

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАЛОЙ ОТКРЫТОЙ ЭКОНОМИКИ С ЭКЗОГЕННО ЗАДАНЫМИ ЦЕНАМИ И ОБМЕННЫМ КУРСОМ (ДИСКРЕТНОЕ ВРЕМЯ)

Аксень Э.М.

к. ф.-м. н., докторант кафедры ПМ и ЭК

БГЭУ, Минск

1. Основные предположения модели

Продукция однородна (отечественная и иностранная продукция одинакова); цены устанавливаются экзогенно; обменный курс равен отношению цен в отечественной и иностранной валюте; финансовые посредники отсутствуют; доходности иностранных активов заданы экзогенно; доходности отечественных финансовых активов определяются эндогенно; фирмы выплачивают зарплату и осуществляют денежные операции с отечественными и иностранными инвесторами только в отечественной валюте; фирмы инвестируют не только в отечественную экономику, но и в зарубежные активы; отечественные домашние хозяйства инвестируют только в отечественные фирмы; зарплата задана экзогенно; домашние хозяйства хранят свои сбережения только в форме заемного и собственного капитала отечественных фирм.

Информационная структура модели описывается фильтрованным вероятностным пространством $(\Omega, \mathcal{F}, (F_t)_{t \geq 0}, P)$ (где $(F_t)_{t \geq 0}$ -- поток σ -алгебр).

2. Фирмы

Под отечественными фирмами будем понимать фирмы-резиденты (в том числе филиалы иностранных компаний).

Предполагается, что валовой внутренний продукт в периоде t равен: $Y_t = \gamma_t F(K_{t-1})$, $t \geq 1$, где K_{t-1} -- основной капитал отечественной экономики в начале периода t , $(\gamma_t)_{t \geq 1}$ -- положительный случайный процесс, согласованный

с потоком $(F_t)_{t \geq 0}$ (т.е. при любом $t \geq 1$ случайная величина γ_t измерима относительно σ -алгебры F_t).

Прибыль отечественных фирм равна: $\Pi_t = Y_t - W_t + r_t^{PFA} PFA_{t-1} - T_t$, где W_t -- (суммарная) зарплата в периоде t (положительный случайный процесс, согласованный с потоком $(F_t)_{t \geq 0}$), PFA_{t-1} -- зарубежные активы отечественных фирм в начале периода t , r_t^{PFA} -- доходность зарубежных активов отечественных фирм в периоде t (согласованный случайный процесс, заданный экзогенно), T_t -- налоговые сборы в периоде t .

В модели предполагается, что $T_t = \xi_t T(Y_t, W_t, DI_t)$, где $(\xi_t)_{t \geq 1}$ -- положительный согласованный случайный процесс, заданный экзогенно, $T(Y_t, W_t, DI_t)$ -- экзогенно заданная функция, DI_t -- совокупные инвестиции отечественных фирм в отечественную экономику.

Свободный денежный поток собственного капитала фирм в периоде t равен: $CF_t^E = \Pi_t^E - I_t^E$, где Π_t^E -- прибыль собственного капитала, I_t^E -- инвестиции собственного капитала. В свою очередь, $\Pi_t^E = \Pi_t - \Pi_t^B$, где Π_t^B -- прибыль заемного капитала. $\Pi_t^B = r_t^B B_{t-1}$, где B_{t-1} -- заемный капитал в начале периода t , r_t^B -- доходность заемного капитала (согласованный случайный процесс, определяемый эндогенно). Следовательно,

$$CF_t^E = F(K_{t-1}, IC_t) - IC_t - W_t + r_t^{FA} FA_{t-1} - T(Y_t, W_t, DI_t) - r_t^B B_{t-1} - I_t^E.$$

В модели предполагается, что фирмы максимизируют дисконтированную стоимость свободных денежных потоков собственного капитала (с учетом риска):

$$\sum_{t=1}^{\infty} \hat{E}[\delta_t CF_t^E] \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$CF_t^E = \gamma_t F(K_{t-1}) - W_t + r_t^{PFA} PFA_{t-1} - \xi_t T(Y_t, W_t, DI_t) - r_t^B B_{t-1} - I_t^E, \quad (2)$$

$$DI_t + FI_t = I_t^B + I_t^E, \quad (3)$$

$$K_t = K_{t-1} + DI_t, \quad PFA_t = PFA_{t-1} + PFI_t, \quad B_t = B_{t-1} + I_t^B, \quad E_t = E_{t-1} + I_t^E, \quad (4)$$

$$K_0, FA_0, B_0, E_0 \text{ заданы.} \quad (5)$$

Здесь δ_t -- коэффициент дисконтирования для периода t (предполагается, что при любом $t \geq 1$ случайная величина δ_t измерима относительно σ -алгебры F_{t-1}); $\hat{E}[\cdot]$ -- оператор математического ожидания относительно нейтральной к риску вероятностной меры \hat{P} ; FI_t -- инвестиции отечественных фирм в иностранные активы; I_t^B -- инвестиции в заемный капитал фирм; I_t^E -- инвестиции в собственный капитал фирм; PFI_t -- инвестиции отечественных фирм за рубежом; E_t -- собственный капитал фирм в момент времени t .

Переменными в этой задаче являются согласованные случайные процессы $DI = (DI_t)_{t \geq 1}$, $FI = (FI_t)_{t \geq 1}$, $I^B = (I_t^B)_{t \geq 1}$, $I^E = (I_t^E)_{t \geq 1}$.

Случайные процессы $W = (W_t)_{t \geq 1}$, $r^{PFA} = (r_t^{PFA})_{t \geq 1}$, $r^B = (r_t^B)_{t \geq 1}$ заданы в задаче (1)-(5) экзогенно.

Оптимальные значения переменных I_t^B и I_t^E зависят от r^B . Запишем эту зависимость в виде: $I_t^B = I_t^B(r^B)$, $I_t^E = I_t^E(r^B)$.

Отметим, что функции $I_t^B = I_t^B(r^B)$ и $I_t^E = I_t^E(r^B)$ -- это функции спроса отечественных фирм на инвестиции заемного и собственного капитала.

3. Домашние хозяйства

Обозначим через C_t (конечное) потребление отечественных домашних хозяйств в периоде t . В модели предполагается, что $C_t = C_t^D + C_t^F$, где C_t^D -- потребление отечественной продукции, C_t^F -- потребление иностранной продукции домашними хозяйствами.

Поскольку в модели предполагается, что домашние хозяйства хранят свои сбережения только в форме заемного и собственного капитала отечественных фирм, имеет место равенство: $C_t = CF_t^H + W_t$, где CF_t^H -- свободный денежный поток домашних хозяйств.

Пусть I_t^{BH} и I_t^{EH} -- инвестиции домашних хозяйств в заемный и собственный капитал отечественных фирм в периоде t . Свободные денежные

потоки CF_t^H , $t \geq 1$, домашних хозяйств зависит от I_t^{BH} и I_t^{EH} . Запишем эту зависимость в виде: $CF_t^H = CF_t^H(I^{BH}, I^{EH}), t \geq 1$,

Домашние хозяйства максимизируют свою полезность:

$$U(C) = \sum_{t=1}^{\infty} E[\beta_t u(C_t)] \rightarrow \max, \quad (6)$$

$$C_t = CF_t^H(I^{BH}, I^{EH}) + W_t. \quad (7)$$

Здесь $\beta_t \in (0,1)$ -- коэффициент межвременных предпочтений для периода t (предполагается, что $\beta = (\beta_t)_{t \geq 1}$ -- согласованный случайный процесс), $E[\cdot]$ -- оператор математического ожидания. Переменными в этой задаче являются согласованные случайные процессы I^{BH} и I^{EH} .

Оптимальные значения переменных I^{BH} и I^{EH} зависят от $r^B = (r_t^B)_{t \geq 1}$. Запишем эту зависимость в виде: $I^{BH} = I^{BH}(r^B)$, $I^{EH} = I^{EH}(r^B)$.

Отметим, что функции $I^{BH} = I^{BH}(r^B)$ и $I^{EH} = I^{EH}(r^B)$ -- функции предложения домашними хозяйствами инвестиций в заемный и собственный капитал отечественных фирм.

4. Иностранные инвесторы

Пусть I_t^{BF} и I_t^{EF} -- инвестиции иностранцев в заемный и собственный капитал отечественных фирм в периоде t .

Свободный денежный поток CF_t^F , $t \geq 1$, иностранных инвесторов зависит от I^{BF} и I^{EF} . Запишем эту зависимость в виде: $CF_t^F = CF_t^F(I^{BF}, I^{EF}), t \geq 1$.

Иностранные инвесторы максимизируют дисконтированную стоимость свободных денежных потоков (с учетом риска):

$$\sum_{t=1}^{\infty} \hat{E}[\delta_t CF_t^F(I^{BF}, I^{EF})] \rightarrow \max, \quad (8)$$

Переменными в этой задаче являются согласованные случайные процессы I^{BF} и I^{EF} .

Оптимальные значения переменных I^{BF} и I^{EF} зависят от $r^B = (r_t^B)_{t \geq 1}$. Запишем эту зависимость в виде: $I^{BF} = I^{BF}(r^B)$, $I^{EF} = I^{EF}(r^B)$. Отметим, что функции $I^{BF} = I^{BF}(r^B)$ и $I^{EF} = I^{EF}(r^B)$ -- функции предложения иностранцами инвестиций в заемный и собственный капитал отечественных фирм.

5. Государство

Обозначим через I_t^{BG} и I_t^{EG} инвестиции государства в заемный и собственный капитал отечественных фирм в периоде t . В модели предполагается, что $I^{BG} = (I_t^{BG})_{t \geq 1}$ и $I^{EG} = (I_t^{EG})_{t \geq 1}$ экзогенно заданные случайные процессы, согласованные с информационным потоком $(F_t)_{t \geq 0}$.

6. Обмен валюты

Пусть X_t^{Pd} и X_t^{Pf} -- количества отечественной и иностранной валюты, получаемые фирмами в результате обмена валют в периоде t ; X_t^{Hd} и X_t^{Hf} -- количества отечественной и иностранной валюты, получаемые домашними хозяйствами в результате обмена валют; X_t^{Id} и X_t^{If} -- количества отечественной и иностранной валюты, получаемые иностранными инвесторами в результате обмена валют; X_t^{Pd} и X_t^{Pf} -- количества отечественной и иностранной валюты, получаемые правительством в результате обмена валют.

Очевидно, что $X_t^{Pd} = -X_t^{Pf}$, $X_t^{Hd} = -X_t^{Hf}$, $X_t^{Id} = -X_t^{If}$, $X_t^{Gd} = -X_t^{Gf}$.

7. Равновесие

Равновесное состояние в модели определяется следующими условиями:

$$I^{BH}(r^B) + I^{BG} + I^{BH}(r^B) = I^B(r^B), \quad (9)$$

$$I^{EH}(r^B) + I^{EG} + I^{EH}(r^B) = I^E(r^B), \quad (10)$$

$$X_t^{Pd} + X_t^{Hd} + X_t^{Gd} + X_t^{Fd} = 0. \quad (11)$$