ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛОВ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ ФАКТОРОВ ПРОИЗВОДСТВА

http://edoc.bseu.by

Н.В. Бокша

Белорусский государственный экономический университет
Пинский филиал БГЭУ

Для осуществления производственной деятельности предприятию необходимы факторы производства, основными из которых является труд, капитал, земля. Объем произведенной продукции зависит не только от количества используемых факторов, но и от той комбинации, в которой они применяются. Это значит, что возможна определенная взаимозаменяемость этих факторов. При выборе эффективного способа производства в краткосрочном периоде предприятию приходится определять возможности замены одного фактора другим. При этом условии следует рассчитать замещение одного ресурса другим в расчете на единицу данного фактора, при котором объем производства остается без изменения. Рассмотрим взаимозаменяемость факторов производства на примере сельскохозяйственных предприятий Белорусского Полесья.

При выборе формы связи между факторами производства исходим из следующих логико-теоретических соображений: рост обеспеченности предприятий основными производственными фондами и увеличение затрат труда в расчете на 100 га сельскохозяйственных угодий являются предпосылками повышения производительности труда. Поэтому теоретический выход продукции в расчете на 100 га сельскохозяйственных угодий не должен быть максимальным при увеличении этих затрат. Этому условию соответствует степенная функция:

$$Y = a0x1a1x2a2x3a3,$$

где Y – объем производства продукции в расчете на 100 га сельхозугодий (тыс. ден. ед.);

x1 – стоимость основных производственных фондов на 100 га сельхозугодий (тыс. ден. ед.);

x2 – затраты труда на 100 га сельхозугодий (тыс. чел.-ч.);

x3 – площадь обработки (сотен гектаров);

a1, a2 , a3, - коэффициенты изменения переменной величины x.

В результате обработки данных по хозяйствам Белорусского Полесья была получена эмпирическая зависимость следующего вида:

$$Y = 2{,}896\ x1^{0{,}3828} x2^{0{,}2641} x3^{0{,}0483} \qquad (1)$$

Коэффициенты регрессии всех трех фактов положительны, это значит, что увеличение каждого из них ведет к росту выхода продукции на 100 га угодий. Данный вывод соответствует логическим и теоретическим предположениям о направлении влияния рассматриваемых факторов и еще раз подтверждает пригодность избранной модели.

На основе регрессионного уравнения получены расчетные значения (Yp) при разных сочетаниях анализируемых факторов x1 и x 2 и фиксированном x3. Эти данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Предполагаемый выход валовой продукции на 100 га сельскохозяйственных угодий (тыс. ден. ед.)

Стоимость основных фондов с/х назначения в расчёте на 100 га с/х угодий, тыс. ден. ед.	Затраты труда на 100 га с/х угодий , тыс. чел.-час.				
	15	20	25	30	35
При обрабатываемой площади x3 = 40 (4 тыс.га)					
30	26,0	28,1	29,8	31,2	32,5
50	31,6	34,1	36,2	38,0	39,6
70	35,9	38,8	41,2	43,2	45,0
90	39,6	42,7	45,3	47,5	49,5
110	42,8	46,2	48,9	51,4	53,5
При обрабатывасмой площади x4 = 50 (5 тыс.га)					
30	26,3	28,4	30,1	31,6	32,9
50	31,9	34,5	36,6	38,4	40,0
70	36,4	39,2	41,6	43,7	45,5
90	40,0	43,2	45,8	48,1	50,1
110	43,2	46,7	49,5	51,9	54,1

Из расчётных данных табл.1 видно, что при сопоставлении результативного фактора (Yp) и фиксированной обрабатываемой площади (x3 = 40 и 50 сотен га.) с одинаковыми значениями двух других выделенных факторов (x1 и x2) влияние используемой площади на выход сельскохозяйственной продукции в расчёте на 100 га в данном случае незначительно. С повышением стоимости основных фондов сельскохозяйственного назначения с 30 до 50 тыс. ден. ед. в расчёте на 100 га с/х угодий выход валовой продукции возрастает на 21,6-21,8 %, а при увеличении трудовых затрат с 15 до 25 тыс. чел.-час. – на 14-15%. При этом необходимо учитывать, что мы рассматриваем не зависимость общего объема продукции от площади обрабатываемой земли, а зависимость выхода продукции на 100 га земли от уровня фонда обеспеченности и затрат труда.

Таким образом, заменяемость земли основными фондами и трудовы-

ми ресурсами означает, что один и тот же объем продукции может быть получен за счет разного сочетания факторов производства.

В результате математической обработки фактических данных были получены абсолютные приросты переменного результативного фактора Y на основании взятия частных производных от производственной функции по выделенным факторам

Полученные уравнения этих производных, отражающие величину дополнительных факторов, имеют следующий вид:

dy/dx1=1,1085*x1-0,6172*x20,2641*x30,0483 (2)

dy/dx2=07648*x10,3828*x2-0,7359*x30,0483 (3)

dy/dx3=1,1085*x10,3828*x20,2641*x3-0,9517 (4)

Из приведенных уравнений следует, что дополнительный размер каждого выделенного фактора зависит как от величины других факторов, так и от самого анализируемого фактора (таблица 2).

Таблица 2

Прирост выхода валовой продукции в результате повышения стоимости основных фондов (x1) при различных значениях (x2) и (x3) (в расчете на 100га сельхозугодий, тыс. ден. ед.)

$x_1 \backslash x_2$	15	20	25	30	35
При площади x3=40					
30	0,32	0,34	0,37	0,38	0,40
50	0,23	0,25	0,27	0,28	0,29
70	0,19	0,20	0,22	0,23	0,24
90	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20
110	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18
При площади x3=50					
30	0,33	0,35	0,37	0,39	0,41
50	0,24	0,26	0,27	0,28	0,30
70	0,19	0,21	0,22	0,23	0,24
90	0,16	0,18	0,19	0,20	0,20
110	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18

В данном случае необходимо учитывать, что основные фонды в процессе производства используются длительное время (тракторы 7 – 8 лет, здания – от 25 до 50 лет и более и т.д.), поэтому капиталовложения в основные фонды в анализируемой совокупности хозяйств могут оказаться более эффективными при их рациональном использовании.

Аналогичные закономерности наблюдаются и при изменении затрат живого труда в процессе производства сельскохозяйственной продукции в хозяйствах Белорусского Полесья (таблица 3).

Данные таблицы 3 показывают, что дополнительный выход продук-

ции растет при небольших затратах труда и уменьшается с их увеличением. При любой фондооснащенности (x1) рост затрат труда от 15 до 20 тыс. чел.-ч. в расчете на 100 га сопровождается снижением валовой продукции на 18.9-20.3 %.

Таблица 3

Дополнительный выход продукции на 100 га сельскохозяйственных угодий при увеличении затрат труда на 100 га (x2) с изменением значения (x1) и постоянной величине x3 = 50 (5 тыс. га)

Затраты труда на 100 га сельскохозяйственных угодий, тыс. чел.-ч. (x_2)	Стоимость основных производственных фондов на 100 га сельскохозяйственных угодий, тыс.ден.ед. (x_1)				
	30	50	70	90	110
15	0,45	0,55	0,62	0,69	0,74
20	0,36	0,44	0,50	0,55	0,60
25	0,31	0,37	0,43	0,49	0,51
30	0,27	0,33	0,37	0,41	0,44
25	0,24	0,29	0,33	0,37	0,39

При этом увеличение x1 с одного уровня до другого сопровождается ростом $\frac{\partial y}{\partial x_2}$. Так, прирост (x1) с 30 до 50 тыс. ден. ед. при каждом (x2) увеличивает дополнительный продукт этого фактора примерно на 20.8 – 22.2 %, а при x1 с 50 до 70 тыс. ден. ед. – примерно на 12.7 – 13.8 % . Отмеченное постоянство изменения дополнительных продуктов объясняется принятой формой связи, при которой коэффициенты регрессии являются также коэффициентами эластичности *y* относительно соответствующих факторов.

Как видно из уравнений дополнительных продуктов (2– 4), эти показатели также выражаются в виде степенных функций, то есть имеют постоянные коэффициенты эластичности. Факторы, входящие в уравнение регрессии (1), имеют следующие коэффициенты эластичности:

$$Эx1 = 0{,}3828; Эx2 = 0{,}2641; Эx1 = 0{,}0483.$$

Полученные коэффициенты эластичности показывают: на сколько процентов в среднем изменяется результативный показатель при изменении фактора на 1% при фиксированном уровне других анализируемых факторов.

Сопоставление коэффициентов эластичности исследуемых факторов показывает, что наибольший эффект в изучаемой совокупности дает увеличение стоимости основных фондов (в расчете на 100 га с/х угодий). При-

рост этого фактора на 1% (при постоянном значении двух других факторов) увеличивает выход продукции в среднем более чем на 0,38%, тогда как прирост затрат труда – лишь на 0,26%. Принято считать, что если сумма полученных коэффициентов эластичности больше единицы, то результативный признак меняется быстрее, чем суммарное процентное изменение факторов, и наоборот:

$$Эх1 + Эх2 + Эх3 = 0{,}3828+0{,}2641+0{,}0483=0{,}6952$$

Таким образом, процентное изменение стоимости валовой продукции на единицу площади измерения медленнее суммарного процентного изменения факторов, принятых в расчете. Теоретические уровни результативного признака, рассчитанные по уравнению регрессии, могут использоваться в процессе анализа и планирования производственной деятельности хозяйств.

Практика показывает, что сельхозпредприятия имеют определенные различия в условиях работы. Поэтому более правильной оценкой деятельности с/х предприятий будет сравнение фактических хозяйственных результатов с показателями, рассчитанными по уравнению регрессии. В то же время отклонения фактических результатов можно рассматривать как:

- отклонения, вызванные отличием производственных условий конкретного предприятия от средних;
- отклонения, обусловленные другими причинами.

Первая часть общего отклонения может быть вызвана объективными условиями, в которых ведет свою производственную деятельность анализируемое сельхозпредприятие (уровень фондооснащенности, обеспеченность трудовыми ресурсами, качественная оценка земли и др.). Она определяется по уравнению регрессии как разность расчетной величины результативного признака (*Y*) и средней по анализируемым предприятиям (*Y*). Вторая часть отклонений условно может быть отнесена за счет организационного уровня ведения сельхозпроизводства. Данное отклонение вычисляется как разность фактической ($Y_ф$) и расчетной величины результативного признака (*Y*) по полученному уравнению регрессии.

Полученные результаты сравниваются со стандартной ошибкой оценки по уравнению. Если фактическая разность ($Y_ф$-) будет иметь отрицательное значение, то на анализируемом предприятии необходимо повысить качество работы руководящих кадров. Если данное отклонение будет положительным, то на предприятии могут быть изысканы элементы передового опыта производственной деятельности.

Вычисленная средневзвешенная величина, характеризующая уровень производства по анализируемой совокупности предприятий (*Y*) равна 37.7

тыс. ден. ед., а величина, рассчитанная по уравнению (*Y*) составила 49.9 тыс. ден. ед.

Фактическая величина выхода валовой продукции в расчете на 100 га сельхозугодий по данному предприятию составила: $Y_i = 53.9$ (тыс. ден. ед.). Отсюда

$$\overline{Y}_x - \overline{Y} = 49.9 - 37.7 = 12.2 \text{ тыс. ден. ед.}$$

$$Y_i - \overline{Y}_{x1} = 53.9 - 49.9 = 4.0 \text{ тыс. ден. ед.}$$

Стандартная ошибка по уравнению регрессии равна 8.7. Это свидетельствует об эффективном использовании основных фондов, трудовых ресурсов и земли.

Значительный интерес представляет изучение полученного регрессионного уравнения с точки зрения определения размера основных фондов при заданном уровне производства валовой продукции и затрат труда. Полученные взаимосвязи при фиксированном значении площади в обработке ($x_3 = 50$) следующие:

$$x_1 = 0{,}039y^{2{,}6123}x_2^{-0{,}6899} \qquad (5)$$

Подставляя в это уравнение значения y, получим уравнения изокванты для этих значений выхода продукции на 100 га сельхозугодий.

Изокванты производственной функции при $x_3 = 40$ и при различных значениях *y* изображены на рис. 1. Расчетные данные для построения карты изоквант представлены в таблице 4.

Изоклиналии, соединяющие точки на изоквантах и имеющие равные предельные нормы замещения, проходят через начало координат. Это означает, что увеличение выхода продукции на 100 га сельхозугодий будет достигаться наиболее экономичным путем при постоянном соотношении значений факторов, т.е. при их увеличении на один и тот же процент (если цены на единицу каждого фактора не изменяются).

Таблица 4

Затраты труда и стоимость основных фондов, обеспечивающие заданный выход продукции (в расчете на 100 га угодий)

Затраты труда на 100 га сельскохозяйственных угодий, тыс. чел.-ч. (x_2)	Расчетная стоимость основных производственных фондов (x_1) для получения валовой продукции на 100 га (тыс.ден.ед.)				
	30	35	40	50	55
15	35,7	53,3	75,6	102,8	173,7
20	30,6	45,7	64,8	88,1	148,9
25	26,9	40,3	57,1	77,7	131,3
30	24,2	36,2	51,4	69,9	118,0
25	22,1	33,1	46,9	63,8	107,7

Как видно из рис. 1 и таблицы 4, при постоянной площади x_3 выход валовой продукции на 100 га угодий может быть достигнут при разном сочетании затрат живого труда и основных фондов. Так, при фондообеспеченности в размере 30 тыс. ден.ед. в расчете на 100 га угодий для получения валовой продукции на сумму 26.9 тыс. ден.ед. на каждые 100 га угодий необходимо затратить 25 тыс. чел. ч. Если фондообеспеченность увеличить до 40 тыс. ден.ед., то для получения валовой продукции на сумму 75.6 тыс. ден.ед. необходимы трудовые затраты в размере 15 тыс. чел.-ч.

Характерной особенностью степенной функции при замене одного фактора другим являются линейные функции этих факторов. Для анализируемой производственной функции уравнения норм замещения следующие

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = -1{,}45\frac{x_2}{x_1} \tag{6}$$

$$\frac{\partial x_3}{\partial x_1} = -7{,}93\frac{x_3}{x_1} \tag{7}$$

$$\frac{\partial x_3}{\partial x_2} = -5{,}47\frac{x_3}{x_2} \tag{8}$$

В таблице 5 представлены результаты, которые исчислены по приведенным уравнениям.

Таблица 5

Коэффициенты замещения затрат труда (x_2) основными фондами (x_1) в расчете на 100 га сельхозугодий ($\frac{\partial x_2}{\partial x_1}$)

x_1 \ x_2	15	20	25	30	35
30	0,73	0,97	1,21	1,45	1,69
50	0,44	0,58	0,73	0,87	1,02
70	0,31	0,41	0,52	0,62	0,73
90	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56
110	0,20	0,26	0,33	0,40	0,46

Из таблицы 5 видно, что с повышением фондообеспеченности предельные нормы замещения затрат живого труда основными фондами снижаются, а с увеличением затрат труда – коэффициенты замещения возрас-

тают. Например, при возрастании фондообеспеченности с 30 до 50 тыс. ден.ед. и затратах труда x2 = 15 тыс. чел.-часов в расчете на 100 га угодий увеличение размера фондов на 20 тыс. ден.ед. заменяет 0,44 человеко-часов затрат труда. В то же время при повышении x1 коэффициенты замещения для основных фондов снижаются, а для x2 – повышаются.

Общий вывод заключается в том, что для увеличения выхода продукции в расчете на единицу площади необходимо в первую очередь повысить оснащённость предприятий основными производственными фондами. Дополнительное приложение труда в данном случае будет менее эффективно. Наряду с этим, затраты труда на единицу площади далеко еще не достигли рационального уровня, поэтому необходимо учитывать эффект и от прироста данного фактора.

---

* Здесь опущен знак минус у коэффициентов замещения.

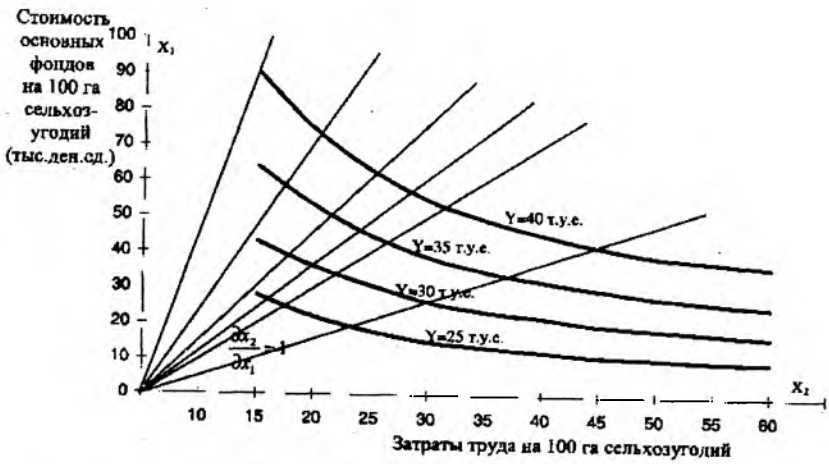

Рис.1. ***Изокванты и изоклиналии производственной функции*** $y=2,896\ x_1^{0,3828}x_2^{0,2641}x_3^{0,0483}$