

$$\frac{dZ}{dN} = 3 \cdot Z_p \cdot d \cdot N^2 + 2 \cdot Z_p \cdot c \cdot N + Z_p \cdot b - Z_n .$$

Для определения уровня азотных удобрений, при котором функция прибыли (7) достигает наибольшего значения, следует решить уравнение:

$$3 \cdot Z_p \cdot d \cdot N^2 + 2 \cdot Z_p \cdot c \cdot N + Z_p \cdot b - Z_n = 0 .$$

Определение точек, в которых первая производная функции прибыли равна нулю и при переходе через три точки меняет знак, даст возможность определить оптимальный уровень удобрения с точки зрения значительного увеличения прибыли.

Благодаря подробному анализу функции прибыли и единичной стоимости можно определить оптимальный уровень удобрения, обусловленный соотношением между ценами отдельных групп средств производства и ценами продукта (зерна).

Представленные экономические модели позволяют установить достоверность выполненных расчетов и определить оптимальный уровень затрат при изменяющемся соотношении между ценами средств производства и ценами реализации продукции.

<http://edoc.bseu.by/>

*Е.М. Феденя,*  
БГУ (Минск)

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРЕМИИ ЗА РИСК ИЗМЕНЕНИЯ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

Перед любым инвестором стоит задача инвестирования свободных денежных средств в финансовые инструменты, приносящие больший доход при приемлемом процентном риске. Для того, чтобы построить оптимальный по некоторым характеристикам портфель долговых ценных бумаг, необходимо оценить их параметры, т.е. математическое ожидание величины ставки доходности и среднееквадратическое отклонение ставки доходности за срок владения портфелем.

Цель данной статьи — предложить подход к оцениванию этих характеристик на основе главенствующей на рынке гипотезы об изменении процентных ставок в будущем.

Для активов с фиксированным доходом премия за риск называется временной премией и является следствием инвестиций в активы со сроками погашения, не совпадающими со сроками, необходимыми инвестору. Временная премия для произвольного актива в момент времени  $t$  на срок  $\tau$ , равна  $\pi_{t,\tau} = y_{t,\tau} - r_{t,\tau}$  где  $y_{t,\tau}$  — доходность актива на интервале  $[t, t+\tau]$ ;  $r_{t,\tau}$  — безрисковая процентная ставка на том же интервале. Тогда математическое ожидание  $\hat{Y}_{t,\tau}$  и среднееквадратическое отклонение ставки доходности  $y_{t,\tau}$  определяются аналогичными характеристиками  $\pi_{t,\tau}$ . Таким образом, необходимо построить оценку  $P_{t,\tau}$  временной премии  $\pi_{t,\tau}$ .

Модель изменяющейся во времени временной премии и  $i$ . Эта модель основана на том, что временная премия изменяется во

времени и в зависимости от срока до погашения:  $Y_{t,\tau} - r_{t,\tau} = f(t,\tau)$ ; или  $\pi_{t,\tau} = f(t,\tau,\theta)$ .

При практическом использовании модели возникает задача проверки ее адекватности, т.е. соответствия реальных статистических данных модельным. Рассмотрим эту задачу в случае, когда зависимость от  $\tau$  – линейная, т.е.  $\pi_{t,\tau} = \theta_1 + \theta_2 t + \theta_3 \tau + \xi_{t,\tau}$ , где  $\xi_{t,\tau}$  – случайная величина с математическим ожиданием, равным нулю.

Выборку для проверки адекватности модели будем строить, исходя из реальных данных, т.е. по известным  $r_{it}$  – доходностям активов в момент времени  $i$  на срок  $t$ . Временная премия в момент времени  $i$  для инвестиций на срок  $j$  в предположении, что безрисковая ставка – это ставка доходности на один срок, равна

$$\pi_{i,j} = (1+r_{ij})^j - \prod_{k=j}^{i+j-1} (1+r_{k,i}) \quad (1)$$

Для решения задачи используем статистические критерии проверки гипотезы о значениях параметров множественной линейной регрессии.

Таким образом, имеем  $Y_{t,\tau} = P_{t,\tau} + r_{t,\tau}$ , а среднеквадратическое отклонение  $y_{t,\tau}$  равно  $\sigma_{t,\tau} = (\sum_{i,\tau=1}^n (\pi_{t,\tau} - P_{t,\tau})^2) / (n-1)$ , т.е. искомые характеристики  $Y_{t,\tau}$  найдены.

Итак, нами описана методика построения статистической модели премии за риск изменения процентных ставок, которая позволяет оценить характеристики активов с целью построения оптимального портфеля.

## Литература

1. Cuthbertson K. Quantitative Financial Economics: Bonds, Stocks and Foreign Exchange. John Waley and Sons, 1996.
2. Campbell J.Y., Lo A.W., MacKinsey A.C. The Econometrics of Financial Markets. Princeton University Press, 1997.
3. А.А. Первозванский, Т.Н. Первозванская, Финансовый рынок: расчет и риск, М., 1994.

<http://edoc.bseu.by/>

*М.А. Шехова,*  
Витебское областное управление статистики

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МАЛОГО ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА

Процесс перехода к рыночной экономике неразрывно связан с необходимостью создания конкурентной среды, активизацией инновационной деятельности, повышением гибкости и ускорением перестраиваемости производства. При этом важно сохранить стабильную социальную обстановку в государстве, то есть обеспечить занятость, повысить жизненный уровень населения, насытить рынок товаров и услуг.

Как свидетельствует мировой опыт, один из важных факторов, спо-