

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДОЛГОСРОЧНЫМ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ РАЗВИТИЕМ

Манжинский С.А., аспирант БГТУ

Асанович В.Я., д.х.н., профессор кафедры ПМ и ЭК, БГЭУ

Минск

<http://edoc.bseu.by>

Пусть состоянием системы является фондовооруженность k управлением - производительность труда x и доля потребления u . Тогда процесс экономического роста задается дифференциальным уравнением роста фондовооруженности:

$$\dot{k} = (1-a)(1-u)x + (\mu + n)k, \quad (1)$$

где μ — коэффициент амортизации, a — доля производственного потребления, n — темп роста численности занятых.

Задача управления данной экономикой состоит в том, чтобы найти такой процесс $v=(k\{t\}, x(t), u(t))$, который обеспечивал бы наибольшее среднедушевое потребление на рассматриваемом временном интервале с учетом дисконтирования потребления, т. е.

$$F = \int_0^T e^{-\delta t} * (1-a)uxdt \rightarrow \max \quad (2)$$

Здесь ограничения на управление u : $0 \leq u \leq 1$,

на фондовооруженность: $k(t) \geq k_s(t)$, $k(0) = k_0$.

Для решения поставленной задачи воспользуемся теоремой о достаточных условиях оптимальности функции экономического развития $R[1]$:

$$R\{k, x, u, t\} = \frac{\partial \varphi(k, t)}{\partial k} [(1-a)(1-u)x - (\mu + n)k] + e^{-\delta t} (1-a)ux + \frac{\partial \varphi(k, t)}{\partial t} \quad (3)$$

Полагая $0 < \alpha < 1$ и $1 - \alpha = \beta$, после ряда преобразований получим выражение для магистрали данной динамической модели экономики $\hat{k}(t)$.

$$\hat{k}(t) = \left(\frac{(1-a)b\alpha}{\mu + n + \delta} \right)^{\frac{1}{\beta}} e^{\frac{\rho t}{\beta}}. \quad (4)$$

Управление, реализующее эту магистраль, найдем подстановкой найденного $\hat{k}(t)$ в дифференциальное уравнение развития системы (1).

Так как $\dot{x}(t) = f(k, t)$, где $f(k, t) = be^{\rho t} k^\alpha$ есть функция Кобба-Дугласа, то, решая уравнение процесса относительно u , получим, после несложных преобразований, выражение для оптимального управления

$$\hat{u}(t) = 1 - \alpha \frac{\mu + n + \frac{\rho}{\beta}}{\mu + n + \delta} \quad (5)$$

Для функции Кобба—Дугласа экономической магистралью является кривая постоянного темпа роста фондовооруженности, пропорционального темпу роста технического прогресса ρ , а оптимальное управление, реализующее данную магистраль,—постоянная величина.

Нами был проведен расчет по соотношениям (4), (5) и далее макроэкономических параметров: валовый выпуск, потребление и инвестиции. Эти расчеты показали, что в случае оценки долгосрочного развития предположения о постоянстве параметров неправомерно. Более реалистичным является учет некоторой цикличности и запаздывания реакции системы, которые передаются через соответствующую динамику управляющих параметров.

Однако, существенным недостатком однопродуктового подхода, описанного выше, является отсутствие учета межотраслевых взаимодействий. Такое упрощение не позволяет выявить и описать такие важные факторы как структура потребления товаров отраслей, характер изменения развития отдельных производственных комплексов в ходе достижения сбалансированного развития, перераспределение трудовых, сырьевых, инвестиционных потоков внутри экономической системы. Поэтому с прикладной точки зрения очень важно решить такую экономическую задачу, как моделирование оптимального развития многоотраслевой экономики страны. Такая задача может быть решена, например, для агрегированной модели четырех отраслевой экономики Республики Беларусь. В докладе представлены результаты расчетов для обоих подходов.