

В. И. Яшкин, канд. физ.-мат. наук, доцент
yashkin@bsu.by

БГУ (Минск)

А. В. Марков, канд. физ.-мат. наук, доцент
av_markov@mail.ru

БГЭУ (Минск)

ПРИМЕР ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ВЫБОРА

Вероятностные модели, их построение и анализ доставляют математикам значительные трудности. Возрастающий в последнее время интерес к построению вероятностных моделей объясняется прежде всего развитием современных средств компьютерных технологий. Появилась возможность хранения, поиска и обработки больших массивов вероятностно-статистической информации о реальных объектах. В данной работе предлагается пример адекватной вероятностной модели реальных процессов и явлений простейшего типа.

Допустим, оператором мобильной связи получены для реализации три партии смартфонов Xiaomi POCO X3 по 300 шт. в каждой. В первой партии находится 200 смартфонов с объемом внутренней памяти 64 Гб, остальные — с объемом внутренней памяти 128 Гб; во второй — 150 смартфонов с объемом внутренней памяти 64 Гб, остальные — с объемом внутренней памяти 128 Гб; в третьей — 100 смартфонов с объемом внутренней памяти 64 Гб, остальные — с объемом внутренней памяти 128 Гб. Из наудачу выбранной партии случайным образом взят один смартфон, который оказался с объемом памяти 64 Гб. Этот смартфон возвращают в партию и вторично из этой же партии снова случайным образом берут смартфон, который также оказался с объемом памяти 64 Гб. Следует определить вероятность того, что смартфоны были извлечены из третьей партии.

Решение.

Обозначим событие $A = \{\text{в каждом из двух испытаний (с возвращением) были извлечены смартфоны с объемом внутренней памяти 64 Гб}\}$. Выдвинем гипотезы $H_i = \{\text{смартфоны извлекались из } i\text{-й партии}\}$, $i = 1, 2, 3$, которые являются несовместными событиями. Смартфоны извлекались из наудачу выбранной партии, поэтому вероятности гипотез одинаковы

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}.$$

Сумма вероятностей $P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) = 1$. Следовательно, $\{H_1, H_2, H_3\}$ — полная группа событий, и может быть применена формула Байеса для нахождения условной вероятности того, что оба смартфона с объемом внутренней памяти 64 Гб (возможно, один и тот же смартфон дважды) были извлечены из третьей партии:

$$P(H_3 / A) = \frac{P(H_3) \cdot P(A / H_3)}{P(H_1) \cdot P(A / H_1) + P(H_2) \cdot P(A / H_2) + P(H_3) \cdot P(A / H_3)}. \quad (1)$$

Подставим в (1) значения условных вероятностей

$$P(A / H_1) = \frac{200}{300} \cdot \frac{200}{300} = \frac{4}{9}; \quad P(A / H_2) = \frac{150}{300} \cdot \frac{150}{300} = \frac{1}{4}; \quad P(A / H_3) = \frac{100}{300} \cdot \frac{100}{300} = \frac{1}{9}.$$

Тогда

$$P(H_3 / A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}} = \frac{4}{29}.$$

Ответ: $P(H_3 / A) = \frac{4}{29}$.

Рассмотренная модель используется при изучении дисциплины «Высшая математика», читаемой авторами для студентов нематематических специальностей.