Следствие [5]. Неединичная группа G является разрешимой тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из G обладает разрешимым добавлением.

Следствие [5]. Неединичная группа G является сверхразрешимой тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из G обладает сверхразрешимым добавлением.

Следствие [5]. Неединичная группа G является нильпотентной тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из G обладает нильпотентным добавлением.

Литература

1. *Huppert B. Endliche Gruppen I.* Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967.
2. *Чунихин С.А., Шеметков Л.А.* Конечные группы / Алгебра. Топология. Геометрия. 1969 (Итоги науки ВИНИТИ АН СССР). М., 1971.
3. *Johnson D.L.* A note on supersoluble groups. Canad. J. Math. 23 (1971). № 3.
4. *Косенок Н.С., Рыжик В.Н.* Некоторые критерии сверхразрешимости конечных групп // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. 5(14), Вопросы алгебры. 18. 2002. С. 68-73.
5. *Косенок Н.С., Скиба А.Н.* Группы с заданными примитивными подгруппами. Гомель. 2003. 11с. (Препринт / Гомельский госуниверситет. № 63).

Крыленко А.В., канд. физ.-мат. наук, доцент

Филиал УО «МИТСО» (Гомель)

ОТКРЫТАЯ СЕТЬ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ, ОПИСЫВАЕМАЯ ПРОЦЕССОМ «ЗАХВАТОВ И КАТАСТРОФ»

В теории сетей массового обслуживания значительное место занимает класс мультипликативных сетей. С проблемой мультипликативности стационарного распределения тесно связано понятие квазиобратимости. Это понятие лежит в основе большинства результатов по данной проблеме. Келли доказал возможность мультипликативного представления стационарного распределения сети с квазиобратимыми узлами [1].

Таким образом, наша цель – установить квазиобратимость узлов рассматриваемой сети для представления ее стационарного распределения в мультипликативной форме. Существует множество различных способов, с помощью которых можно доказать квазиобратимость цепи Маркова, описывающей узел.

В настоящей работе использован метод разложения интенсивности перехода на составляющие, который представлен в [2]. Данный метод основан на том, что интенсивность перехода из некоторого состояния x цепи Маркова с непрерывным временем, имеющей счетное пространство состояний S, в некоторое состояние y этой же цепи разбивается на следующие слагаемые: $q^A(x, y)$ и $q^D(x, y)$ – интенсивности перехода из состояния x в состояние y за счет поступления и ухода заявки соответственно, $q^{AD}(x, y)$ – интенсивность перехода из состояния x в состояние y за счет поступления заявки, которое одновременно является уходом заявки, $q^I(x, y)$ – интенсивность внутреннего перехода из состояния x в состояние y. Следует отметить то, что при таком подходе физическая интерпретация интенсивностей q^I, q^A, q^D и q^{AD} не имеет существенного значения. Далее, используя введенное разбиение интенсивностей переходов, для всех $x \in S$ определяют:

$$\alpha(x) = \sum_{y \in S}\left(q^A(x,y) + q^{AD}(x,y)\right) \tag{1}$$

$$\beta(x) = \sum_{y \in S}\frac{p(y)}{p(x)}\left(q^D(y,x) + q^{AD}(y,x)\right), \tag{2}$$

где $\{p(x), x \in S\}$ – стационарное распределение рассматриваемой цепи. Выражения в правых частях (1) и (2) дают интенсивности поступлений в прямом и обращенном времени соответственно.

Определение. Цепь со структурой, определенной выше, квазиобратима, если $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ не зависят от x.

Такую цепь называют также квазиобратимым узлом.

Рассмотрим цепь Маркова с пространством состояний $Z_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$ и интенсивностями переходов:

$$
\begin{gathered}
q(n, n+1) = a, \text{ при } n > 0,\\
q(0,1) = c,\\
q(n, 0) = b, \text{ при } n > 0,\\
q(n, m) = 0, \text{ в остальных случаях.}
\end{gathered}
$$

Стационарное распределение $\{p(n), n = 0, 1, 2, \ldots\}$ для данной цепи находится по формуле

$$p(n) = \frac{c}{a+b}\left(\frac{a}{a+b}\right)^{n-1} p(0), \tag{3}$$

где $p(0) = \dfrac{b}{b+c}$, а условие $\dfrac{a}{a+b} < 1$ является условием эргодичности цепи.

Докажем, что рассматриваемая цепь квазиобратима. Для этого разобьем интенсивности переходов следующим образом:

$$q^{A}(0,1)=c, \tag{4}$$

$$q^{I}(n,n+1)=a, \text{ при } n>0, \tag{5}$$

$$q^{D}(n,0)=b, \text{ при } n>0, \tag{6}$$

$$q^{AD}(n,n)=c, \text{ при } n>0. \tag{7}$$

Описанная таким образом цепь представляет собой модель блуждающих заявок, пытающихся захватить узел. Они могут захватить пустой узел, но должны двигаться дальше, если он уже занят. В пределах узла состояние цепи Маркова увеличивается за счет внутренних изменений, происходящих с интенсивностью a (возможно моделирование рождения других заявок), до тех пор, пока не произойдет катастрофа (интенсивность b). Согласно формулам (1) и (2) найдем интенсивности $\alpha(n)$ и $\beta(n)$. Произведя необходимые подстановки ((4) и (5) в (1); (3), (5) и (7) в (2)), получим, что $\alpha(n)=c$ ($n\ge 0$) и $\beta(n)=c$ ($n\ge 0$). Таким образом, квазиобратимость цепи установлена.

Рассмотрим сеть, склеенную из узлов, описываемых данной цепью Маркова. Согласно теореме Келли [1], стационарное распределение такой сети представляется в форме произведения сомножителей, характеризующих отдельные узлы.

Литература

1. *Kelly F.P.* Networks of Quasireversible Nodes // Adv. Appl. Probab. – Comp. Sci.: Proc. of the ORSA-TIMS BRS. Boston. 1981.

2. *Chao X., Miyazawa M.A.* Probabilistic Decomposition Approach to Quasi-Reversibility and its Application in Coupling of Queues // Preprint: New Jercy Inst. of Technology, Science Univercity of Tokyo. 1996. P.1.

Павлов П.А.

Филиал УО «БГЭУ» (Пинск)

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ ОДИНАКОВО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ

Основные понятия и определения, используемые в данной статье, взяты из [Коваленко Н.С., Самаль С.А. Вычислительные методы реализации интеллектуальных моделей сложных систем. Мн.: Беларуская навука, 2004. 166 с.]

В настоящее время возрастающую роль приобретают многопроцессорные системы на базе распределенной обработки. В связи с этим особую актуальность приобретают задачи построения и исследования математических моделей