

Учреждение образования “Белорусский государственный экономический университет”

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования  
“Белорусский государственный  
экономический университет”

\_\_\_\_\_ В.Ю.Шутили

29.06.2021 г.

Регистрационный № УД 4826-21/уч.

## **НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ**

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине  
для специальности

**1-31-03-06** экономическая кибернетика  
(по направлению)

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

*Асанович В.Я.*, профессор кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор химических наук, профессор

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

*Калитин Б.С.* профессор кафедры аналитической экономики и эконометрики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

*Железко Б.А.*, доцент кафедры маркетинга Белорусского национального технического университета, кандидат технических наук.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математических методов экономики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 14 от 27 мая 2021г.

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2021).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Динамические математические модели все шире применяются в социологии и экономике. К настоящему времени современная методология анализа нелинейных динамических систем оформилась в новое научное направление, называемое синергетикой. Эта междисциплинарная наука нацелена на выявление общих принципов эволюции и самоорганизации сложных систем в различных областях знания на основе построения и исследования нелинейных динамических математических моделей.

Учебная программа учебной дисциплины «Нелинейные динамические модели в экономике» разработана для обучающихся по специальности 1-310306 (экономическая кибернетика) в соответствии с образовательным стандартом специальности.

Учебная дисциплина «Нелинейные динамические модели в экономике» представляет собой систематизированное изложение теоретико-методологических основ анализа динамики экономических процессов направлена на формирование аналитического творческого мышления, умений и навыков использования аналитических инструментов в практической работе для объективной оценки влияния внешних различных факторов на устойчивость социально-экономических систем. Она является научной базой принятия стратегических и тактических управленческих решений в организационных системах различного уровня подчиненности.

**Целью преподавания учебной дисциплины** «Нелинейные динамические модели в экономике» является ознакомление студентов с новыми современными методами и подходами к анализу нелинейных систем дифференциальных уравнений, описывающих многочисленные процессы и явления, протекающие в экономических и социальных неравновесных системах. приобретение навыков нелинейного анализа; развитие аналитического мышления у обучающихся; использование результатов анализа в процессе обоснования стратегии развития социально-экономических систем.

### **Задачи, которые стоят перед изучением учебной дисциплины:**

- дать студентам знание теоретических аспектов качественной теории дифференциальных уравнений,
- сформировать у студентов целостное представление об эндогенных экономических колебаниях и комплексной экономической динамики;
- способствовать овладению студентами навыками практического решения задач анализа и прогноза динамики нелинейных процессов в социально-экономических системах, приобретению ими умения самостоятельного моделирования нелинейной экономической динамики;
- освоить методику комплекснозначного анализа важнейших показателей функционирования и развития социально-экономических систем, выявления и использования внутренних резервов для экономического роста.

Структура программы и методика преподавания учебной дисциплины учитывают новые результаты экономических исследований и последние достижения в области педагогики и информационных технологий, ориентируя обучающихся на приобретение соответствующих профессиональных компетенций:

- ПК-2. Способность исследовать закономерности становления и развития экономических объектов в конкретной прикладной области

– ПК-3. Применять современные методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в сфере микро и макроэкономики;

– ПК-4. Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности;

– ПК-6. Способность формализовывать задачи прикладной области, при решении которых возникает необходимость использования количественных и качественных оценок;

– ПК-8. Разрабатывать перспективные, среднесрочные и текущие планы экономического и социального развития субъектов хозяйствования;

– ПК-9. Проводить комплексный экономический анализ всех видов деятельности организации и разрабатывать меры по эффективному использованию ресурсов, производственных мощностей с целью повышения эффективности производственно-хозяйственной деятельности;

– ПК-12. Способность анализировать данные и оценивать требуемые знания для решения нестандартных задач с использованием математических методов и методов компьютерного моделирования;

– ПК-14. Разрабатывать стратегию развития субъектов хозяйствования всех видов собственности; использовать методы комплексного анализа, планирования и прогнозирования, в практике управления организации.

– ПК-19. Обладать навыками самостоятельной исследовательской работы в области анализа комплексной (сложной) экономической динамики.

В результате изучения учебной дисциплины «Нелинейные динамические модели в экономике» обучающийся должен:

**знать:**

теоретические основы экономико-математического анализа динамики социально-экономических систем:

- классификацию СЭС,

- виды записи зависимости экономических показателей от времени,

- методы решений дифференциальных уравнений,

- элементы качественной теории дифференциальных уравнений;

- модели экономической динамики для систем различного уровня и вида деятельности,

- существенно нелинейные эффекты в задачах динамики,

- элементы теории бифуркаций,

- элементы теории катастроф, элементарные катастрофы Тома

**уметь:**

- анализировать обобщенную нелинейную модель экономической динамики,
- строить и анализировать модели экономической динамики на основе обыкновенных дифференциальных уравнений (системы различного уровня и вида деятельности, динамические процессы в экономике с учетом кризисов, переходные и циклические процессы),
- анализировать поведение существенно нелинейных динамических систем,
- проводить бифуркационный анализ модели экономического роста,

**иметь навыки:**

- расчета и анализа основных экономических показателей динамики экономической деятельности субъектов;
- оценки конкретных ситуаций при принятии решений о стратегических и тактических направлениях экономической деятельности субъекта хозяйствования;
- самостоятельной исследовательской работы в области комплекснозначного анализа динамики сложной экономической системы.

В соответствии с учебным планом специальности 1-310306 (экономическая кибернетика) учебная программа рассчитана на 150 часов, из них аудиторных занятий 68 часов. Распределение по видам занятий: лекций – 30 часов; практических занятий – 16 часов. Лабораторные занятия 22 часа. Рекомендуемая форма контроля – зачет.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## Тема 1 Линейные динамические системы

Цель, задачи и содержание анализа линейных динамических систем. Что такое «нелинейность» и почему базовые экономические модели содержат линейные или линеаризованные динамические системы.

*Линейные динамические модели и процессы* Фазовый портрет как способ изображения динамического процесса. неподвижные точки. Понятие аттрактора и репеллера. Виды аттракторов. Автономные системы на плоскости. Построение фазовых портретов на плоскости. Фазовые портреты для канонических систем на плоскости. Классификация линейных систем.

## Тема 2. Устойчивость линейных динамических систем

Устойчивость неподвижных точек (равновесий) Функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости и ее приложения. Структурная устойчивость.

*Анализа устойчивости линейных динамических систем в непрерывном времени.* Типы равновесий (стационарных состояний) для систем первого порядка. Пример 1: определение характера устойчивости динамики (равновесия) в монетарной модели Кейгана. Пример 2: линеаризация и анализ устойчивости для уравнения динамики капиталовооруженности в модели экономического роста Солоу. Типы равновесий (стационарных состояний) для систем второго порядка. Пример 3: равновесие – неустойчивый узел в модели динамики инфляции и государственного долга Дрейзена. Пример 4: равновесие устойчивый фокус в модель динамики инфляции и безработицы. Пример 5: седловое равновесие для линеаризованной динамической системы в модели Рамсея.

*Анализа устойчивости линейных динамических систем в дискретном времени.* Типы равновесий (стационарных состояний) для систем первого порядка. Пример 6: определение характера устойчивости динамики адаптивных инфляционных ожиданий. Пример 7: линеаризация и анализ устойчивости для уравнения динамики капиталовооруженности в модели экономического роста Даймонда. Типы равновесий (стационарных состояний) для систем второго порядка. Пример 8. Анализ устойчивости эндогенных колебаний в модели инвестиционного цикла Мецлера..

## Тема 3. Эндогенные экономические колебания

*Предельные циклы.* Существование предельных циклов (теорема Пуанкаре-Бендиксона). Пример 2.1: предельные циклы в модели Калдора. Уравнение Льенарда. Единственность предельного цикла (теорема Левинсона-Смита). Пример 2.2: предельные циклы в модифицированной модели мультипликатора-

акселератора. Модели типа «хищник-жертва» (уравнения Лотки-Вольтерра). Теорема Хирша-Смейла. Пример 2.3: модель «классовой борьбы» Гудвина.

#### **Тема 4 Теория бифуркаций и ее применение в моделировании экономической динамики**

*Понятие бифуркации.* Структурная устойчивость системы. Сингулярность. Ветвь равновесий. Точка бифуркации и величина бифуркации. Бифуркационная диаграмма.

*Бифуркации в моделях с непрерывным временем.* Бифуркация типа складки. Пример 1: равновесие на рынке труда. Пример 2: модель монетизации бюджетного дефицита. Складка как бифуркация типа седло-узел. Гистерезис. Пример 3: модель монетизации бюджетного дефицита с учетом реальных эффектов инфляции. Транскритическая бифуркация. Пример 4: стационарные состояния в модели Солоу. Бифуркация типа вилки. Пример 5: редуцированная модель Калдора. Бифуркация Хопфа. Пример 6: бифуркация Хопфа и предельные циклы в модели Калдора.

*Бифуркации в моделях в дискретном времени.* Бифуркации типа складки, вилки и транскритическая бифуркация в моделях с дискретным временем. Удваивающая период бифуркация. Пример 7: рост населения и удваивающая период бифуркация. Бифуркация Хопфа в моделях с дискретным временем.

#### **Тема 5. Хаос в экономической динамике**

*Хаотическая динамика в моделях с дискретным временем.* Сложная (хаотичная) динамика, определяемая логистическим уравнением. Понятие неподвижной точки периода  $k$ . Вторая и последующие итерации отображения для логистического уравнения. Удвоение периода неподвижной точки для логистического уравнения. Сложное поведение системы после прохождения точки аккумуляции. Детерминированный хаос, как одновременное наличие периодических траекторий разного порядка и аperiodических траекторий. Эргодичность и чувствительная зависимость от начальных условий. Определение хаотического отображения. Теорема Ли-Йорка. Пример : хаотическая динамика в неоклассической модели экономического роста с эффектом загрязнения окружающей среды. Перемежающаяся сходимостью.

*Хаотическая динамика (странные аттракторы) в моделях с непрерывным временем.* Понятие странного аттрактора. Аттрактор Лоренца. Аттрактор Рёсслера. Странные аттракторы и хаотическая динамика в моделях с непрерывным временем

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

»

ДЛЯ ДНЕВНОЙ ФОРМЫ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Линейные динамические системы	4	4						Тесты
2	Устойчивость линейных динамических систем	6	2		4				Тесты, контрольная работа
3	Эндогенные экономические колебания	8	4		6				Тесты,
4	Теория бифуркаций и ее применение в моделировании экономической динамики	6	2		6				Тесты контрольная работа
5	Хаос в экономической динамике	6	4		6				Тесты
	Всего часов	<b>30</b>	<b>16</b>		<b>22</b>				<b>Зачет</b>



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### *Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Нелинейные динамические модели в экономике»*

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- подготовка к практическим занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, контрольные работы, устные опросы и т.п.);
- подготовка к зачету.

В качестве домашнего задания студент должен самостоятельно найти в экономической литературе примеры экономических моделей, где нелинейность динамики (предельные циклы, бифуркации, хаос) имеет принципиальное значение. Поиск литературы осуществляется с помощью библиотечных ресурсов интернета. Выбор конкретных научных статей согласовывается с преподавателем в индивидуальном порядке.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Петров, Л.Ф. Методы динамического анализа экономики:/ Учеб. пособие.- Л.Ф.Петров.-М.:ИНФРА-М, 2012 – 239 с.
2. Эрроусмит, Д., Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. /Пер. с англ.- Д.Эрроусмит, К. Плейс, -М.:1986. -243 с.
3. Занг , В.Б. Синергетическая экономика. /Пер. с англ.-В.Б.Занг –М.:Мир, 1999. -335 с.
4. Малинецкий, Г.Г. Математические основы синергетики: хаос, структуры, вычислительный эксперимент. / Г.Г. Малинецкий .- Изд. 5-е.- М.:изд-во ЛКИ,2007.- 312 с.
5. Кузнецов, А. П., Нелинейность: от колебаний к хаосу (задачи и учебные программы) / А. П., Кузнецов - М. –Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006,. – 188 с.

### Дополнительная

1. Калитин, Б.С. Математические модели экономики: Учеб.пособие/ Б.С.Калитин.-Минск: БГУ.- 2004.-182 с.
2. Ахромеева, Т.С., Нестационарные структуры и диффузионный хаос /. – М.: Т.С. Ахромеева, - М.:Наука, 1992, 541 с.
3. Кузнецов, С.П. Динамический хаос.- М.: Физматлит, 2001, 296с.
4. Лоскутов, А.Ю., Введение в синергетику. / А.Ю. Лоскутов - М.: Наука, 1990, 272с.
5. Магницкий, Н.А. Современные методы анализа нелинейных диссипативных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. / Н.А. Магницкий – М.: ВМК МГУ, 2004, 112с.
6. Малинецкий , Г.Г., Современные проблемы нелинейной динамики. / Г.Г Малинецкий.– М.: УРСС, 2002, 360с.
7. Постон , Т., Теория катастроф и ее приложение./ Т. Постон -М. Мир, 1980, 617 стр.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Высшая математика	Кафедра высшей математики		протокол № 10 от 27 мая 2021 г

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1		

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математических методов экономики (протокол № 14 от 27 мая 2021 г.)

Заведующий кафедрой ММЭ \_\_\_\_\_ Г.О. Читая

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ Д.А. Марушко