

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА: ИСТОРИЯ И СОВРЕМЕННОСТЬ

Математическая экономика — дисциплина, предметом которой являются математические модели экономических систем, объектов, процессов и явлений, а также математические и информационные методы их исследования. Кратко: математическая экономика объединяет различные приложения математики в экономике, в частности, в экономической теории.

Понятия, результаты, методы математической экономики принято излагать в тесной связи с их экономическим происхождением, интерпретацией и практическими приложениями. Поэтому математическая экономика не только аппарат экономической науки, но и инструмент практики. Математические модели строятся не только для теоретических целей экономического анализа, но и для практических целей планирования, управления и прогнозирования. Особенность математической экономики как науки состоит в чрезвычайном разнообразии и разнородности объектов моделирования и применяемого математического инструментария. Экономике присущи управляемость и стихийность, детерминированная предопределенность и существенная неоднозначность, свобода выбора и жесткие бюджетные ограничения, заданность технологических процессов и неопределенность социальных из-за не всегда рационального поведения человека.

На начальном этапе развития экономической теории математические формулировки использовались редко. Тем не менее, многие классические доктрины экономики, сформулированные в словесной форме, по сути являлись математическими моделями, что иногда оставалось незамеченным и самими авторами. Одними из первых математических моделей экономики была таблица Франсуа Кенэ* (лейб-медик

* Ф. Кенэ — глава школы физиократов, автор экономических статей «Энциклопедии» Дидро. Экономическая таблица Кенэ, опубликованная в 1758 г., предвосхитила идеи межотраслевого баланса В.В. Леонтьева и уравнения исчисления национального дохода.

Людовика XV) и схемы воспроизводства К. Маркса. Систематически математические методы впервые использовал в экономической теории Курно (французский математик и экономист, автор книги «Исследование о математических принципах теории богатств», 1838).

Редакторы четырехтомника «Handbooks of Mathematical Economics» Эрроу и Интриллигатор выделяют три периода в становлении математической экономики:

- период развития математических основ маржинализма (marginal (лат.) — край, предел) (1838–1947 гг.);
- период анализа линейных экономических моделей на основе теоретико-множественного подхода (1948–1960 гг.);
- интеграционный период (после 1960 г.).

В первом периоде, используя простой аппарат производственных функций и функций полезности, была построена теория поведения микроэкономических агентов и общая теория равновесия. Начало этого периода датируется 1838 г., когда вышла уже цитированная работа Курно, в которой заложены основы математической теории фирмы и потребления на однопродуктовом рынке. Основная гипотеза Курно для поведения фирмы осталась неизменной и сегодня — выбор в конусе технологических возможностей уровня производства максимизирующего прибыль. Курно показал, что максимум прибыли достигается тогда, когда предельные издержки сравниваются с предельным доходом. Еще одним основоположником математической теории маржинализма был Джевонс, который в докладе «Краткое сообщение об экономической теории политической экономии» сформулировал принцип убывающей предельной полезности. Он также внес существенный вклад в статистику, сконструировав взвешенный индекс цен. Однако только переход к концепции производственных функций и маржиналистской теории производства Вальраса (австрийский экономист конца XIX–начала XX вв., математик по образованию) дал принципиально новые возможности и в итоге привел к строго математическому доказательству фундаментального свойства совершенных рынков — стремиться к равновесию. Исследования Вальраса (элементы чистой экономической науки, 1874 г.) являются и сегодня блестящим примером математического подхода к

экономическим явлениям. Именно он в конце XIX в. заложил основы математической теории общего равновесия, в которой «рынки всех товаров оказываются взаимосвязанными, все цены благ, выпуски товаров и наличие ресурсов взаимно и одновременно согласовываются в процессе функционирования экономики, все секторы и участники которой стремятся максимизировать полезность».

Развитие теории потребления на основе максимизации функции полезности при бюджетных ограничениях (Вальрас и Маршалл) было продолжено В. Парето, который заменил кардиналистскую полезность ординалистской. Предложенный Парето принцип оптимума лег в основу современной математической теории экономики благосостояния, а также многокритериальной оптимизации. Принцип оптимума, по Парето, звучит в исходной редакции примерно так: «Оптимальное состояние рынка — это такое, при котором никто из участников не может улучшить свое положение, не ухудшая положения хотя бы одного из участников». Стостраничное математическое приложение к знаменитому учебнику В. Парето по политической экономии 1906 г. и сегодня является блестящим образцом математического изложения экономической теории. Еще в первом периоде были построены также математические модели и аппарат для анализа устойчивости равновесия. Таким образом трудами А. Курно, С. Джевонса, Л. Вальраса, В. Парето заложены основы математического направления в экономическом анализе.

Открытие экономистами возможностей математики, по крайней мере, для более строгого и логического изложения предлагаемых теорий, привело к бурному развитию экономической теории в XX в. Завершающий вклад в развитие первого этапа математической экономики внес Кнут Викасель (1851–1926) — шведский экономист и математик, основатель Стокгольмской школы экономики, который изложил достижения австрийской школы (К. Менгер, Ф. Визер, Е. Бем-Баверк) строгим математическим языком, отталкиваясь от того, что предельная полезность есть первая производная функции полезности. Безусловно, здесь следует упомянуть и Эдварда Чемберлена, который в пятидесятистраничном приложении к монографии «Теория монополистической конкуренции» за-

ложил основу для современного математического аппарата микроэкономики и теории фирмы.

Наиболее значительным результатом второго периода (1948–1960) считается математическое доказательство существования ситуации рыночного равновесия (теорема Эрроу*-Дебре**), с одной стороны, и появление теории линейных оптимизационных моделей*** (линейного программирования****), построенных Канторовичем*****, Купмансом*****, Данцигом. Это позволило, в частности, преобразовать средствами линейного программирования задачу поиска равновесия в экстремальную задачу на нахождение оптимума. Кульминация периода — объединение подходов теоретико-множественного и теории линейного программирования в теореме Дорфмана-Самуэльсона-Солоу о траекториях экономического роста. Многочисленны в этот период работы по доказательству существования равновесия для различных моделей экономики: А. Вальд, Маккензи, Х. Никайдо, Х. Удзава, С. Карлин.

Появление оптимизационных моделей дало аппарат для практического применения в экономике теории игр, основы которой были заложены Нейманом в 1928 г. и получили фундаментальное развитие в трудах Неймана-Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение». Сегодня теория

* Кеннет Эрроу (NP72 совместно с английским экономистом Джоном Хиксом, окончившим отделение математики Оксфордского университета) внес крупнейший вклад в исследование математических моделей в самых различных областях экономики от теории благосостояния до теории социального выбора.

Д.Дебре — франко-американский экономист, выпускник математического отделения Парижского университета, профессор экономики и математики Калифорнийского университета Беркли, NP83 за вклад в разработку теории общего равновесия и условий, при которых оно осуществляется в некоей абстрактной экономике.

*** Линейные модели экономики берут свое начало от математической модели межотраслевого баланса «затраты-выпуск», построенной В.Леонтьевым (NP73).

**** «...линейное программирование является одним из наиболее важных послевоенных достижений экономической теории... Оно особенно быстро развивалось благодаря усилиям математиков, бизнесменов, военных, статистиков и экономистов» — так об этом написали Р.Дорфманн, Р.Солоу, П.Самуэльсон «Линейное программирование и экономический анализ», 1958).

***** Советский математик и экономист Л.В.Канторович (NP73) сыграл существенную роль в формировании концепции оптимального функционирования экономики.

***** Т.Купманс (NP73) — американский экономист, математик. Знаменитую книгу Дорфмана, Самуэльсона, Солоу мы уже цитировали. Заметим еще, что П.Самуэльсон получил в 1970 г. Нобелевскую премию, а Р.Солоу стал им в 1987г. за свою знаменитую математическую модель экономического роста и вклада НТП в развитии экономики. Сегодня Р.Солоу — Президент Международной экономической ассоциации.

игр* — основной аппарат экономической теории. Фактически во втором периоде ученые вплотную подошли к математическому моделированию экономических процессов в целом.

В работах интеграционного периода (с 1961 г.) Эрроу и Интриллигатор выделяют следующие направления: *глобальный анализ* (восходит к пионерской работе Дебре (1970) исследования условий, при которых ситуация равновесия устойчива, хотя устойчивость равновесия, как мы уже отметили, обсуждалась еще Курно и Маршаллом**); *теория двойственности*; *агрегирование функций спроса*; *temporally equilibrium*; *вычисление равновесных цен*; *теория социального выбора*; *оптимальное налогообложение*; *теория оптимального роста*; *теория организаций*.

У Эрроу и Интриллигатора дан обзор работ по математическому моделированию детерминированных, т.е. нестохастических систем. Существует не менее важное эконометрическое направление по изучению элементов случайности в экономических явлениях и процессах, а также по разработке методов статистической проверки моделей математической экономики. По классификатору JEL*** эконометрику также относят к математической экономике. Эконометрика есть наука, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей для того, чтобы на базе экономической теории, экономической статистики и математико-статистического инструментария придать количественное выражение общим экономическим закономерностям. В серии Handbooks of Economics она занимает четыре отдельных тома: Handbook of Econometrics, равно как и теория игр она вошла в два отдельных тома: Handbook of Game Theory****. Эконометрическое направление находит широчайшее применение в реальной жизни. Отдельные эконометрические модели позволяют строить новые экономические

* Существенный вклад в развитие теории игр и ее приложений в экономике внесли NP94: математик Джон Нэш из Принстонского университета, немецкий экономист, также математик по образованию Рейхард Зельтен и американский экономист Джон Харшани, медик.

** «Математическое приложение» к учебнику экономической теории первой половины XX в. А.Маршалла.

*** В мировой экономической литературе используется классификатор Journal Economics Literatur (JEL).

**** Первыми лауреатами Нобелевской премии в 1969 г. стали норвежец Р. Фриш и голландец Я.Тинберген, которые считаются основателями эконометрики.

теории. В частности, Л.Клейн (NP80), переложив в 1947 г. идеи Кейнса на математический язык, создал целый ряд важных эконометрических моделей колебаний деловой активности, предсказания экономической конъюнктуры, международной экономической взаимозависимости. Л. Клейн одним из первых математических экономистов коммерциализировал свои модели, создав «рынок моделей». Значительный вклад в разъяснение теоретико-вероятностных оснований эконометрики и анализ рыночных экономических структур внес также Трюгве Ховельмо (NP89).

Следует отметить, что после работ Д. Тобина (NP81), Ф. Модильяни (NP85) и особенно Г. Марковица, М. Миллера, У. Шарпа (совместно NP90), построивших математические модели финансовых рынков, сбережений и формирования оптимальных портфелей ценных бумаг, а также Д. Мирлиса и У. Викри (NP96), разработавших модели анализа аукционов и основы теории оптимального налогообложения, Р. Мертона, и М. Шоулза (совместно NP97), построивших новые методы для рынков производных ценных бумаг и опционов, математическая теория финансовых рынков чрезвычайно интенсивно развивается. Разумеется, этому способствовала и практическая необходимость в данном математическом аппарате в связи с бурным развитием спекулятивных рынков производных финансовых инструментов.

Таким образом, в широком смысле современная математическая экономика объединяет следующие классы математических моделей экономики: модели равновесия и устойчивости экономической динамики; модели экономических циклов; модели мировой торговли; модели монетарной экономики, обобщающие классические модели Кейнса*, Хикса** (IS-LM), Фридмана***, Манделла**** (NP99); модели социальной экономики А.Сена*****; модели оптимального налогооб-

* Джон Мейнорд Кейнс (1883-1946) – величайший экономист XX в., широко применял математический аппарат.

** Дж. Хикс (NP72) – автор модели IS-LM, заложил основы неоклассического синтеза макроэкономической кейнсианской теории и микроэкономики, позднее завершеного Самуэльсоном. Работы Хикса называли сверхматематизированными.

*** Милтон Фридман (NP76) – глава знаменитой чикагской неолиберальной школы, автор «Исследования количественной теории денег».

**** Роберт Манделл (NP99) построил совместно с Флемингом ряд динамических моделей денежно-кредитной политики. Архитектор Европейского валютного союза.

ложения; модели принятия решений в экономике с помощью компьютерных систем (вычислительная экономика, экономическая информатика, имитационное моделирование); модели и методы финансовой экономики, развивающие теорию инвестиционного портфеля Марковица-Тобина, САРП-модели Шарпа; эконометрические модели и методы прогнозирования.

Математические модели и методы математической экономики применяются для планирования, анализа и управления экономическими системами различных уровней (мировая, национальная, макро-, микроэкономика), в различных отраслях, секторах и сферах (фискально-бюджетная, банковская, инвестиционная, внешнеторговая) народного хозяйства, на различных предприятиях, корпорациях, фирмах; а также для актуарных, страховых, инвестиционных, лизинговых, фискальных расчетов и денежных потоков.

Более детальное представление о моделях и методах современной математической экономики можно получить из журналов: «Экономико-математические методы», «J. of Mathematical Economics», «J. of Econometrics», «J. of Game Theory», а также из сайтов Центра математических исследований знаменитой бизнес-школы Kellogg, Института эконометрики Роттердамского университета, Эконометрической лаборатории университета Беркли, ЦЭМИ.

В.Н. Комков
Институт экономики НАН Беларуси

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ФИНАНСОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

В условиях перехода к рыночной экономике государственное управление вынуждено во все большей мере прибегать к использованию финансовых инструментов косвенного

***** Амартил Сен (NP98) – автор теории благосостояния и бедности, основанной на построенном им интегральном индексе благосостояния.