СЕКЦИЯ
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ»

Алексеевич И.Г., Доропиевич А.В. **Компьютерный вариант симплекс-метода**
Белорусский государственный экономический университет

Симплексный метод является одним из универсальных и основных методов для решения задач линейного программирования (ЗЛП), в том смысле, что позволяет решать ЗЛП с любым количеством переменных и с любым набором ограничений (то есть ограничений может быть любое количество, кроме того, эти ограничения могут быть как уравнениями, так и неравенствами со знаками $\leq$ и $\geq$).

Около 25% ресурсов парка ЭВМ расходуется на решение задач оптимизации, среди которых примерно 75% составляют задачи линейного программирования[3]. *Актуальность* данной работы обусловлена тем, что повышение эффективности алгоритмов решения задач ЛП имеет важное практическое значение.

Цель исследования – разработка модификации алгоритма симплекс-метода и повышение эффективности его выполнения за счет уменьшения используемого объема вычислений и оперативной памяти компьютера.

Решение задачи с использованием симплекс-метода начинается с рассмотрений одной из вершин многогранника условий. Если исследуемая вершина не соответствует максимуму (минимуму), то переходят к соседней, увеличивая значение функции цели при решении задачи на максимум и уменьшая при решении задачи на минимум.

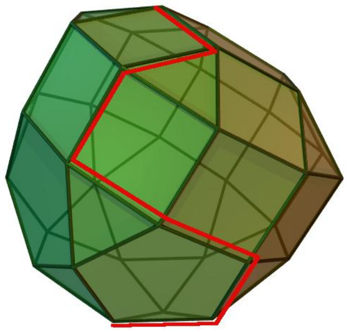

Рисунок 1 - Переход от одной вершины к другой
Примечание — Источник: [4].

Таким образом, переход от одной вершины к другой улучшает значение функции цели. Так как число вершин многогранника ограничено, то за конечное число шагов гарантируется нахождение оптимального значения или установление того факта, что задача неразрешима. Исходная жорданова таблица имеет вид:

Таблица 1 - Исходная жорданова таблица

	1	$-x_1$	$\cdots$	$-x_n$
$y_1 =$	a_{10}	a_{11}	$\cdots$	a_{1n}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$y_r =$	a_{r0}	a_{r1}	$\cdots$	a_{rn}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$y_m =$	a_{m0}	a_{m1}	$\cdots$	a_{mn}
$f =$	0	$-c_1$	$\cdots$	$-c_n$

Для нахождения допустимого решения осуществляется пересчет симплекс-таблицы. Алгоритм модифицированных симплексных преобразований выполняется следующим образом:

1) Разрешающий элемент заменяется обратной величиной;

$$a'_{rs} = \frac{1}{a_{rs}}$$

2) Все остальные элементы разрешающей строки делятся на разрешающий элемент;

$$a'_{rj} = \frac{a_{rj}}{a_{rs}}$$

3) Все остальные элементы разрешающего столбца делят на разрешающий элемент и меняют знак на противоположный.

$$a'_{is} = -\frac{a_{is}}{a_{rs}}$$

4) Все прочие элементы рассчитываются по формуле прямоугольника (жирная линия - главная диагональ):

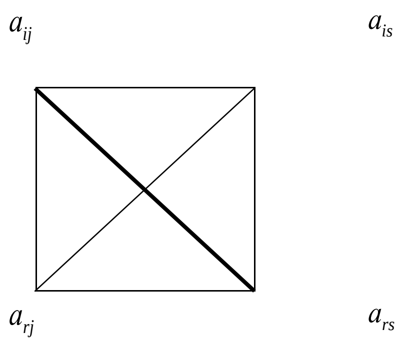

Рисунок 2 - Графическая интерпретация формулы прямоугольника

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is}a_{rj}}{a_{rs}} = \frac{a_{ij}a_{rs} - a_{is}a_{rj}}{a_{rs}}, \; a_{rs} \neq 0, \; i \neq j, \; j \neq s \qquad (1)$$

где a_{rs} - разрещающий элемент.

Пример симплексного преобразования для трех базисных и трех небазисных переменных:

Таблица 2 - Исходная таблица

	1	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
$y_1 =$	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
$y_2 =$	a_{20}	a_{21}	$\boxed{a_{22}}$	a_{23}
$y_3 =$	a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{33}

Таблица 3 - Преобразованная таблица

	1	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
$y_1 =$	b_{10}	b_{11}	$-\frac{a_{12}}{a_{22}}$	b_{13}
$y_2 =$	$\frac{a_{20}}{a_{22}}$	$\frac{a_{21}}{a_{22}}$	$\frac{1}{a_{22}}$	$\frac{a_{23}}{a_{22}}$
$y_3 =$	b_{30}	b_{31}	$-\frac{a_{32}}{a_{22}}$	b_{33}

Результатом работы стала модификация алгоритма симплекс-метода, заключающаяся в том, чтобы сократить количество проводимых арифметических операций. Предлагается заменить формулу расчета метода прямоугольника на следующую:

$$b_{ij} = a_{ij} - a_{is} a'_{rj}, \tag{2}$$

Так как значительная часть времени выполнения алгоритма симплекс-метода отводится арифметическим вычислениям, немалые резервы повышения скорости работы программы таятся в правильном программировании арифметических (и логических) выражений. Важно, что различные арифметические операции значительно различаются по быстродействию. Самыми быстрыми являются операции сложения и вычитания. Более медленным является умножение, затем идёт деление. Поэтому данная модификация симплекс-метода, сокращая количество операций деления, повышает эффективность выполнения программы.

Данная методика расчета также позволяет избавиться от создания на каждой итерации новой симплекс таблицы. Модифицированная формула (2) дает возможность поэтапно перезаполнять старую таблицу, так как каждый шаг расчета производится на основании предыдущего. Это способствует эффективному использованию ресурсов компьютера, а именно памяти.

Источники литературы:

1. Кнут, Д. Искусство программирования / Д. Кнут – 3-е изд. – М.: Вильямс, 2006. – Т. 1: Основные алгоритмы. –720 с.
2. Кузнецов, А.В. Руководство к решению задач по математическому программированию: Учеб. пособие / А.В. Кузнецов, Н.И. Холод, Л.С, Костевич; Под общ. ред. А.В. Кузнецова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн.: Выш. Шк., 2001. – 448 с.
3. Реклейтис, Г. Оптимизация в технике: в 2-х кн. Кн. 1. Пер.с англ. / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел – М.: Мир, 1986. – 349 с.
4. Симплекс-метод [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://ru.wikipedia.org/wiki. – Дата доступа: 08.12.2015.

Герасименко А.В. Большие массивы. Big Data

Белорусский государственный экономический университет

Сегодня можно наблюдать постоянный рост данных и информации, которую необходимо обрабатывать органам государственного управления, министерствам и коммерческим организациям. В связи с ростом ценности информации, ее оперативной обработки возрастает необходимость в технологии обработки больших массивов данных. Значительным прорывом в решении данной проблемы является технология класса BIG DATA.

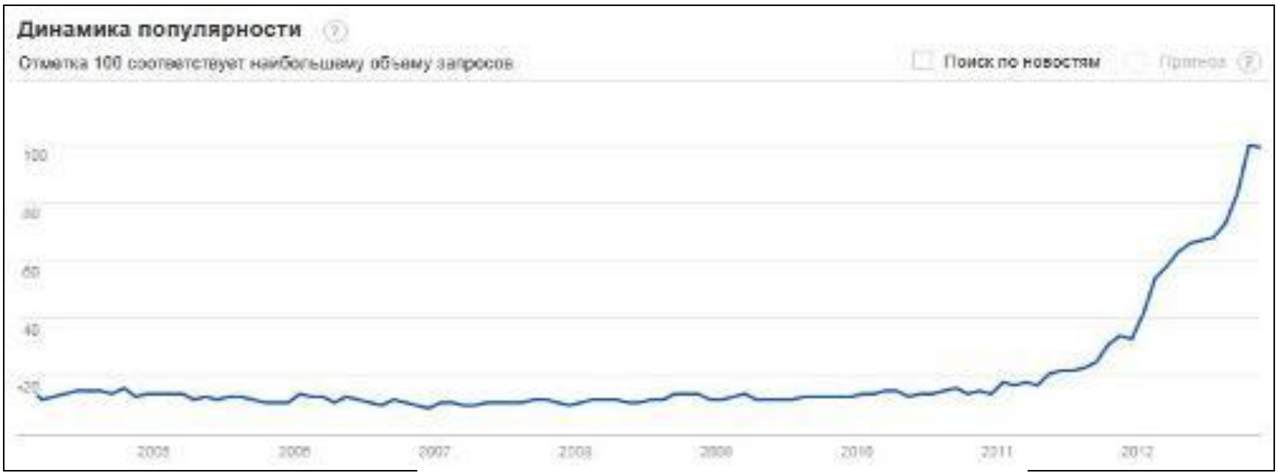

Рисунок 1 – Динамика запросов по «Big Data» от Google

Примечание - Источник: http://www.dis-group.ru/solutions/data_management/big_data/