http://edoc.bseu.by

# НЕКОТОРЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В КУРСАХ МАГИСТРАТУРЫ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

**Яшкин В. И.**, кандидат физ.-мат. наук, доцент

**Барановская С. Н.**, кандидат физ.-мат. наук, доцент

Белорусский государственный университет, Минск

В математических курсах магистратуры экономических специальностей большое внимание уделяется обучению математическому моделированию. Особое значение имеет методология формализации для различных уровней исследования экономических процессов. При решении задач, в которых требуется установить зависимость между переменными величинами, используется аппарат дифференциальных уравнений. Изучение теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка хорошо иллюстрируется построением и анализом моделей эффективности рекламы некоторых услуг при определенном (переходном) состоянии экономики.

***Задача.*** Проводится рекламная компания для реализации некоторой услуги. В начальный момент времени ($t$=0) о данной услуге знает лишь $x_0$ потенциальных покупателей, общее число которых равно $N$. Определить число знающих об услуге (охваченных рекламой) в каждый момент времени $t \in (0,\ T]$.

***Математическая модель.*** Пусть $t$ – время, прошедшее с начала рекламной компании. Формализация (идеализация) процесса основывается на двух следующих предположениях. Во-первых, скорость изменения $\frac{dx(t)}{dt}$ числа потребителей $x(t)$, узнавших об услуге и готовых воспользоваться ею пропорциональна числу $N - x(t)$ потребителей, еще не знающих о ней, с коэффициентом пропорциональности $k(t)$. Функция $k(t)>0$ характерезует интенсивность рекламного механизма за время $T < \infty$ всей рекламной компании. Во-вторых, при нестабильной ситуации в экономике резко возрастает влияние на эффективность рекламы так называемых “бесплатных рекламных агентов”:

узнавшие об услуге потребители каким-либо образом информируют о ней еще не знавших. Предполагается, что скорость $\dfrac{dx(t)}{dt}$ изменяется на величину

$$b(t)\cdot x(t)\cdot\left(N-x(t)\right). \qquad (1)$$

Если в (1) при некоторых $t\in[\tau_1;\tau_2]$ значения $b(t)>0$, то суммарное мнение “рекламных агентов” об услуге положительное; если $b(t)\le 0$, то суммарное мнение “рекламных агентов” – отрицательное.

Таким образом, математической моделью компании по рекламированию данной услуги является задача Коши для уравнения Риккати

$$\frac{dx(t)}{dt}=\left(k(t)+b(t)x(t)\right)\cdot\left(N-x(t)\right), 0<t\le T; \quad x(0)=x_0. \qquad (2)$$

При известном частном решении уравнение Риккати сводится к уравнению Бернулли. В общем случае в квадратурах не решается. Следует обратить внимание на анализ частных решений при различных видах функциональных зависимостей $b(t)$ и $k(t)$ (см., например, [2, гл.1], [3, гл.1]). Интересно рассмотреть случаи, когда $b(t)-k(t)<0$ или $b(t)-k(t)>0$ на $[t_1;t_2]\subset(0;T]$. Применение математических компьютерных систем, например Wolfram Mathematica, уменьшает трудоемкость и увеличивает наглядность такого анализа.

“Добавка” (2) к скорости распространения рекламы теоретически может выражаться некоторым многочленом $P_n(x)$. Решение задачи Коши для уравнения (его частных случаев)

$$\frac{dx(t)}{dt}=\left(k(t)+P_n(x)\right)\cdot\left(\dot{N}-x(t)\right). \qquad (3)$$

должно сопровождаться качественным анализом, построением интегральных кривых при различных значениях параметров задачи, определением гипотетической экономической ситуации, технических средств для информирования потребителей (телефон, компьютерная сеть и т. д.).