http://edoc.bseu.by:8080

Источник

1. *Денисейко, И. В.* Моделирование спроса на продукты детского питания / И. В. Денисейко // Вестн. Белорус. гос. экон. ун-та. — 2017. — № 4 (123). — С. 25–32.

А. Н. Дисько, *ассистент*
anzhelika-@mail.ru
Г. О. Читая, *д-р экон. наук, доцент*
chitaya_g@bseu.by
БГЭУ (Минск)

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНОЙ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИКИ

Один из возможных подходов к моделированию секторальной структуры экономики в динамике состоит в использовании динамической модели межотраслевого баланса. Простейший вариант предложен В. В. Леонтьевым и представляет собой систему однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$X(t) = A \cdot X(t) + F \cdot X'(t) + C(t), \tag{1}$$

где $X(t) = X_j(t)$ — вектор-столбец секторальных выпусков в момент времени t $(t \in (1; T);\ j = 1, 2, \ldots, n)$; $X'(t) = X_{j'}(t)$ — вектор-столбец абсолютных приростов секторальных выпусков (вектор-столбец производных); $C(t) = C_j(t)$ — вектор-столбец потребления продукции секторов экономики; $A = (a_{ij})$ — матрица коэффициентов прямых материальных затрат; $F = (f_{ij})$ — матрица коэффициентов капиталоемкости приростов секторальных производств.

Неоднородная система дифференциальных уравнений (1) эквивалентна системе

$$Y(t) = F \cdot (E - A)^{-1} \cdot Y'(t) + C(t), \tag{2}$$

где $Y(t) = Y_j(t)$ — вектор-столбец конечного спроса на продукцию секторов экономики; $Y'(t) = Y_{j'}(t)$ — вектор-столбец абсолютных приростов конечного спроса на продукцию.

Для решения системы (2) необходимо соблюдение ряда требований. Матрица A должна быть продуктивной или неразложимой, матрица F — невырожденной, тогда $(E - A)^{-1} > (E + A)$, $F \cdot (E - A)^{-1} > F$ (поэлементно). Решения системы (2) при $Y'(t) \geq 0$ в силу неотрицательности матриц $(E - A)^{-1}$ и $F \cdot (E - A)^{-1}$ гарантируют, что $Y(t) \geq 0$, $X(t) \geq 0$, $X'(t) \geq 0$.

Для проведения аналитических расчетов целесообразно рассматривать динамическую модель замкнутой экономической системы, представляющей собой линейную однородную систему дифференциальных уравнений

$$Y(t) = F \cdot (E - A)^{-1} \cdot Y'(t). \tag{3}$$

Решение системы (3) характеризует технологические возможности развития производства при заданных матрицах A и F, когда все ресурсы ВВП направляются на расширенное воспроизводство с нулевым потреблением.

В соответствии с работой [1, с. 124–125] общее решение системы (3) имеет следующий аналитический вид:

$$Y^*(t) = \sum_{l=1}^{n} d_l \cdot K_l \cdot e^{\lambda_l \cdot t}. \tag{4}$$

Параметры аналитического решения (4) λ_l, K_l, d_l получаются в следующей последовательности:

λ_l — корни характеристического уравнения n-го порядка,

$$\det[E - \lambda \cdot F \cdot (E - A)^{-1}] = 0; \tag{5}$$

K_l — соответствующие λ_l собственные векторы матрицы $F \cdot (E - A)^{-1}$;

d_l — постоянные, определяемые из системы уравнений

$$\sum_{l=1}^{n} d_l \cdot K_l = Y(0), \tag{6}$$

где $Y(t) = Y_j(t)$ — вектор-столбец конечного спроса на продукцию секторов экономики в начальный момент времени.

Источник

1. *Гранберг, А. Г.* Динамические модели народного хозяйства : учеб. пособие. — М. : Экономика, 1985. — 240 с.

М. П. Дымков, *д-р физ.-мат. наук, профессор*
dymkov_m@bseu.by
БГЭУ (Минск)

МЕТОДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СЕТЕЙ

В работе рассматривается возможность математического моделирования распределенных газотранспортных сетей на основе методов геометрического программирования. Динамика движения газа в сети трубопроводов описывается достаточно сложными нелинейными моделями, отягощенными различного рода ограничениями [1]. Некоторые подходы на основе многошаговых и 2-Д линейных систем управления рассматривались в работах [2, 3]. На предварительной стадии моделирования можно использовать также простейшие модели из теории графов [4], что позволит определить некоторые критические значения давления и объемов прокачиваемого газа для входящих и исходящих трубопроводов, в местах расположения компрессорных станций, точках подачи и отбора газа и др. Предполагается, что на следующем этапе моделирования потребуется детализация характеристик сети газопровода, так как линеаризованные модели чувствительны к возмущениям, которые порождаются нелинейностью протекающих процессов.

Задачи геометрического программирования обычно формулируются в терминах так называемых позиномов [5] следующим образом:

$$g(t) = \sum_{i=1}^{n_0} c_i \prod_{j=1}^{m} t^{a_{ij}} \to \min_t \text{ при ограничениях } h_k(t) = \sum_{i=1}^{n_k} c_i \prod_{j=1}^{m} t^{a_{ij}} \le 1, \quad k = 1, 2, \ldots, p, \quad t > 0,$$

где $m_k = n_{k-1} + 1,\ k = 1, 2, \ldots, p,\ n_p = n,\ c_i > 0,\ a_{ij} \in R,\ i = 1, 2, \ldots, n,\ j = 1, 2, \ldots, m.$

Здесь функции вида $\prod_{j=1}^{m} t^{a_{ij}} = t_1^{a_{i1}} \cdot t_2^{a_{i2}} \cdot \ldots \cdot t_m^{a_{im}},\ i = 1, 2, \ldots, n_0$ называются позиномами.

Если ввести обозначения

$$z_j = \ln t_j,\ j = 1, 2, \ldots, m,\ b_i = \ln c_i,\ x_i = \sum a_{ij} z_j + b_i,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$