СТАТИСТИКО-ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ЭКОНОМИКЕ

Асанович В.Я.
д.хим.н., профессор кафедры ПМ и ЭК
БГЭУ, г. Минск

Целью нашего сообщения является ознакомление экономистов с возможностями новой парадигмы: подход статистической термодинамики к описанию моделей экономических систем, дающий представление о их средних (массовых) характеристиках, но не анализирующий всех деталей ситуации. Такой подход анализа поведения больших составных систем, включающих множество взаимодействующих элементов, широко используется в статистической физике.

Использование математических моделей для описания экономических процессов в значительной мере предопределяется базисной концептуализацией. Как известно, базисной математической метафорой для классической модели рынка является механическое равновесие, и основная идея такой модели состоит в том, что малые уклонения системы от точки равновесия приводят к появлению «сил», которые заставляют систему вернуться в положение равновесия. Математической структурой экономических моделей оказывается система обыкновенных дифференциальных уравнений. Равновесие, рассматриваемое в механических моделях, является положением, при котором «силы», приложенные к системе, уравновешивают друг друга, а «потенциальная энергия» имеет экстремум. Существуют и иные подходы к концептуализации интуитивного понятия равновесия. И прежде всего это термодинамическое равновесие. В соответствии с этой концепцией система приходит в равновесие не потому, что ее влекут «силы», а потому, что это наиболее вероятное состояние системы, состоящей из множества частей, обладающих независимой динамикой. Это различие в математическом описании изменения состояний системы совершенно фундаментально. Вместо движения во времени система просто изменяет свое положение в пространстве макроскопических параметров, оставаясь на некой поверхности, называемой уравнением состояния. Уравнение состояния задается линейным соотношением между дифференциалами макроскопических переменных, или так называемым уравнением Пфаффа. Равновесие, в отличие от механической метафоры, в термодинамической метафоре будет означать не наличие особой точки системы дифференциальных уравнений или экстремума потенциальной функции, а перемещение по интегральной поверхности некоторого уравнения Пфаффа (по поверхности уравнения состояний). Экономические системы способны демонстрировать в определенных условиях такое поведение, например, увеличение цен на продукцию может стимулировать производство, чтобы поддержать уровень потребления. Попытка ввести тотальный контроль за уровнем производства или потребления запускает процессы коррупции власти, препятствующие осуществлению такого контроля.

Рассмотрим несколько примеров. Для описания свойств конденсированных систем в физике существует приближения: квазикристалическое и квазигазовое. Опишем, так называемое «квазикристаллическое приближение» к экономической системе.

Пусть задана экономическая система между субъектами которй установлены материальные и информационные связи. Примем, что сообщество экономических субъектов можно описать, как термодинамическую систему, проинтерпретировав уровень их благосостояния как “температуру” экономической среды. Температура понимается в узком смысле как определенный термодинамический параметр ансамбля Гиббса. Введем в рассмотрение такую величину, как средняя скорость распространения информации в экономической системе. Принимая во внимание наличие в экономической системе двух процессов, характеризуемых скоростью распространения информации и скоростью изменений, можно сделать вывод, что относительно точки расположения каждого субъекта существует некоторый радиус “предельного удаления”. Технический прием, упрощающий модель, состоит в том, что мы хотим построить ее в класс дискретных решеточных систем. Каждый субъект имеет две вполне определенные координаты(i,j), где i,j- некоторые целые числа. Субъект (i,j) может быть связан деловыми отношениями только со своими ближайшими соседями, помещенными в узлы (i + - 1,j) и (i,j +- 1). Каждое из N ребер потенциально может служить каналом связи между двумя соседними субъектами. Чтобы канал был задействован ,его надо оплатить. Предположим ,что субъекты вносят плату за канал независимо друг от друга, и величина этой платы составляет B условных денежных единиц. Предположим далее, что выигрыш от оплаченного полностью канала составляет A денежных единиц. Это значит ,что содержание канала становиться выгодным, когда A>2B. Рассмотрим сначала выгодный случай, - оплату по факту. Партнеры-субъекты платят за канал ,только договорившись друг с другом. Возможны только два варианта: канал оплачен и дает прибыль A-2B условных единиц, либо канал не оплачен и не приносит ни доходов ни убытков .

Подсчитаем средние доходы на 'душу населения'(на субъекта)в зависимости от параметров A и B. Пусть функции X:[1,..., N] [0,1] показывает ,какие из N каналов являются активными ,а какие нет .Общая суммарная прибыль всех субъектов при данной конфигурации равна U[X]=J * I X, где J=A-2B --доход на одну активную связь, и IXI $\sum_{n=1}^{N} X(n)$ - число активных каналов.

Чтобы подсчитать среднее значение (U) надо уточнить статистику различных конфигураций X. Предположим, что модельная экономическая система является микроканоническим ансамблем Гиббса, то есть, что ее статистика определяется фактором Больцмана: вероятность найти систему в состоянии X равна $e^{\beta U[x]}$/Z(β). Число Z(β) определяется как сумма фактора Больцмана по всем возможным конфигурации $\sum_x e^{\beta U[x]}$. Коэффициент β связан с температурой, и, следовательно, с общим уровнем "благосостояния" в системе, которые мы отождествляем. Обозначим температуру как T , тогда β = 1/T . Из формул видно, что хороший уровень благосостояния ослабляет интерес экономических субъектов к установлению выгодных связей, увеличивая вероятность того, что они просто "поленятся" искать партнеров.

Величину среднедушевого дохода $V(A,B,\beta)$, равного $(N/2)^{-1} \cdot \langle U \rangle$, легко вычислить из зависимости $Z(\beta)$. Продифференцируем по β:

$$\frac{\partial}{\partial\beta} Z(\beta) = \boxed{} = \langle U \rangle \cdot Z(\beta),$$

значит:

$$V(\beta) = \frac{2}{N} \cdot \frac{1}{Z(\beta)\cdot} \square \frac{\partial}{\partial\beta} Z(\beta).$$

Статистическая сумма $Z(\beta)$ в данном случае легко вычислима, - сгруппировав слагаемые с одинаковым значением $U[X] = J \cdot X$, получим бином Ньютона:

$$Z(\beta) = \sum_x e^{\beta U(x)} = \sum_{n=0}^{N} \sum_{|x|=n} e^{\beta J|x|} = \sum_{n=0}^{N} C_N^n \cdot (e^{\beta J})^n = (1+e^{\beta J})^N.$$

Следовательно:

$$\frac{\partial}{\partial\beta} Z(\beta) = N \cdot (1+e^{\beta J})^{N-1} \cdot Je^{\beta J} = N \cdot Z(\beta) \cdot \frac{Je^{\beta J}}{1+e^{\beta J}},$$

откуда

$$V(\beta) = \frac{2Je^{\beta J}}{1+e^{\beta J}}.$$

Видно, что если $J=A-2B > 0$, то средние доходы $V(\beta) > 0$ при любом уровне "благосостояния" $T = 1/\beta$. При $\beta = 0$, то есть при нулевой степени "ответственности" субъектов за свою судьбу, значение $V(\beta) = J$, - активны в среднем две связи из четырех. Уменьшение благосостояния T и, соответственно рост β ведет к ужесточению экономической политики и увеличению $V(\beta)$, вынуждая субъектов в пределе при абсолютном обнищании $T \to 0$ задействовать все связи, что дает им среднедушевой доход $V(T=0) = 2J$.

Квазигазовый подход основывается на предположении, что система связей субъектов хозяйствования аналогична сжатого газа, термодинамические свойства которого определяются статистической суммой Больцмана Z_N, связанной с конфигурационным интегралом Z_Q: $Z_N = (2\pi m k_Б T/h^2)^{3N/2} Z_Q$, где

$$Z_Q = \frac{1}{N_i} \int e^{-\beta\Phi_N(R_1 \dots R_N)} d\Omega, \text{ здесь}$$

$\Phi_N(R_1, R_2 .... R_N)$ *– взаимодействия потенциал,* $\beta = (K_Б T)^{-1}$

Выбор вида Φ_N $(R_1, R_2 \ldots R_N)$ определяет точность описания системы связей. Так если принять, что межхозяйственный потенциал взаимодействия является парной аддитивной функцией, тогда

$$F_N(R_1 R_2 ... R_N) = \prod_{i=1}^{N} F_1(R_i)$$

Для получения сведений о строении системы связей используется аппарат корреляционных функций, когда вместо непосредственного вычисления Z_Q рассматривается вероятность конфигурационных группировок из двух, трех и более субъектов.

Вероятность $dW(R_1, R_2 \ldots R_N)$ нахождения N субъектов в малых объемах $d\overline{R_1} d\overline{R_2} .... d\overline{R_N}$ *в окрестностях точек* $\overline{R_1} \overline{R_2} .... R_N$ *равна*

$$dW(\overline{R_1} \overline{R_2} ... \overline{R_N}) = F_N(\overline{R_1} \overline{R_2} ..... \overline{R_N}) \frac{dR_1 dR_2 ... dR_N}{V^N}$$

Где V- объем занимаемый N- субъектами, $F_N(\overline{R_1} ... \overline{R}_N)$ корреляционная функция или плотность распределения вероятностей. В этом случае основная проблема описания состояния экономической системы заключается в том, чтобы вывести функцию радиального распределения (ФРР) по известному потенциалу парного взаимодействия φ(R).

$$E / N = 3K_Б T / 2 + (2\pi / V) \int_O^{\infty} \varphi(R) g(R) R^2 dR$$

А далее можно рассмотреть остальные свойства системы, поставив в соответствие термодинамическим свойствам макроэкономические характеристики. Интересно, что, используя термодинамический подход, удается описать экономику региона.

Дальнейшее продвижение в направлении использования термодинамического подхода лежит в области применения методов термодинамики необратимых процессов, которые позволят описать уже неравновесные процессы.