

но и теплоноситель – химически очищенная вода, следовательно, себестоимость (и тариф) 1 Гкал отпущенной потребителям горячей воды при такой системе водозабора должны быть выше.

Наряду с дифференциацией тарифов на тепло по параметрам отпускаемого тепла, можно дифференцировать их в зависимости от возврата конденсата (для промышленных потребителей), получающих тепловую энергию в паре.

Все эти особенности и различия могут быть учтены при использовании многоставочных тарифов на тепловую энергию. В общем виде такие тарифы могут быть представлены следующим образом:

$$T = aN + bG_{\text{ч}} + cG_{\text{зм}} + dQ,$$

где  $N$  – тепловая нагрузка потребителей, подключенная к тепловым сетям энергопоставляющей организации;  $G_{\text{ч}}$  – циркуляционный расход сетевой воды, прошедшей через системы теплоснабжения потребителя (с возвратом к источнику тепла);  $G_{\text{зм}}$  – расход сетевой воды на водозабор, на утечки и технологические сливы у потребителя;  $Q$  – количество потребленного тепла;  $a, b, c, d$  – удельные величины тарифов соответственно за подключенную нагрузку.

В результате такого подхода к формированию тарифов должны быть сняты противоречия в части компенсации затрат энергопоставляющей организации на эксплуатацию системы теплоснабжения, не зависящих от количества тепловой энергии, полученной потребителем; снимается зависимость прибыли энергопоставляющей организации от погодных условий и появляются стимулы к внедрению энергосберегающих мероприятий.

*Косенок Н.С. канд. физ.-мат. наук  
Филиал УО «МИТСО» (Гомель)*

## **НОРМАЛЬНО ПРИМИТИВНЫЕ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП**

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны.

Как известно, максимальные подгруппы оказывают существенное влияние на строение группы. Так, например, согласно знаменитой теореме Хупперта [1], группа  $G$  сверхразрешима тогда и только тогда, когда все ее максимальные подгруппы имеют простые индексы. Этот результат получил развитие во многих направлениях [2]. Заметим, что если мы попытаемся заменить условие простоты индексов на более слабое: индекс каждой максимальной подгруппы есть степень простого числа, то, как показывает пример группы  $PSL(2,7)$ , группа при таких ограничениях не является даже разрешимой. Однако, как показано в работе [3], если мы накладываем такое ограничение на более широкий класс примитивных подгрупп [3], то группа  $G$  снова будет сверхразрешимой. Напомним, что собственная подгруппа  $H$  группы  $G$  называется примитивной под-

группой в  $G$ , если пересечение всех тех подгрупп из  $G$ , которые содержат  $H$  собственным образом, снова отлично от  $H$ .

По аналогии с этим, мы говорим, что  $H$  – нормально примитивная подгруппа в  $G$ , если  $H$  – собственная нормальная подгруппа в  $G$  и пересечение всех тех нормальных подгрупп из  $G$ , которые содержат  $H$  собственным образом, отлично от  $H$ .

Напомним, что класс групп  $F$  называется формацией, если  $F$  является гомоморфом (т.е. классу  $F$  принадлежат все факторгруппы всех его групп) и любая группа обладает наименьшей нормальной подгруппой, факторгруппа по которой принадлежит  $F$ .

В данной работе, основываясь на понятии нормально примитивной подгруппы, мы докажем новый критерий принадлежности группы непустой формации.

**Т е о р е м а.** Пусть  $F$  – непустая формация. Неединичная группа  $G$  принадлежит  $F$  тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из  $G$  обладает добавлением, принадлежащим  $F$ .

*Доказательство.* Если  $G \in F$  и  $H$  – произвольная нормально примитивная подгруппа в  $G$ , то искомым добавлением к  $H$  является сама группа  $G$ .

Предположим теперь, что для каждой нормально примитивной подгруппы  $H$  из  $G$  в группе  $G$  найдется такая подгруппа  $T$  (добавление к  $H$  в  $G$ ), что  $T \in F$  и  $HT = G$ . Покажем, что  $G \in F$ . Предположим, что это не так и пусть  $G$  – контрпример минимального порядка. Тогда группа  $G$  не проста. Действительно, предположим, что  $G$  – простая группа и пусть  $E$  – единичная подгруппа в  $G$ . Тогда  $E$  – нормально примитивная подгруппа в  $G$ . Значит, по условию  $E = EG \in F$ . Полученное противоречие показывает, что  $G$  – непростая группа.

Пусть  $R$  – минимальная нормальная подгруппа в  $G$ . Рассмотрим факторгруппу  $G/R$ . Пусть  $H/R$  – нормально примитивная подгруппа в  $G/R$ . Тогда, согласно результатам, полученным в работе [5],  $H$  – нормально примитивная подгруппа в  $G$ . Значит, согласно условию, в  $G$  имеется такая подгруппа  $T$ , что  $HT = G$  и  $T \in F$ . Тогда ввиду изоморфизма  $TR/R \simeq T/T \cap R$  подгруппа  $TR/R$  принадлежит формации  $F$ . Понятно также, что  $(H/R)(TR/R) = G/R$ . Таким образом, условие теоремы переносится на  $G/R$ . А поскольку  $|G/R| < |G|$ , то в силу выбора группы  $G$  мы видим, что факторгруппа  $G/R$  принадлежит  $F$ . Если в группе  $G$  кроме  $R$  имеется еще одна минимальная нормальная подгруппа  $L$ , то как и выше факторгруппа  $G/R$  принадлежит формации  $F$  и поэтому группа  $G \simeq G/I = G/L \cap R$  принадлежит формации  $F$ . Это противоречит выбору группы  $G$ . Значит,  $R$  – единственная минимальная нормальная подгруппа группы  $G$ . Но тогда  $E$  – нормально примитивная подгруппа в  $G$  и мы снова видим, что  $G \in F$ . Противоречие. Теорема доказана.

**Следствие [5].** Неединичная группа  $G$  является абелевой тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из  $G$  обладает абелевым добавлением.

**Следствие [5].** Неединичная группа  $G$  является разрешимой тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из  $G$  обладает разрешимым добавлением.

**Следствие [5].** Неединичная группа  $G$  является сверхразрешимой тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из  $G$  обладает сверхразрешимым добавлением.

**Следствие [5].** Неединичная группа  $G$  является нильпотентной тогда и только тогда, когда каждая нормально примитивная подгруппа из  $G$  обладает нильпотентным добавлением.

### *Литература*

1. *Huppert B. Endliche Gruppen I.* Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967.
2. *Чунихин С.А., Шеметков Л.А.* Конечные группы / Алгебра. Топология. Геометрия. 1969 (Итоги науки ВИНТИ АН СССР). М., 1971.
3. *Johnson D.L.* A note on supersoluble groups. *Canad. J. Math.* 23 (1971). № 3.
4. *Косенок Н.С., Рыжик В.Н.* Некоторые критерии сверхразрешимости конечных групп // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. 5(14), Вопросы алгебры. 18. 2002. С. 68-73.
5. *Косенок Н.С., Скиба А.Н.* Группы с заданными примитивными подгруппами. Гомель. 2003. 11с. (Препринт / Гомельский госуниверситет. № 63).

*Крыленко А.В., канд. физ.-мат. наук, доцент  
Филиал УО «МИТСО» (Гомель)*

## **ОТКРЫТАЯ СЕТЬ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ, ОПИСЫВАЕМАЯ ПРОЦЕССОМ «ЗАХВАТОВ И КАТАСТРОФ»**

В теории сетей массового обслуживания значительное место занимает класс мультипликативных сетей. С проблемой мультипликативности стационарного распределения тесно связано понятие квазиобратимости. Это понятие лежит в основе большинства результатов по данной проблеме. Келли доказал возможность мультипликативного представления стационарного распределения сети с квазиобратимыми узлами [1].

Таким образом, наша цель – установить квазиобратимость узлов рассматриваемой сети для представления ее стационарного распределения в мультипликативной форме. Существует множество различных способов, с помощью которых можно доказать квазиобратимость цепи Маркова, описывающей узел.

В настоящей работе использован метод разложения интенсивности перехода на составляющие, который представлен в [2]. Данный метод основан на том, что интенсивность перехода из некоторого состояния  $X$  цепи Маркова с