

4. Возможность накопления средств в иностранной валюте, что обеспечивает их сохранность в условиях высокого уровня инфляции.

5. Разделение между банком и застройщиком ответственности перед дольщиками: банк отвечает за сохранность средств, застройщик отвечает за своевременное и качественное строительство дома.

П.П. ЛОГИНОВ

УПРАВЛЕНИЕ ПОРТФЕЛЕМ ЦЕННЫХ БУМАГ ПРИ НЕЧЕТКОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Определение оптимальной структуры, т.е. соотношения объемов активов в портфеле, является важнейшей задачей, которая стоит перед участником фондового рынка. Каждый актив (ценная бумага) несет в себе предполагаемые значения доходности и возможных потерь, оптимизация структуры портфеля позволяет найти такое сочетание доходности и рисков, при котором наиболее полно будут удовлетворяться критерии, характеризующие стратегию поведения инвестора на рынке ценных бумаг.

Существует несколько ключевых подходов к оптимизации портфеля ценных бумаг. Наиболее известные из них являются адаптацией классической “задачи о рюкзаке”, где ограничением выступает наибольший размер допустимого риска, а критерием оптимизации — максимум дохода (полезности), который может получить инвестор, при этом в качестве критериев оценки доходов и риска выступают матожидание и среднее квадратическое отклонение совокупного портфеля (правило Марковица). Как правило, определение этих параметров громоздко, а решение ищется с нуля и непригодно для инвестора, уже имеющего начальный портфель, т.к. потери, возникающие при его формировании и не учитываемые при данном методе (сумма комиссии, которую необходимо будет уплатить при продаже одних бумаг и покупке других), могут существенно снизить предполагаемую доходность оптимального портфеля.

Кроме данного “статического подхода” существует альтернативный “динамический подход”, который заключается в том, что в момент времени t инвестор располагает информацией о том, какими будут котировки бумаг на несколько последующих периодов. Очевидно, что при отсутствии ограничений на объем сделок оптимальным в момент времени t будет портфель, состоящий из одной бумаги, которая по отношению к моменту времени $t + 1$ будет иметь максимальную доходность (с учетом потерь на выплате комиссионных). В результате применения методов динамического программирования строится вектор оптимального управления с элементами A_t , определяющими лучший актив, из которого предпочтительно должен состоять портфель инвестора в интервале от t до $t + 1$. Данные методы учитывают наличие начального портфеля у инвестора, но они применимы лишь в ситуации, когда колебания цен на рынке четко определены в каждый момент времени на некотором интервале. Но в условиях реального рынка даже опытный игрок не сможет сказать, что, например, через 3 дня цена бумаги A_1 вырастет по отношению к цене бумаги A_2 на определенное число пунктов.

Существующие методы анализа могут лишь выявить тенденцию в поведении бумаг, но не дают четкого ответа, в какой день эта тенденция будет выражена сильнее. Поэтому динамические методы применимы скорее для ретроспективного анализа. Они позволяют оценить полученный доход в сравнении с доходом, который дала бы оптимальная стратегия управления, проанализировать упущенные возможности.

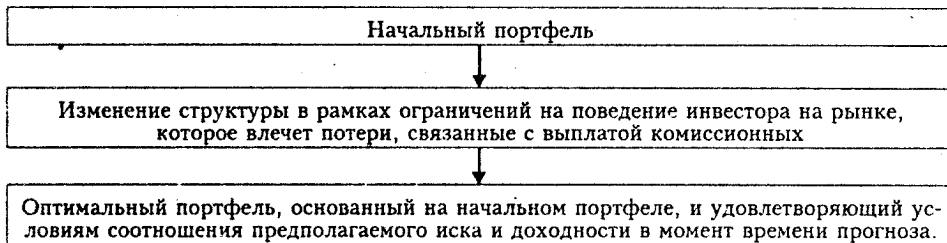
Предлагаемый подход, основанный на представлении знаний инвестора о будущем состоянии рынка как системе нечетких показателей, позволяет объединить оба подхода. Он основывается на трех принципах:

1. Существует начальный портфель инвестора, структура которого не оптимальна, и оптимальный портфель, к которому необходимо стремиться инвестору, учитывая возникающие потери в виде комиссионных платежей, а также ограничения на объем и количество сделок (динамический подход).

2. Существует ряд условий, характеризующих оптимальный портфель, которые необходимо учитывать при управлении: максимальные возможные риски, необходимая доходность и т.п. (статический подход).

3. Информация о будущем состоянии рынка нечетка и нельзя сказать что-либо определенное о соотношении в динамике цен бумаг через 3, 4 ... n дней вперед; можно лишь говорить о возможных значениях цен через n дней. Такие знания нельзя определить четко.

Таким образом, оптимальное управление портфелем в данном случае определяется следующей схемой:



Нечеткое представление динамики стоимости бумаг обусловлено следующими преимуществами:

применение нечеткости легко согласуется с субъективными суждениями эксперта;

оно несет в себе представления о возможных рисках инвестора; это существенно не усложнит поиск решения;

существуют методы прогноза стоимости бумаг (нечеткая регрессия), дающие ответ в удобной для эксперта интервальной форме.

Содержательная постановка задачи

Пусть инвестор к текущему моменту времени (t_1) обладает некоторым набором ценных бумаг. Стоимость портфеля определяется суммой произведения текущей стоимости конкретной бумаги на ее количество в портфеле. Задача инвестора состоит в том, чтобы, произведя сделки купли-продажи бумаг, сформировать в текущий момент времени такой портфель, который обеспечивал бы необходимое ему соотношение доходности и рисков. Основным критерий при определении оптимального портфеля — максимизация его предполагаемой будущей стоимости. При совершении сделок купли-продажи бумаг инвестор вынужден нести потери, связанные с уплатой комиссионных вознаграждений (бирже, дилеру, представляющему его интерес на рынке и т.п.). Размер комиссионных пропорционален объему совершенных сделок (произведению количества

проданных и купленных бумаг на цену сделок (текущую рыночную цену) и зафиксирован в процентах от оборота.

Допустим, что инвестор не привлекает к формированию портфеля дополнительных ресурсов, т.е. на покупку бумаг и уплату комиссионных расходов только средства, высвобождаемые при продаже имеющихся в распоряжении инвестора активов. В этом случае стоимость вновь сформированного портфеля будет ниже стоимости начального портфеля на величину уплаченных вознаграждений. Эти потери могут быть оправданы в том случае, если держатель портфеля полагает, что вновь сформированный набор активов будет обладать к некоторому моменту t_2 в будущем большей стоимостью, чем начальный портфель.

Совершая сделки купли-продажи бумаг, инвестор руководствуется знаниями (предположениями) о динамике конкретного вида бумаги на интервале $[t_1, t_2]$. Такие предположения несут в себе неопределенность, нечеткость и не могут быть выражены точным значением (невозможно сказать, что конкретная бумага поднимется в цене в течение одной недели на 0,8 процента или упадет на 0,5).

При оценке динамики цен бумаг эксперт может оперировать размытыми интервальными величинами (например, цена данной бумаги может упасть на два-три пункта и вряд ли вырастет больше, чем на 0,5 пункта и т.п.). Для данного субъективного представления удобно использовать нечеткую форму. В самом простом случае для оценки предполагаемой динамики бумаг могут применяться нечеткие тройки, имеющие вид

(a, b, c),

(*)

которые можно определить для любой бумаги, воспользовавшись экспертными оценками. В этом случае величина a определяется мнением экспертов, отвечающих на вопрос "ниже какого уровня не опустятся котировки", c — "выше какого уровня не поднимется" и b — "какая динамика бумаги наиболее возможна на интервале $[t_1, t_2]$ ". Такая форма позволяет достаточно полно и удобно отражать знания эксперта. Кроме того, существуют методы прогноза (нечеткая регрессия), дающие ответы в интервальной форме, при этом не требуется дополнительных алгоритмов обработки для применения его результатов в прогнозе. Основная величина, интересующая инвестора — стоимость портфеля в момент t , — также будет нечеткой — $S = (S_1, S_2, S_3)$, где S_1 — минимальная оценка портфеля, S_3 — максимальная, а величине S_2 соответствует наиболее возможное значение.

Важным преимуществом использования нечетких оценок является то, что они несут в себе представления о возможном риске держателя портфеля. С одной стороны, бумаги, характеризующиеся наибольшим интервалом возможных значений, увеличивают размытость всего портфеля, его неустойчивость. С другой стороны, минимальные оценки стоимости конкретных бумаг (величина a) составляют минимальную оценку стоимости всего портфеля в будущем, т.е. минимальную доходность портфеля, которую необходимо максимизировать. При решении конкретной задачи могут использоваться критерии ограничения риска как первого типа (сужение интервала значений будущей стоимости портфеля, снижение его размытости), второго типа (увеличение минимальной оценки доходности), так и их сочетание, в зависимости от стратегии, характеризующей поведение инвестора на рынке.

Таким образом, решение задачи сводится к поиску количества бумаг каждого вида, которое необходимо продать или купить инвестору в текущий момент времени t_1 , при известной динамике цен бумаг в виде нечеткого предположения (*), чтобы удовлетворить критериям роста доходности и снижения риска с учетом потерь на выплате комиссионных и других ограничений.

Математическая постановка задачи

Пусть к моменту времени t , на рынке представлено n видов активов. Обозначим k_i — количество i -ой бумаги в портфеле инвестора в момент времени t , ($k_i \geq 0, \forall i$), p_i — цена i -ой бумаги ($p_i \geq 0, \forall i$). Тогда текущая рыночная стоимость портфеля равна:

$$S_1 = \sum_{i=1}^n k_i p_i$$

Предположим, что индекс роста стоимости бумаги на интервале $[t_1, t_2]$ задан нечеткой тройкой $d_i = (d_{i1}, d_{i2}, d_{i3})$ вида (*)¹. Тогда стоимость начального портфеля к моменту времени t_2 :

$$S_2 = \sum_{i=1}^n k_i p_i d_i$$

Пусть инвестору предоставляется возможность замены любого количества i -ой бумаги на другие, как находящиеся в портфеле, так и нет. Обозначим k_i^- — количество i бумаги, продаваемой держателем портфеля. Очевидно, что

$$0 \leq k_i^- \leq k_i, \quad \forall i, \quad (1)$$

т.к. проданное количество бумаг не может быть больше их наличия в портфеле. Тогда объем продаж будет равен:

$$S_- = \sum_{i=1}^n k_i^- p_i (1 - \alpha),$$

где α — уровень комиссионных сборов, устанавливаемый в процентах от оборота.

Инвестор на сумму продажи приобретает бумаги, k_i^+ — количество бумаг i -го вида, покупаемых держателем:

$$k_i^+ \geq 0, \quad \forall i \quad (2)$$

Стоимость купленных бумаг меньше стоимости проданных на величину комиссионных выплат при покупке:

$$S_+ = S_- / (1 + \alpha), \text{ или } \sum_{i=1}^n k_i^+ p_i (1 - \alpha) = \sum_{i=1}^n k_i^- p_i (1 - \alpha) / (1 + \alpha) \quad (3)$$

Стоимость нового портфеля в момент времени t_2 равна:

$$S_2^* = \sum_{i=1}^n (k_i - k_i^- + k_i^+) p_i d_i,$$

Как сказано выше, S_2^* можно устремить к максимуму, но, как правило, инвесторы не склонны к существенному изменению структуры портфеля, и поэтому лучше зафиксировать ожидаемую стоимость портфеля или его доходность на определенном значении. Например, необходимо достичь увеличения доходности нового портфеля в сравнении с первоначальным на z процентов годовых, т.е.:

$$((S_2^* - S_2) * 360 * 100) / (S_1^* (t_2 - t_1)) = z, \quad (4)$$

где разница t_2 и t_1 выражена в днях.

¹ здесь и далее нечеткие величины обозначены жирным шрифтом

Стоимости портфеля S в момент t_2 выражены нечеткими тройками типа (*), $S = (S_1, S_2, S_3)$. Поэтому для их сравнения с четкими числами необходимо определить среднюю оценку возможных значений, например:

$$S_{\text{сред}} = (S_1 + 2 \cdot S_2 + S_3) / 4$$

Одним из критериев минимизации риска будет максимизация минимальной оценки портфеля (левого члена нечеткой тройки) при фиксированном значении ожидаемой доходности:

$$S_{1_2}^* \rightarrow \text{Max} \quad (5)$$

Таким образом, решение задачи состоит в поиске таких значений k_i^- и k_i^+ , $\forall i$, при которых выполняются условия (1)–(4) и максимизируется целевая функция (5).

Модификация модели

Кроме ограничений и критериев, определяющих соотношение доходности и риска, при построении модели необходимо учесть и условия, которые накладывает рынок на поведение инвестора — на объем, максимальный или минимальный размер одного лота, количество сделок, которые могут быть заданы четко детерминировано или расплывчато.

Получение моделей, включающих первые из перечисленных условий, очевидно, для реализации последнего случая рассмотрим функцию $\beta_i(k_i^-)$ и $\gamma_i(k_i^+)$ вида:

$$\beta_i(k_i^-) = \{0 / k_i^- = 0, 1 / k_i^- > 0\},$$

тогда

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n (\beta_i(k_i^-) + \gamma_i(k_i^+))$$

обозначает количество сделок, совершаемых инвестором. Фиксируя минимальную оценку будущей стоимости портфеля $S_{1_2}^*$ и устремляя ε к минимуму, получаем модель, в которой отражается стратегия минимальной активности инвестора на рынке.

Пример реализации модели

Для практической реализации предложенной модели можно использовать любую электронную таблицу со встроенным оптимизатором, это обеспечит удобный интерфейс и исключит необходимость программирования оптимизационных алгоритмов. В приложении 1 приведен пример реализации в среде Microsoft Excel модели, описанной в разделе математической постановки.

Заключение

Предложенная методика управления портфелем ценных бумаг, использующая в качестве исходных данных нечеткие величины, существенно расширяет аналитические возможности систем анализа и прогноза фондового рынка. Оперирование интервальными величинами приближает решение к субъективным представлениям эксперта, а комплексное использование модели с аппаратом нечеткого прогноза позволяет создать прогнозно-аналитическую систему для поддержки принятия решений на рынке. Подход универсален, он может быть распространен и на другие сферы финансового анализа, использующие понятие "портфель", — кредитное планирование, управление структурой активов банка и т.п.

Приложение 1. Реализация модели

Текущая дата	t1	22.03.97
Дата прогноза	t2	29.03.97
Срок прогноза, дни	t2-t1	7
Комиссия от оборота	a	0,0030

Необходимый процент роста оптим. портфеля к началному, % годовых	Z	5
--	---	---

Вы- пуск i	Текущ. цена Pi	Кол-во наличие Ki	Сумма начал Si	Кол-во продажи Ki-	Сумма продажи Pi*Ki-	Кол-во покупки Ki+	Сумма покупки Pi*Ki+	Кол-во оптим Si*	Сумма оптим Si*	Предлагаемая стоимость портфеля к дате прогноза													
										Нечет. тройка роста			Начальный портфель			Оптимальный портфель							
										Мин	*	Макс	Мин	*	Макс	Мин	*	Макс					
1	95,6	250	23900,00	0	0,00	81	7717,43	331	31617,43	1,011	1,022	1,034	24162,90	24425,90	24712,60	31965,22	32313,01	32692,42					
2	56,8	210	11928,00	0	0,00	384	21787,49	594	33715,49	1,012	1,012	1,032	12071,14	12071,14	12309,70	34120,08	34120,08	34794,39					
3	78,6	300	23580,00	0	0,00	0	0,00	300	23580,00	1,001	1,023	1,023	23603,58	24122,34	24122,34	23603,58	24122,34	24122,34					
4	78,9	768	60595,20	0	4,37	0	0,00	768	60590,83	1,003	1,025	1,026	60776,99	62110,08	62170,68	60772,60	62105,60	62166,19					
5	45,7	123	5621,10	123	5621,10	0	0,00	0	0,00	0,93	1,031	1,034	5227,62	5795,35	5812,22	0,00	0,00	0,00					
6	56,7	345	19651,50	345	19561,50	0	0,00	0	0,00	0,92	1,034	1,035	17996,58	20226,59	20246,15	0,00	0,00	0,00					
7	98,5	43	4235,50	2	162,01	0	0,00	41	4073,49	1,004	1,022	1,031	4252,44	4328,68	4366,80	4089,78	4163,10	4199,76					
8	97,4	434	42271,60	0	0,00	0	0,00	434	42271,60	1,003	1,022	1,025	42398,41	43201,58	43328,39	42398,41	43201,58	43328,39					
9	76,5	57	4360,50	0	0,00	0	0,00	57	4360,50	1	1,023	1,023	4360,50	4460,79	4360,79	4460,50	4460,79	4460,79					
10	96,3	45	4333,50	45	4333,50	0	0,00	0	0,00	0,91	1,034	1,035	3943,49	4480,84	4485,17	0,00	0,00	0,00					
11	54,6	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1,005	1,011	1,013	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
12	98,6	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1,009	1,022	1,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
13	56,6	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1,004	1,031	1,031	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
14	56,3	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0,94	1,032	1,033	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
15	75,4	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0,92	1,026	1,028	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
16	56,6	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0,97	1,027	1,029	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
17	98,6	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1,008	1,029	1,029	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
18	87,6	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1,008	1,023	1,027	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
19	56,1	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1,004	1,030	1,031	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
20	23,7	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0,954	1,032	1,033	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00					
			200386,90	Продажа	29682,48	Покупка	29504,92	200209,34		198793,65									205223,19	206014,84	201310,08	204486,50	205764,29
				Комисс	88,05	Комисс	88,51			203813,71									Сред. оц. знач. 204011,87				
				Выручка	29593,44	Затраты	29593,44																

Переменные величины — количество проданных и купленных бумаг каждого вида (>0) — ограничения 1,2

Сумма затрат на покупку бумаг равна выручке от продажи — ограничение 3

Достигнутый процент роста оптим. портфеля к началному, % годовых	5
--	---

Сумма вновь созданного портфеля меньше стоимости начального

Ячейка целевой функции (максимизируется минимальная оценка стоимости портфеля)

Достигнутый процент роста равен необходимому — ограничение 4