

фиксированным свойством, позволяет гарантировать наличие дополнительных свойств у исследуемого графа. Известно, что задача распознавания графов пересечений ребер гиперграфа ранга не выше  $k$  является  $NP$ -полной задачей для любого фиксированного  $k \geq 4$ . Свойство гиперграфа «быть  $k$ -раскрашиваемым» обеспечивает ограничение ранга гиперграфа и является более сильным, что позволяет решать задачи распознавания графов пересечения ребер  $k$ -раскрашиваемых гиперграфов с дополнительными свойствами в некоторых хорошо распознающихся классах за полиномиальное время.

Кратностью пары вершин  $u, v$  гиперграфа  $H$  называется количество ребер гиперграфа, содержащих обе вершины одновременно. Кратностью гиперграфа называется максимум кратностей пар его вершин. Рассмотрим класс графов пересечений ребер  $k$ -раскрашиваемых гиперграфов кратности не выше  $m$ . Кликой называется полный подграф графа. Теорема Берга о покрытиях [1] позволяет строить характеристики классов графов пересечений ребер гиперграфов с предписанными свойствами в терминах покрытий кликами. Покрытие графа кликами называется  $m$ -ограниченным, если никакие два его элемента не имеют более чем  $m$  общих вершин. Под  $k$ -раскрашиваемым покрытием подразумевают покрытие, для элементов которого существует правильная  $k$ -раскраска. Применительно к выше описанному классу теорема Берга может быть сформулирована следующим образом: граф принадлежит классу графов пересечений ребер  $k$ -раскрашиваемых гиперграфов кратности не выше  $m$  тогда и только тогда, когда существует  $k$ -раскрашиваемое  $m$ -ограниченное покрытие этого графа.

В рамках исследования такого покрытия была доказана теорема о большой клике: любая максимальная клика размера  $m(k-1)2 + 1$  является элементом каждого  $k$ -раскрашиваемого  $m$ -ограниченного кликового покрытия графа, если таковое существует.

Этот результат дает действенный инструмент для изучения графов пересечения ребер  $k$ -раскрашиваемых гиперграфов в специальных классах, для которых известны полиномиальные алгоритмы распознавания.

#### Источник

1. Berge, C. Graphs and hypergraphs / C. Berge. — North-Holland, 1976. — 546 p.

<http://edoc.bseu.by/>

**Е. Н. Макаревич**, магистрант  
[eniamak@gmail.com](mailto:eniamak@gmail.com)

**Т. В. Соболева**, канд. физ.-мат. наук  
[soboleva@bsu.by](mailto:soboleva@bsu.by)  
БГУ (Минск)

## АНАЛИЗ СЕТЕВОГО ТРАФИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСТОЙЧИВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Кибербезопасность — серьезная проблема для компаний и организаций, которые полагаются на технологии для поддержания своего бизнеса. В любой организации с интенсивным обменом данными из-за сбоя или уязвимости в системе организации могут быть потеряны миллионы или даже миллиарды денежных средств. Поиск аномалий ставит своей целью обнаружение наличия в трафике изменений, нетипичных для его структуры. В нашей работе мы заинтересованы в применении статистических методов, в частности моделировании сетевого трафика с помощью устойчивого распределения, к набору данных сетевого трафика с целью получения информации и знаний, позволяющих обнаружить необычное и подозрительное поведение сети. Устойчивое распределение — это такое распределение, которое может быть получено как предел по распределению сумм независимых случайных величин [1].

Для исследования были собраны данные предприятия ИООО «Техникофт» за 12-часовой период: с 08:20 до 20:20 15 января 2021 г. Данные представлены в виде количества входящих пакетов, одно наблюдение — это усредненное значение за минуту. Для последующего анализа полученных данных было проведено предварительное преобразование

$$ret_t = \ln\left(\frac{x_t + 1}{x_t}\right),$$

где  $t$  — момент времени;  $x_t$  — значение временного ряда в момент времени  $t$ .

Физический смысл данного преобразования — приращение количества пакетов в момент времени  $t$  за промежуток времени, равный одной минуте. Графики распределения исходного временного ряда и преобразованного представлены на рисунке.

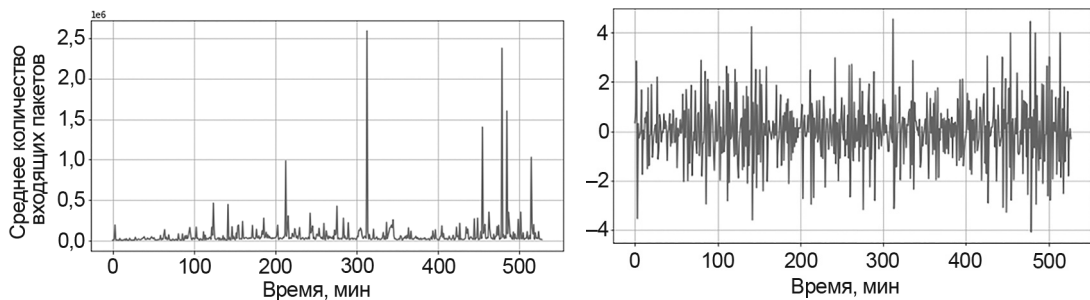


График среднего количества входящих пакетов в зависимости от количества прошедших минут (слева — исходные данные, справа — преобразованные)

Статистическая оценка параметров устойчивого распределения была произведена с помощью метода максимального правдоподобия, итеративного метода Коуртревелиса и обобщенного метода моментов. В работе предполагается последующее исследование временного ряда на самоподобность. Самоподобный объект — это объект, часть которого целиком или приближенно совпадает с самим уменьшенным объектом. В качестве характеристики, которая будет использоваться при оценке самоподобности объекта, используется параметр Херста. Оценка этого параметра не только помогает решить, является ли процесс самоподобным, но и позволяет применить к процессу ряд методов по прогнозированию фрактальных процессов. Для оценивания параметра Херста будем использовать метод  $R/S$ -статистики.

### Источники

1. Труш, Н. Н. Статистический анализ оценок спектральных плотностей устойчивых случайных процессов / Н. Н. Труш, Т. В. Соболева. — Минск, 2008.
2. Lucas, M. W. Network flow analysis / M. W. Lucas. — No Starch Press, 2010. — Ch. 1. — P. 9–11.
3. Simmross-Wattenberg, F. Anomaly Detection in Network Traffic Based on Statistical Inference and alpha-Stable Modeling / F. Simmross-Wattenberg // IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing. — 2001. — Vol. 8, № 4. — P. 494–509.