чием хорошо разработанного методического комплекса дисциплины и успеваемостью студентов по ней. Аналогичный вывод автор получил и при использовании ранговой корреляции, другого непараметрического метода для анализа согласованности рейтинговых семестровых и экзаменационных оценок студентов с наличием полного методического комплекса.

А.В. Крыленко, канд. физ.-мат. наук, доцент
Филиал МИТСО (Гомель)

ОТКРЫТАЯ СЕТЬ С ГРУППОВЫМ ПОСТУПЛЕНИЕМ И ОБСЛУЖИВАНИЕМ ЗАЯВОК

В настоящей работе исследуется модель открытой сети массового обслуживания, в которой перемещение положительной заявки сопровождается образованием группы отрицательных заявок в очереди узла, куда она направляется. Цель работы – исследование данной открытой сети, для чего описывается модель сети, составляются уравнения глобального равновесия, составляются и решаются уравнения трафика, находятся числовые характеристики сети.

Рассмотрим открытую сеть, состоящую из 3-х однолинейных узлов. Входящий поток положительных заявок в сеть является пуассоновским потоком с интенсивностью λ. Времена обслуживания заявок имеют показательное распределение с параметрами μ_1, μ_2, μ_3 для 1-го, 2-го и 3-го узла соответственно. Заявки в сети перемещаются по неприводимым матрицам маршрутов:

$$P_0 = p_{0i}(k) = \begin{pmatrix} p_{01}(0) & p_{01}(1) & p_{01}(2) & p_{01}(3) \\ p_{02}(0) & p_{02}(1) & p_{02}(2) & p_{02}(3) \\ p_{03}(0) & p_{03}(1) & p_{03}(2) & p_{03}(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_1 = p_{1j}(k) = \begin{pmatrix} p_{10}(0) & p_{10}(1) & p_{10}(2) & p_{10}(3) \\ p_{11}(0) & p_{11}(1) & p_{11}(2) & p_{11}(3) \\ p_{12}(0) & p_{12}(1) & p_{12}(2) & p_{12}(3) \\ p_{13}(0) & p_{13}(1) & p_{13}(2) & p_{13}(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/12 & 0 & 1/6 \\ 1/12 & 0 & 1/6 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = p_{2j}(k) = \begin{pmatrix} p_{20}(0) & p_{20}(1) & p_{20}(2) & p_{20}(3) \\ p_{21}(0) & p_{21}(1) & p_{21}(2) & p_{21}(3) \\ p_{22}(0) & p_{22}(1) & p_{22}(2) & p_{22}(3) \\ p_{23}(0) & p_{23}(1) & p_{23}(2) & p_{23}(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 2/5 & 2/5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_3 = p_{3j}(k) = \begin{pmatrix} p_{30}(0) & p_{30}(1) & p_{30}(2) & p_{30}(3) \\ p_{31}(0) & p_{31}(1) & p_{31}(2) & p_{31}(3) \\ p_{32}(0) & p_{32}(1) & p_{32}(2) & p_{32}(3) \\ p_{33}(0) & p_{33}(1) & p_{33}(2) & p_{33}(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Здесь источник заявок, расположенный вне сети, обозначен как узел с номером 0. После завершения обслуживания в i-ом узле с вероятностью $p_{ij}(k)$, для $1 \le i, j \le 3$, $0 \le k \le 3$, заявка переходит в j-ый узел, одновременно вызывая поступление в j-ый узел группы из k отрицательных заявок, т. е. эту ситуацию можно считать как исключение из очереди j-го узла k заявок по завершению обслуживания заявки из очереди в i-ом узле.

В этом случае из очереди j-го узла будут исключены k заявок, если длина очереди больше или равна k, или очередь станет пустой, если ее длина меньше k. Поступление извне положительной заявки в очередь 1-го узла с вероятностью $p_{01}(k)$ вызывает порождение группы из k отрицательных заявок и поступление этой группы в очередь 1-го узла.

В частности, заявки из i-го узла как положительные заявки перемещаются в j-ый узел с интенсивностью $\mu_i p_{ij}(0)$, а извне сети положительные заявки поступают в очередь 1-го узла с интенсивностью $\lambda p_{01}(0)$. Одиночные заявки из i-го узла покидают сеть, не меняя состояние сети:

а) в результате поступления в 1-ый узел положительной заявки, которая удаляет 2 заявки из этого узла, что происходит с интенсивностью λp_{01} (2);

б) в результате завершения обслуживания заявки на i-ом узле с последующим переносом ее в очередь j-го узла (для $1 \le j \le 3$) как отрицательной заявки – это происходит с интенсивностью $\mu_i p_{ij}$ (1).

То, что $\lambda p_{01}(0) > 0$ и $\mu_1 p_{12}(0) > 0$, $\mu_1 p_{13}(0) > 0$, обеспечивает неприводимость состояний сети.

Также для данной сети $p_{ii}(k) = 0$ для $\forall$ i, k, т. е. заявки не могут переходить в очередь узла, который они покидают; и $p_{i0}(k) = 0$ для $I = \overline{1,3}$, $k = \overline{1,3}$, т. е. заявки после завершения обслуживания не способствуют появлению отрицательных заявок на внешнем источнике сети.

Так как $p_{ij}(k)$ – вероятности, то для них выполняются условия:

1) $\sum_{j=0}^{3}\sum_{k=0}^{3} p_{ij}(k) = 1$ для $i \in \{1, 2, 3\}$; 2) $\sum_{k=0}^{3} p_{01}(k) = 1$.

Для данной модели сети найдено стационарное распределение мультипликативной формы

$$p(n) = K\prod_{i=1}^{3}\left(\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}\right)^{n_i},$$

где ε_i – среднее число заявок, которое полностью обслуживается на i-ом узле стационарной сети (i = 1, 2, 3), найдено из решения уравнений трафика; K – из условия нормировки: $\sum_n p(n) = 1$.

Также определены условия эргодичности марковской цепи, описывающей состояния рассматриваемой сети.