2,5]	Проверка конспектов, устный опрос
13	Элементы дифференциальной геометрии	4	4					[4,5]	Проверка конспектов, устный опрос
14	Криволинейные и поверхностные интегралы	14	14					[2,5]	Контрольная работа
15	Интегралы, зависящие от параметра	4	4					[2,5]	Проверка конспектов, устный опрос
16	Числовые ряды	10	10					[2,5]	Контрольная работа
	Всего часов за II семестр	68	68						зачет, экзамен
	Всего часов	136	136						

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основной теоретический материал излагается на лекциях и закрепляется на практических занятиях. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических занятиях, проведения самостоятельных работ и выполнения индивидуальных заданий. В течение семестров изучения дисциплины предусматривается проведение *трех двухчасовых контрольных работ*. Итоговый контроль осуществляется в виде *зачетов и семестровых экзаменов*.

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- подготовка к семинарским (практическим) занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, коллоквиумы, контрольные работы и т.п.);
- подготовка к зачетам, экзаменам.

ЛИТЕРАТУРА*Основная*

1. Рябушко, А. П. Высшая математика : теория и задачи : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016–2018. – Ч. 1: Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 2016. — 302, [1] с. : ил.
2. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016 – 2018. – Ч. 3: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 2017. – 319 с. : ил.
3. Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей : учебно-методическое пособие : в 2 ч. / [А.В. Конюх и др.] ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. экон. ун-т. - 2-е изд., перераб. - Минск: БГЭУ, 2021. – Ч. 1. – 307 с. : ил.
4. Коннова, Л. П. Математический анализ: практико-ориентированный курс с элементами кейсов : учебник для бакалавриата по направлениям подготовки 38.03.01 "Экономика" и 38.03.02 "Менеджмент" / Л. П. Коннова, А. А. Рылов, И. К. Степанян ; ФГОБУ ВПО "Финансовый ун-т при Правительстве Рос. Федерации" (Финансовый ун-т), Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий. – М.: Прометей, 2019. – 279 с. : ил.
5. Татарников, О. В. Математический анализ для экономистов: учебник для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки "Экономика" / О. В. Татарников, Е. В. Швед; Российская экон. акад. им. Г.В. Плеханова. – М.: КНОРУС, 2020. – 274, [1] с.: ил. – (Бакалавриат).

Дополнительная

1. Зорич, В.А., Математический анализ. Часть 1. / В.А. Зорич – М.: МЦНМО, 2019. – 564, [1] с.: ил.
2. Кастрица, О. А. Математический анализ. Краткий курс: учеб. пособие / О. А. Кастрица, С. А. Мазаник. – Минск: БГУ, 2017. – 299 с.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2: учебник для академического бака-

лавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 246, [1] с.: ил.

4. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс высшей математики. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев, 4-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 444, [1] с.: ил.
5. Демидович, Б.П., Сборник задач и упражнений по математическому анализу/ Б.П. Демидович — М.: Транспортная компания, 2016. — 624 с.
6. Астровский, А.И. Высшая математика: учебное пособие: В 3 ч. Ч.1 / А.И. Астровский, М.П. Дымков; М-во образования Респ. Беларусь. — Минск: БГЭУ, 2009. — 398, [1] с.: ил.
7. Астровский, А.И. Высшая математика: учебное пособие: В 3 ч. Ч.2 / А.И. Астровский, М.П. Дымков; М-во образования Респ. Беларусь. — Минск: БГЭУ, 2011. — 413, [1] с.: ил.
8. Альсевич, Л.А., Математический анализ. Последовательности и функции: практикум: учебное пособие / Л.А. Альсевич, С.Г. Красовский — Минск: Вышэйшая школа, 2019. — 327, [1] с.: ил.
9. Пантелеев, А. В. Математический анализ: учебное пособие / А. В. Пантелеев, Н. И. Савостьянова, Н. М. Федорова. — М.: ИНФРА-М, 2021. — 502 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1077332. — ISBN 978-5-16-016008-5. — Текст: электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1219350> (дата обращения: 04.10.2021). — Режим доступа: по подписке.
10. Жукова, Г. С. Математический анализ. Том 2 : учебник / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло ; под ред. Г. С. Жуковой. — М.: ИНФРА-М, 2020. — 518 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — ISBN 978-5-16-015968-3. — Текст: электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072172> (дата обращения: 04.10.2021). — Режим доступа: по подписке.
11. Кузоватов, И. А. Математика. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебное пособие / И. А. Кузоватов, Н. В. Кузоватова, А. Н. Полковников. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2020. — 78 с. — ISBN 978-5-7638-4427-6. — Текст: электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816549> (дата обращения: 04.10.2021). — Режим доступа: по подписке.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Методы оптимизации	Математических методов в экономике	Согласовано, дублирования тем нет 	Утверждено. Протокол №2 от 20.09.2021 г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 20__
г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
