

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

К. Р. НИКИТИНА

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ ПРОИЗВОДСТВА В ОРГАНИЧЕСКОМ СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В статье проанализирована модель возделывания 15 культур в течение трех лет для производства молока, что формирует 681 переменную и 100 ограничений, а также ограничения на неотрицательность переменных. Компьютерная реализация модели осуществлена с использованием программного кода Matlab. Ограничения модели описывают формирование кормовой базы для крупного рогатого скота и структуру севооборота для максимизации слоя гумуса в почве и выручки хозяйства. Рассмотрен метод возможной доработки плана посевов при нецелесообразности реализации полученного плана.

Ключевые слова: органическое сельское хозяйство; критерий оптимальности; ограничения модели; оптимальная структура производства.

УДК 631.147 (476)

Введение. Переход сельскохозяйственных предприятий Республики Беларусь к органическому производству требует комплексного обоснования и тщательной подготовки. Хозяйства, ориентирующиеся на такой вид производственной деятельности, будут вынуждены стремиться к строгому соблюдению баланса в производстве продукции растениеводства и животноводства. Статья посвящена разработке оптимизационной модели структуры производства, предполагающей поэтапный переход к органическому сельскому хозяйству за планируемый период, с учетом формирования кормовой базы для крупного рогатого скота. Конструирование критерия оптимальности осуществлено с позиции такого режима чередования высевания культур, который способствует росту плодородия почвы на фиксированной по величине общей площади ведения земледелия хозяйством, при этом обеспечивая минимальное количество посевных площадей.

Карина Романовна НИКИТИНА (KarinaRNikitina@gmail.com), аспирантка кафедры математических методов в экономике Белорусского государственного экономического университета (г. Минск, Беларусь).

В статье [1] основное внимание уделено разработке оптимизационной модели структуры растениеводства, предполагающей поэтапный переход к органическому хозяйству за планируемый отрезок времени. Освещается подход, который можно применять при возникновении проблем, связанных с нецелесообразностью реализации полученного плана на практике, а также учитывающих важность обеспечения количественной соизмеримости экономических и экологических показателей, описывая метод решения многокритериальной задачи методом последовательных уступок.

Основная часть. Пусть рассматривается T периодов для перехода на производство органической продукции ($t = \overline{1, T}$), n — количество культур, которые целесообразно выращивать в рассматриваемом хозяйстве, m — количество полей в базовом периоде (базисный период отвечает этапу до введения новой структуры севооборота). Тогда x_{ijt} — площадь, отводимая под посев i -й культуры на j -й посевной площади (на которой в период $(t - 1)$ выращивалась j -я культура). Исходя из имеющейся информации о посевах, в базисном периоде $j = \overline{1, m}$, для последующих лет $j = \overline{1, n}$, так как в севооборот включены все планируемые культуры в году t ; c_i — коэффициент, характеризующий влияния (задел или вынос) i -й культуры на слой гумуса.

Целевую функцию $f_1(x)$ можно записать следующим образом [1]:

$$f_1(x) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n c_i x_{ij1} + \sum_{t=2}^T \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_i x_{ijt} + \lambda \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij1}^2 + \sum_{t=2}^T \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ijt}^2 \right) \rightarrow \max. \quad (1)$$

Считая очевидным, что сумма квадратов положительных чисел будет всегда меньше квадрата суммы, добавочный член, содержащий параметр λ выполняет роль регуляризатора. Таким образом, некоторые x_{ijt} будут «аккумулировать» малые значения других переменных и образовывать такую величину площади посева, которая будет представляться более целесообразной с практической точки зрения. Параметр λ можно выбирать так, чтобы добавочный член был соразмерен или меньше основной части целевой функции. Кроме того, для большего соответствия «штрафной» функции можно полагать $\lambda < 0$, однако в целом значение λ не должно влиять на структуру решения задачи. Объем (или дефицит) общего количества гумуса представлен линейной частью целевой функции. Коэффициенты c_i рассчитываются как разница между общим приходом гумуса от i -й культуры (P_i) и общим расходом гумуса i -й культуры. Общий приход гумуса (для каждой культуры в отдельности) и расходные статьи гумусового баланса (определяются минерализацией гумуса и его потерями на эродированных почвах) могут определяться на основании методика расчета баланса гумуса в земледелии Республики Беларусь [2].

Так как структура посевов до оптимизации известна, то группа ограничений на площадь посевов с учетом севооборота для первого года (периода) будет представлена равенствами:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_{ij1} = S_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где S_j — площадь посева j -й культуры за базисный год, при этом $\sum_{j=1}^m S_j = S$, где S — общая площадь посевов.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{при нецелесообразности посева культуры } i \text{ на участке } j \\ & \text{(после посева } j\text{-й культуры в период } (t-1)); \\ 1, & \text{при целесообразности посева культуры } i \text{ на участке } j \\ & \text{(после посева } j\text{-й культуры в период } (t-1)). \end{cases}$$

Следует заметить, что площадь, отведенная под i -ю культуру в году t , может быть использована в году $(t + 1)$ под посев нескольких культур, так же как и несколько засеянных площадей в текущий период могут быть использованы под одну культуру в следующем периоде. Это приводит к необходимости введения ограничений на площадь посевов, позволяющих увязывать севооборот в динамике:

$$-\sum_{i=1}^n x_{ij(t-1)} + \sum_{i=1}^n a_{ij} x_{ijt} = 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad t = \overline{2, T}. \quad (3)$$

Ограничения на общую площадь посевов:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij1} &= S; \\ \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ijt} &= S, \quad t = \overline{2, T}. \end{aligned} \quad (4)$$

В том случае, если хозяйство ориентировано на производство продукции животноводства и имеются разработанные агрохимиком хозяйства и отвечающие всем нормам хозяйства переходного периода рационы для скота, при этом учитывающие необходимые для поддержания органического растениеводства доли некоторых видов культур (в частности бобовых), то нетрудно рассчитать необходимую площадь для содержания фиксированного стада или наоборот при фиксированной выделенной площади под перевод на органическое производство можно рассчитать максимально возможное поголовье. Предположение о неизменности поголовья скота в течение переходного периода логично, если исходить из тех соображений, что ежегодное расширение хозяйства приводит к сложности учета всех ограничений для прохождения процедуры сертификации хозяйства как органического по окончании переходного периода. При этом такая проблема является более актуальной для хозяйства, ориентированного на производство молочной продукции, нежели мясной [1].

Эффективное использование закрепленных сельскохозяйственных угодий является основным средством преодоления нестабильности в поставках кормов и снижении издержек на их производство [3]. Несмотря на то что формирование кормовой базы является первостепенной задачей организаций, ориентированных на производство органической продукции животноводства, возможна ситуация, когда площадь под кормовую базу меньше общей площади, которую хозяйство выделило под производство органической продукции. Развитие производства органических кормов может быть выгодно с целью продажи сертифицированных органических кормов — единственного разрешенного внешнего источника дополнительных питательных веществ на предприятиях органического животноводства. Хотя увеличение масштабов отрасли растениеводства не является целью рассматриваемых организаций, возможность производства кормов сверх необходимого для самообеспечения уровня может оказать существенное влияние на прибыль хозяйств. Исходя из

этого формируется дополнительная группа ограничений, которая может быть представлена следующими неравенствами:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m x_{ij1} - \sum_{k=1}^K s_i x_{k1} &\geq 0, & i = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n x_{ijt} - \sum_{k=1}^K s_i x_{kt} &\geq 0, & i = \overline{1, n}; & t = \overline{2, T}, \end{aligned} \quad (5)$$

где S_i — необходимая (минимальная) площадь i -й культуры для обеспечения годовой нормы питания одной головы скота k -го вида; x_{kt} — количество скота вида k (из K возможных) в период t .

Также необходимо включить в модель ограничения на неотрицательность переменных:

$$\begin{aligned} x_{ij1} &\geq 0, & i = \overline{1, n}, & j = \overline{1, m}; \\ x_{ijt} &\geq 0, & i = \overline{1, n}, & j = \overline{1, n}, & t = \overline{2, T}; \\ x_{kt} &\geq 0, & k = \overline{1, K}, & t = \overline{1, T}. \end{aligned} \quad (6)$$

При организации органического сельского хозяйства важно не только учитывать требования, предъявляемые к содержанию животных и ведению растениеводства, но и рассматривать хозяйство как экономическую систему. Получение прибыли (как основная цель такой системы) будет достигнуто при правильном планировании структуры производства с учетом ориентации хозяйства. Проанализировав каналы сбыта, конкуренцию и цены на рынке продукции растениеводства и животноводства, оптимизационная модель дает возможность решить задачу с различными начальными условиями и остановиться на наиболее подходящем варианте. Однако стоит обратить внимание на важность обеспечения количественной соизмеримости экономических и экологических показателей [4].

Сущность метода последовательных уступок состоит в замене многокритериальной задачи оптимизации последовательностью однокритериальных задач [5]. Для поставленной задачи оптимизации структуры производства в органическом сельском хозяйстве предлагается сначала решить задачу с критерием оптимальности (1) и обозначить полученное значение линейной части целевой функции f^*_1 , после чего назначить величину допустимого отклонения критерия от его оптимального значения Δf_1 и решить задачу с целевой функцией, представленной следующим по значимости критерием: выручкой от производства продукции животноводства, которая будет учитывать не только поголовье скота каждого типа, но и p_k — цену единицы продукции, получаемой с головы k -го вида скота, a_k — количество продукции, получаемой с головы k -го вида скота за год. При этом целесообразно включить в целевую функцию квадратичный член аналогично (1) с невысоким значением λ :

$$f_2(x) = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K p_k a_k x_{kt} + \lambda \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij1}^2 + \sum_{t=2}^T \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ijt}^2 \right) \rightarrow \max. \quad (7)$$

Несмотря на положительную характеристику бобовых культур и навоза как основных источников фиксации азота в почве для повышения плодородности других сельскохозяйственных культур, в соответствии с нормативами органического производства Европейского Сообщества количество азота

должно быть таким, чтобы не превышать предел 170 кг азота в год на гектар сельскохозяйственной площади [6], что также следует учитывать при расчете севооборотов и поголовья скота, так как азот является важной составляющей гумуса. Вычисление количества азота можно производить исходя из результатов работы модели и при необходимости корректировать некоторые ограничения. После получения оптимального поголовья скота может быть рассчитана необходимая площадь пастбищ.

В связи с существованием особенностей рассмотренных методов оптимальное решение для практической реализации может не получиться, тем не менее выходит хорошее приближение в виде более разреженной матрицы в сравнении с результатами линейной модели. В некотором смысле такой вариант развития событий может быть предпочтительным: при вынесении рекомендаций по ведению хозяйства на основании результатов работы математической модели на практике могут вноситься некоторые корректировки исходя из ситуации. В таком случае представляется возможным пересчет полученных матриц для перераспределения площадей, руководствуясь принципом аккумуляции малых величин к большим. Подобный пересчет легко реализуется в задачах, решение которых представлено фиксированным порядком культур, повторяющимся каждый год. Пересчет можно производить по принципу пересчета матриц при решении транспортных задач с применением метода потенциалов: выбирается наименьшая величина, которая подлежит «обнулению», и строится замкнутый цикл. При наличии нескольких вариантов цикла рекомендуется остановиться на таком, в котором соседние аккумулирующие величины являются наибольшими, а последнее значение сможет «выдержать» сокращение на выбранную величину (не станет ниже заданного порога). Очевидно, что цикл целесообразно строить только по заполненным клеткам, чтобы все нормы рекомендуемых севооборотов были учтены. В задачах, где условие (5) представлено неравенством, при пересчете следует дополнительно учитывать влияние культур на слой гумуса. На рис. 1 представлен алгоритм преобразования решения задачи на матрице небольшой размерности при нецелесообразности засева и обработки земли площадью менее 40 га.

0	46 ⁺	84 ⁻	40		0	80	50	40		0	80	50	40
46	0	34	0		46 ⁺	0	34 ⁻	0		80	0	0	0
84	34 ⁻	72 ⁺	0		84 ⁻	0	106 ⁺	0		50	0	140	0
0	0	0	0		40	0	0	0		40	0	0	0

Рис. 1. Алгоритм преобразования решения задачи

Стабильное потребление молока и молочной продукции в Республике Беларусь и устойчивый экспорт (см. таблицу) являются хорошей поддержкой для производства органического молока, которое первое время может продаваться по средней по стране цене.

Импорт и экспорт молока и молокопродуктов Республики Беларусь, тыс. т

Показатель	Год			
	2015	2016	2017	2018
Импорт	3 066,8	3 063,4	3 169,2	3 124,1
Экспорт	4 213,7	4 247,9	4 111,1	4 385,9

Примечание: [7].

На этапе перехода к органическому сельскому хозяйству показатели рентабельности оказываются особенно низкими в связи с достаточно резким отказом от использования удобрений в прежних масштабах и отсутствием наращенной плодородности сельскохозяйственных земель. При снижении удельного веса затрат на удобрения и средства защиты растений в общих затратах и повышении цен до уровня средних цен по республике представляется возможным выйти на положительную рентабельность производства продукции растениеводства. В связи с тем, что цены на сертифицированную органическую продукцию растениеводства в среднем выше на 29–32 % [8], после прохождения процедуры сертификации производства как органического увеличение цены в совокупности с исключением удобрений и повышением урожайности культур (что неизбежно при рациональном использовании сельскохозяйственных земель и введении севооборотов) приведет к более высоким доходам организаций и даст возможность развивать другие отрасли органического производства. Эффективность ведения производства в хозяйстве при низкой себестоимости поможет добиться хорошей окупаемости органического хозяйства без потерь переходного периода. Важно отметить, что переход к органическому животноводству может быть начат тогда, когда в хозяйстве уже производятся собственные органические корма, и прежде чем молоко может продаваться как органическое, коровы должны получать органические корма в течение шести месяцев [9].

На примере ОАО «Мядельское агропромэнерго», которое планирует переход на органическое производство молочной продукции, продемонстрирована работа оптимизационной модели. В хозяйстве составлен рацион кормления скота, включающий 15 культур, переход планируется произвести за три года. Это обеспечивает 675 переменных по растениеводству. Животноводство представлено двумя переменными для каждого года: коровы и телки, которые описывают основную часть стада. Уступка для второй целевой функции составила 25 %. Для наглядного представления различий полученных результатов при использовании рассмотренной модели квадратичного программирования, линейного программирования (аналогично первой, но без добавления регуляризации в целевой функции) и результатов пересчета квадратичной модели по методу, представленному на рис. 1, проведем следующую процедуру: для каждой модели упорядочим полученные значения x_{ijt} в порядке возрастания и изобразим на диаграмме рассеяния. Такое сравнение является объективным, так как значение линейной части целевой функции в обоих моделях будет одинаковым, а порядок переменных для сравнения методов не имеет принципиального значения.

В связи с тем, что значения целевых функций не является основной целью данной статьи, остановимся подробнее на значениях переменных, которые соответствуют посевным площадям культур. На рис. 2 заметно значительное преимущество модели с регуляризацией (треугольники) над линейной моделью (звездочки): квадратичная модель обнуляет дополнительно 102 переменные и ограничивается 153 переменными в интервале от нуля до десяти, что на 135 меньше, чем в линейной. Полагая, что работать с площадью меньше 10 га для хозяйства не эффективно, потребуется 45 пересчетов, представленных на рис. 1, чтобы получить 540 переменных, равных нулю, и ни одной меньше 10 га (на рис. 2 представлены кругами).

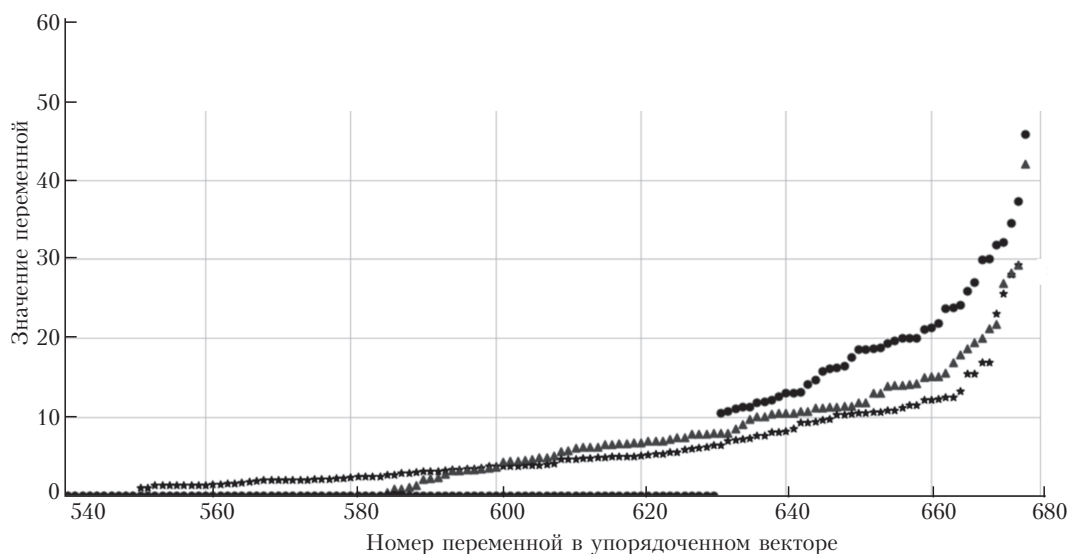


Рис. 2. Результаты работы модели в разрезе одного года для ОАО «Мядельское агропромэнерго»: ★ — линейная модель; ▲ — квадратичная модель; ● — модель после пересчета

Заключение. Модель, использующая параметр регуляризации, обеспечивает более оптимальное решение задачи перехода хозяйства к производству органической продукции, чем линейная модель. Основной упор сделан не только на введении севооборота, позволяющем получить максимальный прирост гумуса на заданном промежутке времени, но и на обеспечении максимальной выручки, которая описывается вторым критерием оптимальности. Для решения проблемы образования малых посевных площадей в решении задачи предложен возможный метод доработки (пересчета матрицы) полученного решения. Рассмотренная задача описывается 681 переменной, 100 ограничениями в виде уравнений и неравенств, а также ограничениями на неотрицательность переменных. Графики демонстрируют существенное преимущество полученных решений в сравнении с решением базовой линейной модели.

Литература и электронные публикации в Интернете

1. Никитина, К. Р. Оптимизация структуры севооборота методом квадратичного программирования / К. Р. Никитина // Экономика. Управление. Инновации. — 2019. — № 2. — С. 92–96.

Nikitina, K. R. Optimizatsiya struktury sevooborota metodom kvadrachnogo programmirovaniya [Crop rotation optimization using the quadratic programming approach] / K. R. Nikitina // *Ekonomika. Upravlenie. Innovatsii.* — 2019. — N 2. — P. 92–96.

2. Методика расчета баланса гумуса в земледелии Республики Беларусь / В. В. Лапа [и др.]; Ин-т почвоведения и агрохимии. — Минск : БНІВНФХ в АПК, 2007. — 20 с. *Metodika rascheta balansa gumusa v zemledelii Respubliki Belarus'* [The balance of humus calculation method in the agriculture of the Republic of Belarus] / V. V. Lapa [i dr.]; *In-t pochvovedeniya i agrokhimii.* — Minsk : BNIVNFKh v APK, 2007. — 20 p.

3. Марков, А. С. Методические подходы в моделировании параметров развития животноводческих комплексов по производству говядины / А. С. Марков // Модельные программы реструктуризации и реформирования экономики : материалы IV междунар. науч. конф., Минск, 21–23 июня 2007 г. / Белорус. гос. аграр. техн. ун-т ; под общ. ред. И. И. Ленъкова. — Минск, 2007. — С. 127–132.

Markov, A. S. Metodicheskie podkhody v modelirovanii parametrov razvitiya zhitovnovodcheskikh kompleksov po proizvodstvu govyadiny [Methodological approaches in modeling of the development parameters of livestock complexes for beef production] / A. S. Markov // *Model'nye programmy restrukturizatsii i reformirovaniya ekonomiki : materialy IV mezhdunar. nauch. konf., Minsk, 21–23 iyunya 2007 g.* / *Belorus. gos. agrar. tekhn. un-t ; pod obshch. red. I. I. Len'kova.* — Minsk, 2007. — P. 127–132.

4. *Лыч, Г. М.* Теоретико-методологические вопросы оптимизации агропромышленного производства / Г. М. Лыч // Модельные программы реструктуризации и реформирования экономики : материалы IV междунар. науч. конф., Минск, 21–23 июня 2007 г. / Белорус. гос. аграр. техн. ун-т ; под общ. ред. И. И. Ленькова. — Минск, 2007. — С. 30–37.

Lych, G. M. Teoretiko-metodologicheskie voprosy optimizatsii agropromyshlennogo proizvodstva [Theoretical and methodological optimization issues of agricultural production] / G. M. Lych // Model'nye programmy restrukturyzatsii i reformirovaniya ekonomiki : materialy IV mezhdunar. nauch. konf., Minsk, 21–23 iyunya 2007 g. / Belarus. gos. agrar. tekhn. un-t ; pod obshch. red. I. I. Len'kova. — Minsk, 2007. — P. 30–37.

5. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / А. М. Гатаулин, Г. В. Гаврилов, Т. М. Сорокина [и др.] ; под ред. А. М. Гатаулина. — М. : Агрпромиздат, 1990. — 432 с.

Matematicheskoe modelirovanie ekonomicheskikh protsessov v sel'skom khozyaystve [Mathematical modeling of economic processes in agriculture] / A. M. Gataulin, G. V. Gavrilov, T. M. Sorokina [i dr.] ; pod red. A. M. Gataulina. — M. : Agropromizdat, 1990. — 432 p.

6. *Забелло, Д. А.* Агротехника многолетних трав в полевых и кормовых севооборотах / Д. А. Забелло. — Минск : Изд-во Акад. наук БССР, 1952. — 27 с.

Zabello, D. A. Agrotekhnika mnogoletnikh trav v polevykh i kormovykh sevooborotakh [Agrotechnics of perennial grasses in field and fodder crop rotations] / D. A. Zabello. — Minsk : Izd-vo Akad. nauk BSSR, 1952. — 27 p.

7. Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://belstat.gov.by/>. — Дата доступа: 30.10.2019.

8. *Reganold, J.* Organic agriculture in the twenty-first century / J. Reganold, J. M. Wachter // Nature Plants. — 2016. — Vol. 2. — P. 1–8.

9. *Боллесен, Х. Д.* Быть или не быть: опыт датского органического сельского хозяйства / Х. Д. Боллесен ; пер. с дат. Я. П. Палеховой. — М. : Арт-Волхонка, 2015. — 183 с.

Bollesen, Kh. D. Byt' ili ne byt': opyt datskogo organicheskogo sel'skogo khozyaystva [To be or not to be: the experience of Danish organic farming] / Kh. D. Bollesen ; per. s dat. Ya. P. Palekhovoy. — M. : Art-Volkhonka, 2015. — 183 p.

KARINA NIKITINA

**ACCOMPLISHING THE TASK OF STREAMLINING
PRODUCTION STRUCTURE IN ORGANIC FARMING
BASED ON THE QUADRATIC PROGRAMMING MODEL**

Author affiliation. *Karina NIKITINA* (KarinaRNikitina@gmail.com), *Belarus State Economic University (Minsk, Belarus).*

Abstract. The article analyzes the model of cultivating 15 crops during a three-year period for milk production, which involves 681 variables and 100 restrictions as well as the restrictions on the non-negativity of the variables. Computer implementation of the model is carried out using MATLAB program code. The restrictions of the model describe the formation of the cattle feed base and the structure of crop rotation to maximize the humus layer in the soil as well as farm revenue. The method of possible refinement of the sowing plan is considered in case of inexpediency of the resulting plan implementation.

Keywords: organic farming; optimality criterion; model restrictions; optimal production structure.

UDC 631.147 (476)

*Статья поступила
в редакцию 27.12. 2019 г.*