

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ С УЧЕТОМ КОНКУРЕНЦИИ В РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

Б.С. Калитин, М.С. Кузьмич*

В статье обоснована формула экономического равновесия рынка с учетом его зависимости от уровня конкуренции, соответствующего объему взаимозаменяемых товаров или услуг. Изучен диапазон изменения равновесной цены как функции коэффициента конкуренции, а также затрат покупателя и продавца. Исследованы эластичности равновесия различных типов. Выявленные закономерности динамики равновесия по каждому из параметров дают возможность математически обосновать соответствующие феномены экономики рынка.

Ключевые слова: рынок, ценовая эластичность, конкуренция, экономическое равновесие.

JEL-классификация: C02, C62.

Материал поступил 8.06.2016 г.

Классики математической экономики Л. Вальрас и А. Маршалл интересовались проблемой объяснения механизма установления равновесия на рынке товаров и услуг. Результаты разработанных ими подходов и идей можно продемонстрировать на паутинообразной модели (Долан, Линсдей, 1992). Однако возникшие при этом ситуации, сопровождавшиеся противоречивыми выводами об устойчивости экономического равновесия каждого из авторов, послужили поводом для критики (Gandolfo, 1991; Богачев, 2006; Поддубный, 2004; 2005).

В работах (Богачев, 2006; Поддубный, 2004; 2005) подвергаются критике и другие недостатки классической паутинообразной модели установления равновесия, там же предлагаются и ее модификации. Например, Богачев (2006) представил обобщение идей Вальраса-Маршалла в виде линейной динамической модели второго порядка без учета запаздывания реакции предложения на изменение рыночной цены, а Поддубный (2004; 2005) – модель, описывающую рынок системой линейных дифференциальных уравнений третьего порядка без учета запаздывания в пространстве

переменных «предложение – цена – спрос». Каждая из упомянутых моделей рассматривается в предположении возможности мгновенной реакции объема предложения на изменение цены товара и рыночного спроса.

Иной подход к проблеме ценообразования представлен в работах Калитина (2008. С. 24–28; 2012) и Калитина, Безрук (2009. С. 61–70), в которых на основе предложенных функциональных зависимостей рыночных сил получена явная формула равновесия, зависящая от границ интервала допустимых цен.

В данной статье исследуется модифицированная формула экономического равновесия (Калитин, Безрук, 2009. С. 61–70) с дополнительным учетом зависимости рыночного равновесия от параметра уровня конкуренции, ценовых эластичностей спроса и предложения и от параметров границ и интервала допустимых цен рынка товаров или оказываемых услуг. Основное внимание уделено влиянию сил конкуренции на рыночное равновесие, которое выражено в модели через зависимость от эластичностей спроса и предложения.

* Калитин Борис Сергеевич (kalitine@yandex.by), кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры аналитической экономики и эконометрики Белорусского государственного университета (г. Минск, Беларусь);

Кузьмич Марина Сергеевна (mkuzmich.bsu@gmail.com), аспирант Белорусского государственного университета (г. Минск, Беларусь).

Рыночные силы спроса и предложения

Для описания функциональных выражений рыночных сил и на их основе экономико-математической модели рыночного равновесия будем использовать следующие обозначения:

p – текущая цена единицы товара;

p^0 – равновесная цена товара;

p^* – нижнее пороговое значение цены товара, меньше которой продавец не может предлагать товар на продажу;

p^{**} – верхнее потолочное значение цены товара, больше которого покупатели отказываются приобретать предлагаемый товар.

Для обоснования модели, определяющей формулу равновесной цены, необходимо прийти к пониманию того, каким образом в результате взаимодействия решений индивидуальных участников рынка пробуждаются рыночные силы, заставляющие цены изменяться.

Предлагается следующий ход рассуждений. Пусть F_d и F_s обозначают функции экономических сил соответственно для агрегированного действия покупателей и для продавца. С экономической точки зрения важное требование к таким функциям состоит в отражении закона спроса, а именно принципа обратной зависимости между величиной покупательского спроса и ценой на этот товар. Кроме того, при выводе явных формул необходимо учитывать, что экономические силы, с одной стороны, определяют действия покупателей и продавца в своем обоюдном движении прийти к согласию, а с другой стороны, они отражают тот факт, что оба агента отвергают заведомо неприемлемые решения, которые не устраивают каждого из них в акте купли-продажи. Математическая формализация каждой из функций сил F_d и F_s имеет свои независимые аргументы, характеризующие соответственно спрос и предложение. Для построения явного выражения функции силы опишем основные аргументы потребителей в предстоящей дискуссии о договорной цене на предполагаемую покупку блага. С этой целью обратим внимание на важные свойства.

Во-первых, в приобретении товара или оказываемой услуги для покупателей есте-

ственно желание уплатить «по минимуму», поэтому они стараются как можно дальше «сместиться» вниз от заведомо неприемлемой цены $p = p^{**}$. Следовательно, совокупные действия потребителей, связанные с желанием прийти к согласию на рынке, формируют экономическую силу, которая должна быть обратно пропорциональной разности $p^{**} - p$.

Во-вторых, величина активных усилий потребителей должна быть тем больше, чем больше они рискуют, т. е. чем большую прогнозируемую цену p они должны уплатить в предстоящей сделке.

В-третьих, изложенные выше соображения точно так же объясняют тот факт, что формируемая покупателями экономическая сила в договорной сделке пропорциональна потолочной для них цене p^{**} .

В-четвертых, активность потребителей, как известно, прямо связано с эластичностью спроса по цене, поэтому абсолютная величина функции силы должна отражать пропорциональную зависимость от ценовой эластичности потребителя.

Учитывая отмеченные обстоятельства, можно представить экономическую силу покупателей как функцию F_d , выраженную следующей формулой:

$$F_d(p^{**}, p) = -k \frac{e_d p^{**} p}{p^{**} - p}, k > 0, \quad (1)$$

где e_d – абсолютная величина коэффициента эластичности спроса по цене, а $k > 0$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от конъюнктуры рынка или специфики реализуемого товара или услуги. Функция $F_d(p^{**}, p)$ имеет физическую размерность цены товара или услуги, и она отрицательна, что означает общую (агрегированную) направленность экономической силы потребителей на снижение цены.

Замечание 1. А. Согласно предложенной формуле рыночной силы (1), при $e_d > 0$ имеет место следующее предельное свойство:

$$F_d(p^{**}, p) \rightarrow -\infty, \text{ если } p \rightarrow p^{**} - 0.$$

Естественно, рыночная сила не может принимать бесконечное значение. Наличие такого предела связано с допусаемым де-

фектом использованного математического формализма. Приемлемое объяснение этой аномалии состоит в том, что приближение к потолочному для покупателя значению цены заставляет его бороться всеми доступными средствами с безысходно обреченным и достаточно высоким уровнем цены, т. е. максимально задействовать имеющийся в его распоряжении потенциал. При этом ясно, что часть таких покупателей будет уходить с рынка без удовлетворения своих желаний. Более того, если навязываемое равновесие со стороны продавца удовлетворяет неравенству $p^0 \geq p^{**}$, то согласно математической модели рыночной силы (1) ни один из покупателей не сможет приобрести товар.

В. В предлагаемую модель равновесия в отличие от традиционно используемых моделей (Долан, Линсей, 1992; Gandolfo, 1991) не входит параметр объема продаж.

Точно так же, как ранее, можно ввести в рассмотрение понятие экономической силы продавца, который целенаправленно учитывает опасную для него ситуацию, а именно приближение текущей цены к нижнему, пороговому значению p^* (угроза разорения). Такой факт можно учесть, предполагая обратную зависимость силы F_s от разности $p - p^*$. Кроме того, естественно также считать, что экономическая сила продавца зависит от эластичности предложения, текущей цены для торгова и от величины p^* , отражающей осуществленные издержки. Таким образом, функцию силы можно представить следующей формулой:

$$F_s(p^*, p) = k \frac{e_s p^* p}{p - p^*}, k > 0. \quad (2)$$

Здесь e_s – абсолютная величина коэффициента эластичности предложения по цене, а $k > 0$ – коэффициент пропорциональности, зависящий, как и в формуле (1), от рассматриваемого рынка.

Замечание 2. Согласно предложенной формуле рыночной силы (3), при $e_s > 0$ имеем предел:

$$F_s(p^*, p) \rightarrow +\infty, \text{ если } p \rightarrow p^* + 0.$$

Из экономических соображений следует, что рыночная сила продавца не может принимать бесконечное значение. Однако такое свойство допускается предлагаемым математическим формализмом. Оно соответствует лишь тому факту, что приближение к пороговому значению цены для продавца заставляет его бороться всеми доступными средствами с безысходно обреченным и достаточно низким уровнем цены с использованием всех доступных способов борьбы. При этом ясно, что часть таких продавцов будет разоряться и уходить с рынка. Более того, если навязываемое равновесие со стороны покупателей удовлетворяет неравенству $p^0 \leq p^*$, то, согласно математической модели рыночной силы (3), ни один из продавцов не имеет желания реализовывать свой товар.

Замечание 3. В действительности каждая из описанных экономических сил может зависеть и от других параметров, соответствующих различным и важным экономическим эффектам микроэкономики, в том числе упомянутый выше параметр величины объемов продаж. Предложенная модель позволяет учитывать и эти зависимости при определенном подходе введения адекватных параметров в функциональное выражение экономической силы.

Формула равновесия

В работе (Калитин, Безрук, 2009. С. 61–70) равновесие рынка находится из равенства абсолютных величин экономических сил (1) и (2). Воспользуемся такой же идеей, но внесем изменения в формулы сил, соответствующие наблюдаемому эффекту конкуренции на рынке, описанному выше.

Если принять указанные выше математические формулы сил (1) и (2) для выражения величин конкретных действий двух основных агентов рыночных отношений, то естественно, что равновесие, т. е. полное совпадение планов обоих агентов, наступает при условии равенства абсолютных величин этих экономических сил. Поэтому приходим к следующему уравнению для нахождения равновесной цены $p = p^*$:

$$\frac{e_d p^{**} p}{p^{**} - p} = \frac{e_s p^* p}{p - p^*} \quad (3)$$

при условии, что

$$p^* < p < p^{**}. \quad (4)$$

Решая уравнение (3), находим выражение для экономического равновесия в виде

$$p^0 = \frac{p^* p^{**} (e_s + e_d)}{e_s p^* + e_d p^{**}}, \quad (5)$$

определенное соотношением (4), т. е. равновесие принадлежит интервалу допустимых цен рынка.

Конкуренция и эластичность

Одним из важнейших признаков не монопольного рынка является конкуренция как форма взаимного соперничества субъектов рынка и механизм регулирования общественного производства, конкуренция как общественная форма столкновения субъектов рыночного хозяйства в процессе реализации их индивидуальных экономических интересов.

Не менее важным в оценке характеристики функционирования товарных рынков является понятие ценовых эластичностей спроса и предложения. В качестве основных факторов, определяющих эластичность спроса, выступают имеющиеся товары-заменители и их доступность, что напрямую зависит от наличия или отсутствия конкуренции на рассматриваемом рынке. Другими словами, если не существует хороших заменителей какого-либо товара (ситуация с отсутствием конкуренции), то риск снижения спроса из-за появления его аналогов минимален, следовательно, спрос неэластичен. Обратное с полной уверенностью сложно обосновать. Однако есть множество примеров, когда спрос на блага, для которых имеются готовые товары-заменители, более эластичен, чем на блага, не имеющие заменителей. Для указанных типов торговой ситуации существует прямая зависимость между эластичностью спроса по цене и конкуренцией на рынке. Мы будем изучать именно такой рынок.

С другой стороны, конкуренция – это борьба и между производителями за получение дополнительной прибыли, причем уровень конкуренции напрямую зависит от количества продавцов на рынке. Так, совершенная конкуренция означает состояние экономической системы, при котором влияние каждого участника экономического процесса на общую ситуацию конкурентной борьбы настолько мало (менее 1%), что им можно пренебречь. При несовершенной конкуренции возможен контроль над определенной долей рынка, следовательно, отдельные участники рыночного предложения могут в какой-то мере влиять на конкуренцию между продавцами и тем самым поддерживать эластичность своего предложения на значимом уровне. Таким образом, чем выше уровень конкуренции между продавцами на рынке, тем ниже эластичность предложения, поскольку чем больше производителей на рынке, тем больше вероятность того, что они не будут реагировать увеличением выпуска продукции на рост цены. И наоборот – в ситуации с монополистическим или олигополистическим рынками производителю выгодно реагировать увеличением предложения на рост цены, поэтому и происходит существенное повышение эластичности предложения. Как видим, зависимость между уровнем конкуренции на рынке и эластичностью предложения является обратно пропорциональной.

Поставим цель исследовать влияние изменений уровня конкуренции на механизм становления цены между покупателем и продавцом. Для решения этой задачи скорректируем выражение для равновесной цены p^0 . Это можно сделать следующим образом. Согласно отмеченным положениям экономической теории, наличие конкуренции на рынке соответствует росту модуля коэффициента ценовой эластичности спроса e_d и уменьшению модуля коэффициента ценовой эластичности предложения e_s . Поэтому разумно предположить, что уровень конкурентной борьбы на рынке товаров или услуг отражает характеристику, выраженную отношением величин $c = e_d/e_s$. Следовательно, учет уровня конкуренции можно осуществить путем введения параметра c в формулу равнове-

сия (5). Действительно, преобразуем эту формулу, приведя ее к виду

$$p^0 = \frac{p^* p^{**} (1 + e_d / e_s)}{p^* + p^{**} e_d / e_s}, e_s > 0.$$

Тогда искомое выражение равновесной цены рынка принимает следующую форму:

$$p^0(c) = \frac{p^* p^{**} (1 + c)}{p^* + c p^{**}}, \quad (6)$$

где коэффициент уровня конкуренции входит явным образом в выражение для равновесия.

Таким образом, формула (6) представляет зависимость равновесия p^0 от параметра $c > 0$ (уровня конкуренции на рынке) и границ интервала допустимых цен p^* и p^{**} . Исследуем поочередно свойства функции (6).

Зависимость равновесия от уровня конкуренции

Свойства функции $p^0(c)$. Для исследования функциональных свойств равновесия в зависимости от конкуренции преобразуем формулу (6) следующим образом:

$$p^0(c) = p^* \left(1 + \frac{P}{p^* + c p^{**}} \right), \quad (7)$$

где положено $P = p^{**} - p^*$ (длина интервала допустимых цен $p^* < p < p^{**}$).

Отсюда на основании неравенств (4) видно, что равновесие p^0 является убывающей функцией уровня конкуренции c . И поскольку вторая производная по переменной положительная, то такая зависимость представляется выпуклой функцией. Кроме того, несложные вычисления дают следующие предельные соотношения:

$$p^0(c)|_{c=0} = p^{**}, \quad \lim_{c \rightarrow +\infty} p^0(c) = p^*. \quad (8)$$

На основании отмеченных свойств функции $p^0 = p^0(c)$, согласно формулам (7) и (8), изображена схема ее графика (рис. 1). Линия графика представляет некоторую часть гиперболы, определяемую экономическими условиями модели.

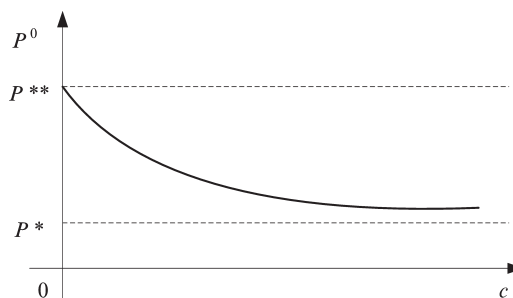


Рис. 1. Зависимость равновесия p^0 от уровня конкуренции c

В соответствии с графиком, при увеличении эффекта конкуренции, т. е. когда $c \rightarrow +\infty$ (рынок типа «совершенная конкуренция»), равновесие устанавливается ближе к нижнему пороговому значению интервала допустимых цен. Это объясняет относительно низкие доходы продавцов на рынке такого типа. И наоборот – если имеем монопольный рынок ($c \rightarrow 0$), то равновесная цена устанавливается ближе к верхнему потолочному значению интервала допустимых цен. Очевидно, что промежуточные значения $0 < c < +\infty$ соответствуют рынкам типа олигополии, монополистической конкуренции и др. Таким образом, параметр c отражает характеристики практически всех типов рыночных структур.

Эластичность равновесия по параметру c . Воспользуемся общепринятым в экономике способом вычисления эластичности $E(p^0(c))$ для непрерывно дифференцируемой функции $p^0(c)$, определяемой равенством (6). Тогда можем записать:

$$\begin{aligned} E(p^0(c)) &= \frac{c}{p^0(c)} \frac{dp^0(c)}{dc} = \frac{c(p^* - p^{**})}{(1+c)(p^* + c p^{**})} = \\ &= -\frac{cP}{(1+c)(p^* + c p^{**})}, \quad c \geq 0. \end{aligned}$$

Эта функция неположительная и представима в виде произведения дробей $\frac{c}{1+c}$ и $\frac{P}{p^* + c p^{**}}$, которые не отрицательны и не превосходят единицы при любом $c \geq 0$. С учетом отрицательного знака перед дробью получим $-1 \leq E(p^0(c)) \leq 0$ для всех $c \geq 0$. Таким образом, равновесие неэластично относительно параметра c .

Вычисляя производную функции $E(p^0(c))$, получим:

$$\frac{dE(p^0(c))}{dc} = -\frac{P(p^* - c^2 p^{**})}{(1+c)^2 (p^* + c p^{**})^2}.$$

Анализ этого выражения показывает, что функция $E(p^0(c))$ обладает глобальным минимумом на полуинтервале $c \geq 0$ в точке

$$c_- = \sqrt{\frac{p^*}{p^{**}}} < 1.$$

Согласно принятым обозначениям, эта точка соответствует неравенству $e_d < e_s$, т. е. в точке экстремума модуль коэффициента ценовой эластичности спроса строго меньше модуля коэффициента ценовой эластичности предложения.

Схема графика функции $E(p^0(c))$ представлена на рис. 2.

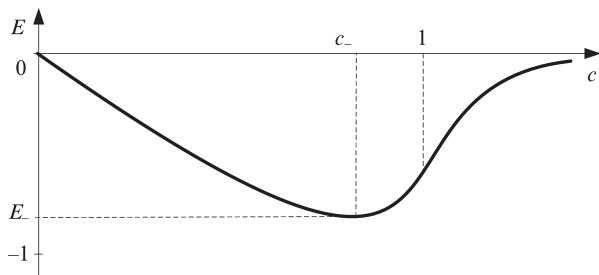


Рис. 2. Схема графика функции эластичности $E = E(p^0(c))$

Здесь положено $E_- = E(p^0(c_-))$. Поведение функции $E(p^0(c))$ на графике показывает, что эффект воздействия конкуренции на величину экономического равновесия возрастает, начиная с нулевой отметки $c = 0$. При этом максимальный эффект наличия рыночной конкуренции достигается при значении $c = c_- < 1$, которое зависит от границ интервала допустимых цен. С ростом конкуренции (числа товаров-заменителей) эффект ее действия на рынке затухает при $c > c_-$.

Зависимость от границ интервала допустимых цен

Преобразуем формулу (6), записав ее в виде функций $p^0(p^*)$ и $p^0(p^{**})$ зависимости соответственно от параметров нижней

пороговой границы p^* и верхней потолочной границы p^{**} интервала допустимых цен. Тогда получим следующие выражения:

$$p^0(p^*) = \frac{p^{**}(1+c)}{1+c p^{**}/p^*}, p^0(p^{**}) = \frac{p^*(1+c)}{p^*/p^{**} + c}. \quad (9)$$

Из формул (9) видим, что равновесие p^0 является возрастающей функцией параметров p^* и p^{**} , причем первая из функций определена для значений p^* из интервала $0 < p^* < p^{**}$ а вторая — для значений p^{**} , подчиненных неравенству $p^{**} > p^*$. Справедливы следующие условия:

$$\lim_{p^* \rightarrow 0} p^0(p^*) = 0, p^0(p^*)|_{p^*=p^{**}} = p^{**};$$

$$p^0(p^{**})|_{p^{**}=p^*} = p^*, \lim_{p^{**} \rightarrow +\infty} p^0(p^{**}) = \frac{p^*(1+c)}{c}.$$

Кроме того, нетрудно проверить, что вторые производные функций (9) отрицательны при $p^* > 0$ и $p^{**} > 0$. Следовательно, обе функции являются вогнутыми. Пользуясь формулами (9), можно изобразить схемы графиков двух функций $p^0 = p^0(p^*)$ и $p^0 = p^0(p^{**})$ (рис. 3).

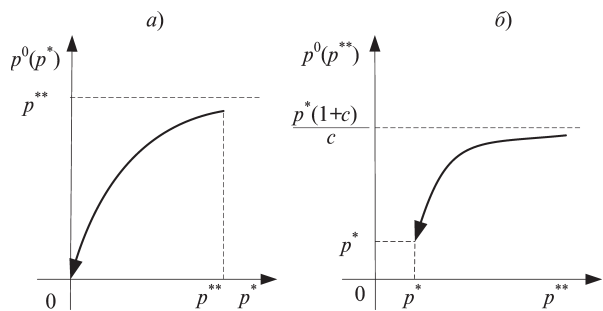


Рис. 3. Зависимость равновесия p^0 : а) от величины p^* ; б) от величины p^{**}

Эластичность равновесия по параметрам p^* и p^{} .** Исследуем эластичность равновесия относительно каждой из границ интервала допустимых цен. Положим $x = p^*$, тогда для первого из равенств (9) получим функцию

$$p^0(x) = \frac{p^{**}(1+c)}{1+c p^{**}/x}, 0 < x < p^0.$$

Вычисляя эластичность равновесия $p^0(x)$ в зависимости от x , после необходимых преобразований получим:

$$E(p^0(x)) = \frac{cp^{**}}{x + cp^{**}} < 1.$$

Положим теперь $y = p^{**}$, тогда для второго из равенств (9) получим функцию

$$p^0(y) = \frac{p^*(1+c)}{p^*/y + c}, \quad y > p^0.$$

Здесь эластичность $E(p^0)$ равновесия по отношению к y представляется следующим выражением:

$$E(p^0(y)) = \frac{p^*}{p^* + cy} < 1.$$

Таким образом, доказаны неравенства $0 < E(p^0(x)) < 1$ и $0 < E(p^0(y)) < 1$.

Графики функций $E(p^0(x))$ и $E(p^0(y))$ схематично изображены на рис. 4.

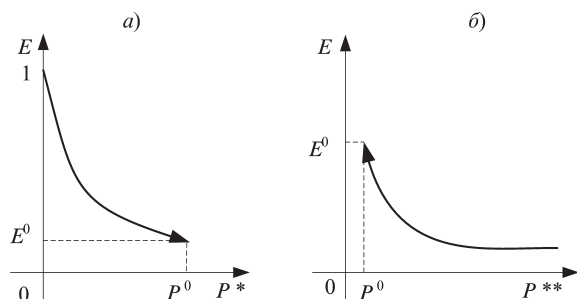


Рис. 4. Схемы графиков функций эластичности: а) для $E = E(p^0(p^*))$; б) для $E = E(p^0(p^{**}))$

Случай неограниченных финансовых возможностей покупателя

Рассмотрим ситуацию, когда потребитель не ограничен в средствах, т. е. количество денег, выделяемое на покупку товара, не определено заранее и не лимитировано. Формально это соответствует тому, что $p^{**} = +\infty$. Однако такое предположение не может соответствовать математической замене в вышеизложенных рассуждениях параметра p^{**} символом $+\infty$. Обычный прием в таких случаях – все рассуждения рассматривать как предельные при $p^{**} \rightarrow +\infty$, что мы и сделаем.

Свойства функции $p^0(c)$. Как указано выше, исходя из второй функции (9), мы можем выписать предельное условие для равновесной цены:

$$p^0(p^{**}) \Big|_{p^{**}=p^*} = p^*, \quad \lim_{p^{**} \rightarrow +\infty} p^0(p^{**}) = \frac{p^*(1+c)}{c}. \quad (10)$$

При этом имеют место следующие предельные соотношения:

$$\lim_{c \rightarrow 0} p^0(c) = +\infty, \quad \lim_{c \rightarrow +\infty} p^0(c) = p^*. \quad (11)$$

Принимая во внимание свойства (11) функции $p^0 = p^0(c)$, определяемой формулой (10), можно представить линию графика (рис. 5). Она является некоторой частью гиперболы.

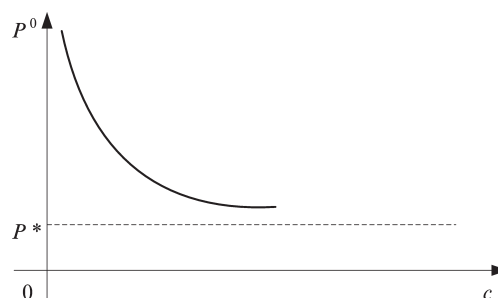


Рис. 5. Зависимость равновесия p^0 от уровня конкуренции c при условии $p^{**} \rightarrow +\infty$

График показывает, что при приближении рынка к типу «совершенная конкуренция» ($c \rightarrow +\infty$) равновесие стремится к нижнему пороговому значению интервала допустимых цен. Согласно модели, в случае приближения к монопольному рынку ($c \rightarrow 0$) равновесная цена не имеет ограничений. Естественно, в реальной жизни ограничение сверху будет присутствовать и продиктовано экономическими, социальными и другими соображениями правильного регулирования рынка.

Эластичность равновесия по параметру c . Для исследования эластичности равновесия $E(p^0(c))$ относительно уровня конкуренции c произведем необходимые вычисления по известной формуле:

$$E(p^0(c)) = -\frac{c}{p^* \left(1 + \frac{1}{c}\right)} \frac{p^*}{c^2} = -\frac{1}{1+c}, \quad c \geq 0.$$

Очевидно, что функция неположительная, при этом дробь $\frac{1}{1+c}$ всегда меньше либо равна единице. Из этого вытекает, что $-1 \leq E(p^0(c)) < 0, \forall c \geq 0$. Таким образом, равновесие неэластично относительно параметра c .

Производная $E(p^0(c))$ представлена функцией

$$\frac{dE(p^0(c))}{dc} = \frac{1}{(1+c)^2} \quad (12)$$

и положительна. Следовательно, функция эластичности $E(p^0(c))$ является возрастающей. Ее вторая производная отрицательна, а значит, такая функция – вогнутая. Кроме того, имеем следующие соотношения:

$$E(p^0(0)) = -1, \lim_{c \rightarrow +\infty} E(p^0(c)) = 0. \quad (13)$$

В соответствии с установленными свойствами (12) и (13) схема графика функции $E(p^0(c))$ изображена на рис. 6.

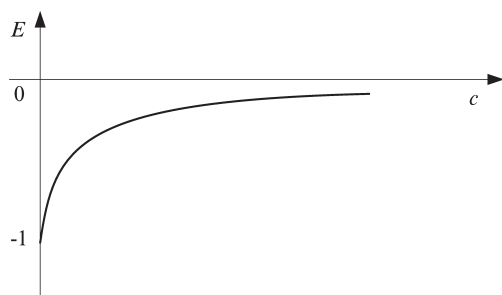


Рис. 6. Схема графика функции эластичности $E = E(p^0(c))$

Поведение функции $E(p^0(c))$ на графике показывает, что эффект воздействия конкуренции на величину экономического равновесия монотонно падает, начиная с нулевой отметки $c = 0$, где она равна единице. С ростом конкуренции (числа товаров-заменителей) эффект ее действия затухает.

Зависимость от нижней границы интервала допустимых цен. Из формулы (10) видим, что равновесие p^0 является линейной возрастающей функцией параметра p^* :

$$p^0(p^*) = p^* \left(1 + \frac{1}{c} \right), 0 < p^* < +\infty.$$

Коэффициент углового наклона определяется отношением $(1+c)/c$, которое больше единицы. Схема ее графика представлена на рис. 7.

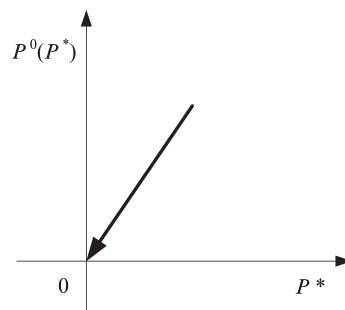


Рис. 7. Зависимость равновесия p^0 от величины p^*

Эластичность равновесия по параметру p^* . Исследуем эластичность равновесия относительно нижней границы интервала допустимых цен. Стандартные вычисления показывают, что по формуле (9) эластичность равновесия $p^0(p^*)$ в зависимости от p^* принимает вид $E(p^0(p^*)) = 1$

* * *

Построение и анализ модели взаимодействия экономических сил спроса и предложения с целью установления равновесия осуществляется на заранее заданном интервале допустимых цен $p^* < p < p^{**}$. Выражение для формулы равновесия (5) преобразуется с учетом коэффициента конкуренции рынка $c = e_d/e_s$. Проанализирована модифицированная формула экономического равновесия рынка (6) на основе использования явных функциональных выражений агрегированных рыночных сил покупателей и продавца соответственно. Формула (6) позволяет получить характеристики поведения потребителей и продавца с учетом конкуренции, связанной с определенным объемом товаров-заменителей. По результатам исследования можно отметить следующие свойства.

1. Равновесная цена p^0 , как функция уровня конкуренции c , снижается с ростом параметра c , т. е. с увеличением конкуренции на рынке равновесная цена уменьшается. Зависимость $p^0 = p^0(c)$ является убывающей выпуклой функцией.

2. Экономическое равновесие неэластично относительно параметра c .

3. Функция эластичности $E(p^0(c))$ равновесия p^0 по параметру отрицательна, обладает глобальным минимумом и исчезает с неограниченным ростом c .

4. Экономическое равновесие p^0 является возрастающей вогнутой функцией параметров p^* и p^{**} допустимого интервала цен $p^* < p < p^{**}$ и неэластично по этим параметрам границ.

5. Функции эластичностей $E(p^0(p^*))$ и $E(p^0(p^{**}))$ равновесия p^0 соответственно по параметрам p^* и p^{**} являются строго убывающими и выпуклыми.

В случае неограниченных финансовых возможностей покупателя (при $p^{**} \rightarrow +\infty$) ситуация несколько меняется, и формула экономического равновесия рынка преобразуется в выражение (10). При этом равновесие p^0 сохраняет свои свойства зависимостей от параметров модели, за исключением свойства функции эластичности $E(p^0(p^*))$, которая в данном случае тождественна единичной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

Богачев С.П. 2006. Разработка основ кибернетической теории рынка. *Аудит и финансовый анализ*. № 3. С. 233–243. [Bogachev S.P. 2006. Development of bases of cybernetic theory of the market. *Audit i finansovyy analiz*. No 3. PP. 233–243. (In Russ.)]

Долан Э.Дж., Линсдей Д. 1992. *Рынок: микроэкономическая модель*. Санкт-Петербург. 496 с. [Dolan E.J., Linsdei D. 1992. *Market: microeconomic model*. Sankt-Peterburg. 496 с. (In Russ.)]

Калитин Б.С. 2008. О рыночном равновесии. *Экономика и управление*. № 3(15). С. 24–28. [Kalitin B.S. 2008. About the market equilibrium. *Ekonomika i upravlenie*. No 3(15). PP. 24–28. (In Russ.)]

Калитин Б.С. 2012. *Устойчивость равновесия конкурентного рынка. Динамическая модель рынка*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing. 168 с. [Kalitin B.S. 2012. *Equilibrium stability of a competitive market. Dynamic model of the market*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing. 168 p. (In Russ.)]

Калитин Б.С., Безрук В.В. 2009. Модель первого порядка монопольного рынка. *Труды Института математики*. № 1. С. 61–70. [Kalitin B.S., Bezruk V.V. 2009. The model of the first order of the monopoly market. *Trudy Instituta matematiki*. No 1. PP. 61–70. (In Russ.)]

Поддубный В.В. 2004. Оптимальная стабилизация рынка, описываемого модифицированной моделью Вальраса-Маршалла. *Обработка данных и управление в сложных системах*. Вып. 6. Томск: Издательство Томского университета. С. 81–88. [Poddubnyi V.V. 2004. The optimum stabilization of the market which is described by the modified model of Walras-Marshall. *Obrabotka dannykh i upravlenie v slozhnykh sistemakh*. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo universiteta. Iss. 6. PP. 81–88. (In Russ.)]

Поддубный В.В. 2005. Оптимальная стабилизация рынка, описываемого модифицированной динамической моделью Вальраса-Маршалла в пространстве переменных «предложение – цена – спрос». *Обработка данных и управление в сложных системах*. Вып. 7. Томск: Издательство Томского университета. С. 80–89. [Poddubnyi V.V. 2005. The optimum stabilization of the market which is described by the modified dynamic model of Walras-Marshall in the space of the variables «supply – price – demand». *Obrabotka dannykh i upravlenie v slozhnykh sistemakh*. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo universiteta. Iss. 7. PP. 80–89. (In Russ.)]

Gandolfo G. 1991. Economic Dynamics: Method and Model. *Advanced Textbooks in Economics*. Vol. 16. North-Holland. 498 p.

MATHEMATICAL MODEL OF ECONOMIC DEVELOPMENT WITH CONSIDERATION OF COMPETITION IN MARKET ECONOMY

Boris Kalitin¹, Marina Kuzmich¹

Authors affiliation: ¹Belarusian State University (Minsk, Belarus).

Corresponding author: Marina Kuzmich (mkuzmich.bsu@gmail.com).

ABSTRACT. The article substantiates the formula of the market's economic equilibrium given its dependence on the competition level which corresponds to the volume of interchangeable goods or services. Studied is the range of changing the equilibrium price as a function of the competition factor, as well as the expenditures on the part of the customer and the seller. Researched is the elasticity of different types of equilibrium. The identified regularities of the equilibrium dynamics by each of the parameters enable to mathematically substantiate the respective phenomena of the market phenomena.

KEYWORDS: market, price elasticity, competition, economic equilibrium.

JEL-code: C02, C62.

Received 8.06.2016

