

в динамике. В задаче управления рисковыми группами заемщиков если число этапов (прогнозных периодов) составляет  $N$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ), а количество стратегий (альтернатив) управления задолженностью —  $K$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), параметры  $p_{ij}(k)$  можно интерпретировать как вероятность перехода заемщиков из группы риска (состояния)  $i$  в группу (состояние)  $j$  при использовании альтернативы  $k$  во временной цепи  $(t - 1, t)$ . Аналогичное объяснение могут иметь величины  $r_{ij}(k)$ , которые соответствуют процентным доходам банка при использовании альтернативы  $k$ . В соответствии с [1, с. 708] оптимизационная задача формулируется на основе построения рекуррентного уравнения, в котором  $f_n(i)$  — процентный доход банка на этапе  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) при условии, что в начале этапа оценивалась  $i$ -я группа заемщиков-должников

$$f_n(i) = \max_k \left\{ \sum_{j=1}^m p_{ij}(k) [r_{ij}(k) + f_{n+1}(j)] \right\}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где  $f_{n+1}(j) = 0, j = 1, 2, \dots, m$ .

Оптимизационная задача выглядит так [1, с. 711]:

$$f_n(i) = \max_k \{v_i(k)\};$$
$$f_n(i) = \max_k \left\{ v_i(k) + \sum_{j=1}^m p_{ij}(k) f_{n+1}(j) \right\}, \quad n = 1, 2, \dots, N - 1, \quad (2)$$

где  $v_i(k) = \sum_{j=1}^m p_{ij}(k) r_{ij}(k)$ .

При решении оптимизационной задачи один из подходов к определению параметров  $p_{ij}$  изложен в [2, с. 385–389].

#### Источники

1. Таха Хэмди, А. Введение в исследование операций / А. Таха Хэмди ; пер. с англ. — М. : Изд. дом «Вильямс», 2001. — 6-е изд.
2. Читая, Г. О. Построение марковской матрицы вероятностей перехода заемщиков коммерческого банка / Г. О. Читая // Экономический рост Республики Беларусь: глобализация, инновационность, устойчивость : материалы VI Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 15–16 мая 2013 г. : в 2 т. / Белорус. гос. экон. ун-т ; редкол.: В. Н. Шимов (отв. ред.) [и др.]. — Минск, 2013. — Т. 2. — С. 385–387.

**О. В. Шишко**, ассистент  
shishko-olga@mail.ru

**Э. М. Аксень**, д-р экон. наук, профессор  
eaksen@mail.ru  
БГЭУ (Минск)

## МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ УРОВНЯ ЦИФРОВИЗАЦИИ НА ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

Инвестиции в основной капитал способствуют увеличению выпуска соответствующего сектора (либо отрасли) экономики. При этом естественно считать, что уровень цифровизации рассматриваемого сектора оказывает влияние на степень увеличения выпуска: чем

выше уровень цифровизации, тем должно быть больше увеличение выпуска при одних и тех же инвестициях. Обозначим через  $x(t)$  интенсивность выпуска сектора экономики (либо экономической системы в целом) в момент времени  $t$ , через  $g(t)$  — интенсивность чистого инвестирования инвестиции в рассматриваемый сектор в указанный момент времени. В соответствии с вышесказанным будем считать, что изменение скорости выпуска в момент времени  $t$  зависит от интенсивности чистого инвестирования в указанный момент времени. Данную зависимость будем моделировать следующим образом:

$$\frac{dx}{dt}(t) = \gamma(t)g(t), \quad (1)$$

где  $\gamma(t)$  — параметр, отражающий степень влияния интенсивности чистого инвестирования на скорость изменения интенсивности выпуска в момент времени  $t$ .

Предположим, что есть  $m$  показателей уровня цифровизации. Обозначим через  $\theta_j(t)$  значение  $j$ -го показателя уровня цифровизации в момент времени  $t$ , а через  $\theta(t)$  — вектор  $[\theta_1(t), \dots, \theta_m(t)]$ . В соответствии с вышесказанным будем считать, что параметр  $\gamma(t)$  зависит от показателей  $\theta(t) = [\theta_1(t), \dots, \theta_m(t)]$  уровня цифровизации в рассматриваемом секторе экономики, т.е.

$$\gamma(t) = \gamma[\theta(t)]. \quad (2)$$

В силу зависимости (2) формула (1) примет вид

$$\frac{dx}{dt}(t) = \gamma[\theta(t)]g(t). \quad (3)$$

Обозначим через  $v(t)$  интенсивность валовых инвестиций в рассматриваемый сектор (отрасль) в момент времени  $t$ , через  $d(t)$  — интенсивность износа (амортизации) основных средств в данном периоде. Напомним, что чистые инвестиции равны разности между валовыми инвестициями и износом основных средств, т.е.  $g(t) = v(t) - d(t)$ . Обозначим через  $\lambda(t)$  отношение интенсивности валовых инвестиций к интенсивности выпуска в момент времени  $t$ , через  $\delta(t)$  — отношение интенсивности износа основных средств к выпуску в указанный момент времени. Тогда  $v(t) = \lambda(t)x(t)$  и  $d(t) = \delta(t)x(t)$ . Следовательно,  $g(t) = [\lambda(t) - \delta(t)]x(t)$ . Подставив эту формулу в соотношение (3), получим

$$\frac{dx}{dt}(t) = \gamma[\theta(t)][\lambda(t) - \delta(t)]x(t). \quad (4)$$

Из дифференциального уравнения (4) получим

$$x(t) = x(t_0) \exp \left[ \int_{t_0}^t \gamma[\theta(\tau)][\lambda(\tau) - \delta(\tau)] d\tau \right]. \quad (5)$$

Формула (5) позволяет получать прогнозные значения для интенсивности выпуска при известных значениях  $\lambda(t)$ ,  $\delta(t)$  и  $\theta(t)$  и при известном значении интенсивности выпуска  $x(t_0)$  в начальном периоде  $t_0$  (а также при известной функции  $\gamma(\theta)$ ). В частности, при постоянных значениях  $\lambda(t)$ ,  $\delta(t)$  и  $\theta(t)$  формула (5) примет вид

$$x(t) = x(t_0) \exp[\gamma(\theta)(\lambda - \delta)(t - t_0)].$$