

*РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ РАСХОДОВ*

---

На макроэкономическом уровне строятся агрегированные модели потребительских расходов. Задача разработки агрегированной модели не сводится к исчислению сводных суммарных или средних по экономике факторных переменных и результативных показателей. На этом уровне взамен им следует находить соответствующие показатели национальных счетов и производные от них характеристики. Например, вместо суммы отдельных видов доходов домашних хозяйств на макроуровне будет правомерным использовать располагаемый доход домашних хозяйств, а на уровне экономики страны — валовой национальный располагаемый доход. При этом последний следует рассматривать как более агрегированную детерминанту доходов, которая наряду с другими видами доходов включает и располагаемый доход домашних хозяйств.

На уровне макроэкономики не представляется возможным сформировать пространственные статистические совокупности и приходится ограничиваться исходными данными динамических рядов. Нередко слишком сложно сформировать ряды динамики за длительное время. К тому же в длинных рядах их уровни часто несопоставимы. Более того, может оказаться, что по причине отсутствия необходимой информации их уровни не представляется возможным привести к сопоставимому виду. Поэтому приходится продолжительные промежутки времени подразделять на более короткие временные отрезки, содержащие сравнительно небольшое количество наблюдений. В силу этого возникает потребность в ограничении количества факторных переменных разрабатываемых моделей и использовании в разработке агрегированных макроэкономических моделей самых существенных переменных. По причине наложенных ограничений приходится пренебрегать распределительными и структурными факторами и абстрагироваться от большого числа социально-экономических переменных в пользу минимизации количества факторных величин. Это приводит исследователя к разработке простейшей из всех мыслимых функций потребления, которая строится на предположении, что потребительские расходы *значимо* определяются доходами. В математически формализованной форме представления данного рода потребительская гипотеза запишется в виде следующей функции ( $f$ ) потребления:

$$C(t) = f(X(t)), \quad (1)$$

где  $C(t)$  — расходы на конечное потребление за период ( $t$ );  $X(t)$  — располагаемый доход за период ( $t$ ).

Автор отдает себе отчет в том, что искомая функция потребительских расходов (1) имеет право на существование при условии статистической значимости параметров и высокой детерминированности агрегированного показателя расходов на конечное потребление величиной располагаемого дохода. Существование значимо детерминированной функции потребления (1) не означает, что другие возможные факторы, включая распределительные и структурные, признаются несущественными. Без учета влияния других факторов оценка потребительских расходов в зависимости от доходов представляется вполне обоснованной и может формулироваться в виде самостоятельной задачи. Автору удалось убедиться, что по агрегированным данным национальных счетов Республики Беларусь суще-

ствование такой взаимосвязи подтверждается. В этом состоят возможные преимущества потребительской функции (1). Для ее разработки имеется вся необходимая информация, и она может быть построена по данным коротких временных рядов, в то время как при большем количестве факторных переменных потребовались бы длительные временные ряды. В Республике Беларусь наличие сопоставимых рядов данных о потребительских расходах и располагаемых доходах в исчислении по международной методологии национальных счетов ограничено периодом, начиная с 1990 г.

Получить состоятельные оценки параметров потребительской функции (1) по данным непродолжительных временных рядов без применения специальной методики не представляется возможным. В авторской разработке такая методика вместе с ее эмпирической верификацией приводится ниже.

Конкретизация функции потребления (1) применительно к наблюдаемым переменным  $X$  и  $C$  может привести к различным формам аналитических уравнений. По соображениям удобства интерпретации из всего множества форм мы отдаем предпочтение линейной функции, разумеется, при разрешающей способности критерия линейности. Тем самым мы приходим к линейному уравнению

$$C(t) = a + bX(t). \quad (2)$$

Угловым коэффициентом  $b$  функции (2) — предельный коэффициент склонности к потреблению. Он указывает на размер прироста или уменьшения расходов на конечное потребление при незначительном (предельно допустимом) изменении дохода. Параметр  $a$  характеризует величину расходов на конечное потребление, независимую от доходов. Целесообразность разработки функции потребительских расходов по типу уравнения (2) оправдывается потребностью оценки предельного коэффициента склонности к потреблению.

В статической модели (2) текущие расходы поставлены в зависимость от величины располагаемого дохода за текущий период. При разработке динамических моделей потребительских расходов вводится понятие “лаг”. Простейшая форма лага, используемая в динамических моделях — однопериодный лаг. Он характеризуется сдвигом потребительских расходов относительно объясняющей переменной функции потребления на один временной интервал (месяц, квартал, год). Длина однопериодного лага определяется периодичностью разрабатываемых исходных данных, на основе которых строится модель. Простейшая форма динамической функции потребления с однопериодным лагом приобретает следующий вид:

$$C(t) = a + bX(t - 1), \quad (3)$$

где  $X(t - 1)$  — располагаемый доход за предшествующий период.

Обосновать однопериодный сдвиг потребительских расходов по сравнению с располагаемым доходом можно с двух сторон. Во-первых, временной сдвиг потребительских расходов по сравнению с величиной располагаемых доходов можно объяснить запаздывающим получением ранее заработанного дохода. Так, часть дохода, созданного в одном году, становится известной только в следующем. Отсюда вытекает, что заработанный в одном году доход становится источником потребительских расходов в следующем. Примером подобного рода сдвигов во времени может служить получение дивидендов по итогам работы за предшествующий год. Лаговый временной сдвиг расходов на конечное потребление образуется также в условиях сбережений части текущих доходов в интересах потребительских расходов в предстоящем времени.

Вышеприведенное обоснование лагового сдвига не является единственно возможным. Сдвинутые во времени потребительские расходы по отношению к источникам доходов также можно объяснить влиянием на результативную переменную установившихся привычек (привычного уровня потребления). Инерция человеческого поведения приводит к тому, что потребители не сразу приспосабливаются

к изменившейся ситуации получения доходов, а постепенно адаптируются к новым условиям. При уменьшении доходов конечные потребители пытаются сохранить достигнутый уровень потребления за счет заимствованных средств, рассчитывая при этом на более высокие предстоящие доходы. Они будут стараться поддерживать единой достигнутый уровень потребления и соизмерять текущие потребительские расходы с доходами предшествующих лет.

Как вытекает из уравнений (2) и (3), при моделировании потребительских расходов следует принимать во внимание тот факт, что текущие потребительские расходы детерминированы и текущей, и лаговой покупательной способностью. Функция (2) является статической, а функция (3) — динамической моделью потребительских расходов.

На макроэкономическом уровне ввиду высокой согласованности динамики валового национального располагаемого дохода и валового внутреннего продукта в качестве объясняющей переменной функции потребительских расходов использован показатель ВВП.

Оценка параметров функции потребительских расходов (2) с помощью обычного метода наименьших квадратов (МНК) приводит к смещенным их значениям, что обусловлено *нестационарностью временных рядов исходных данных*. Ниже приводится аналитическое доказательство этого положения. Перепишем уравнение (2) с учетом случайного члена:

$$C(t) = a + bX(t) + u(t), \quad (4)$$

где  $C(t)$  — расходы на конечное потребление в сопоставимых ценах;  $X(t)$  — ВВП в сопоставимых ценах;  $u(t)$  — автокоррелированные остатки;  $t$  — символ фактора времени.

Со сдвигом на один период функция потребления (4) приобретет следующий вид:

$$C(t - 1) = a + bX(t - 1) + u(t - 1). \quad (5)$$

Наличие автокорреляции остатков проверяется функцией

$$u(t) = \rho u(t - 1) + \xi(t), \quad (6)$$

где  $\rho$  — коэффициент автокорреляции;  $\xi$  — независимые остатки.

В автокоррелированной функции (6) значимость коэффициента автокорреляции  $\rho$  оценивается по  $t$ -критерию Стьюдента. Наличие автокорреляции в исходных данных о расходах на конечное потребление и объеме валового внутреннего продукта в соответствии с потребительской функцией (4) можно выявить с помощью критерия Дарбина-Уотсона. При оценке функции потребления (4) по данным о расходах на конечное потребление и объеме валового внутреннего продукта Республики Беларусь за 1990–2002 гг. наличие автокорреляции подтвердилось как по критерию Дарбина-Уотсона, так и по  $t$ -критерию Стьюдента ( $t$ -статистика). Статистическая оценка связи расходов на конечное потребление в зависимости от объема ВВП Республики Беларусь приводится в табл. 1.

**Таблица 1. Статистическая оценка связи расходов на конечное потребление в зависимости от объема ВВП Республики Беларусь в постоянных ценах 1990 г., млрд р.**

Год	Расходы на конечное потребление, $C(t)$	Валовой внутренний продукт, $X(t)$	Расчетные значения, $\hat{C}(t)$	Остатки, $u(t)$
1	2	3	4	5
1990	31,00	43,3	32,67	–1,67
1991	28,83	42,8	32,23	–3,40
1992	26,04	38,7	28,67	–2,63
1993	24,49	35,7	26,06	–1,57

Окончание таблицы

Год	Расходы на конечное потребление, $C(t)$	Валовой внутренний продукт, $X(t)$	Расчетные значения, $\hat{C}(t)$	Остатки, $u(t)$
1	2	3	4	5
1994	21,70	31,2	22,15	-0,45
1995	19,53	28,0	19,37	0,16
1996	20,46	28,8	20,07	0,39
1997	22,32	32,1	22,93	-0,61
1998	25,11	34,7	25,19	-4,08
1999	26,97	35,9	26,24	0,73
2000	29,14	38,0	28,06	1,08
2001	33,13	39,8	29,62	3,51
2002	35,82	41,7	31,27	4,55

Источник: [1, 12; 2, 72].

В оценке по методу наименьших квадратов статистическая модель (4) потребительских расходов  $C(t)$  в зависимости от объема ВВП  $X(t)$  получила следующее выражение:

$$C(t) = -4,954 + 0,869X(t) + u(t) \quad (4a)$$

$$t\text{-статистика: } 6,630 \\ DW = 0,261 \quad F = 43,955 \quad R = 0,894,$$

где  $DW$  — критерий Дарбина-Уотсона;  $F$  — критерий Фишера;  $R$  — коэффициент корреляции.

Как видно, расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона равно 0,261. Табличное значение нижнего предела отношения Дарбина-Уотсона на 5%-м уровне значимости составляет 1,08 [3, 372]. Таким образом, наблюдаемое значение критерия Дарбина-Уотсона ниже табличного, что свидетельствует о существовании положительной автокорреляции в исходных рядах [4, 206]. К тому же выводу мы приходим и с помощью оценки параметров автокорреляционной функции (6). В оценке по данным гр. 5 табл. 1 она представлена в форме

$$u(t) = 0,352 + 0,767u(t-1) + \xi(t) \quad (6a)$$

$$t\text{-статистика: } 2,566 \\ DW = 1,960 \quad F = 6,587 \quad R = 0,630.$$

Расчетное значение  $t$ -критерия, равное 2,566, на 5%-м уровне значимости при десяти степенях свободы превышает табличное (табличное значение  $t$ -критерия = 2,228), что указывает на статистическую значимость коэффициента автокорреляции  $\rho = 0,767$ . В условиях статистически значимого коэффициента автокорреляции значения параметров модели потребительских расходов (4a), полученные с помощью обычного метода наименьших квадратов, несостоятельны и смещены, что является следствием нестационарности исходных временных рядов. Поиск состоятельных и несмещенных оценок параметров уравнений регрессии по исходным данным нестационарных рядов контролируется соблюдением четырех условий Гаусса-Маркова [3, 79–82]. “Не будет преувеличением сказать, — пишет К. Доугерти, — что понимание важности этих условий отличает компетентного исследователя, использующего регрессионный анализ от некомпетентного” [3, 80]. Так, в литературном источнике [5, 31–38] по данным временных рядов исследуется зависимость величины ставок банковского процента от темпов роста совокупной денежной массы в обращении и дефицита государственного бюджета без тестирования гипотез на соблюдение условий Гаусса-Маркова. Поэтому полученные оценки параметров уравнений и сформулированные по результатам аналитических вычислений выводы нельзя признать достоверными.

Состоятельные оценки параметров модели потребительских расходов могут быть получены путем включения в нее автокорреляционной функции (6). Это достигается путем подстановки автокорреляционной функции (6) в уравнение (4). В результате получаем функцию потребительских расходов

$$\hat{C}(t) = a + bX(t) + \rho u(t - 1). \quad (7)$$

В оценке по данным табл. 1 функция потребительских расходов (7) получила следующее выражение:

$$\hat{C}(t) = -4,732 + 0,881X(t) + 0,770u(t - 1) + \xi(t) \quad (7a)$$

$t$ -статистика: 8,185                      3,116  
 $DW = 1,390$      $F = 41,610$      $R = 0,950$ .

По  $t$ -критерию параметры модели (7а) статистически значимы при десяти степенях свободы на 5%-м уровне значимости. Полученная модель потребительских расходов (7а) значима также и по  $F$ -критерию. Значение критерия Дарбина-Уотсона, равное 1,390, при двух объясняющих переменных попадает в зону неопределенности. В силу этого гипотеза об отсутствии автокорреляции остатков все еще не может быть принята, и исследования по устранению шумового эффекта автокорреляции должны быть продолжены.

Искажающий эффект влияния автокорреляции на оценки параметров функции потребительских расходов может быть устранен путем преобразования исходной модели. Для этого из уравнения (5) найдем величину остатков  $u(t - 1)$ , выразив ее через другие члены

$$u(t - 1) = C(t - 1) - a - bX(t - 1), \quad (8)$$

и подставим ее развернутое выражение в уравнение (7). В результате получаем развернутое представление функции потребительских расходов

$$\hat{C}(t) = a + bX(t) + \rho[C(t - 1) - a - bX(t - 1)] = a(1 - \rho) + \rho C(t - 1) + bX(t) - \rho bX(t - 1) + \xi(t). \quad (9)$$

Предполагается, что в функции потребительских расходов (9) остатки  $\xi(t)$  нормально распределены и независимы от объясняющей переменной  $X(t)$ . Из структуры функции (9) также видно, что для получения несмещенного значения коэффициента  $b$  при объясняющей переменной  $X(t)$  в уравнение регрессии необходимо ввести лаговые объясняющие переменные  $C(t - 1)$  и  $X(t - 1)$ . Уравнение функции потребительских расходов (9) является уравнением идентификации ее параметров. Как видно, коэффициент регрессии при лаговой переменной  $C(t - 1)$  представлен коэффициентом автокорреляции  $\rho$ , а коэффициент регрессии при лаговой переменной  $X(t - 1)$  —  $\rho b$ . Если параметры искомого уравнения оценены объективно, т.е. являются состоятельными и несмещенными оценками, то частное от деления оцененного значения коэффициента при  $X(t - 1)$  на коэффициент регрессии при  $X(t)$  должно дать значение коэффициента регрессии при лаговой переменной  $C(t - 1)$ , т.е. значение коэффициента автокорреляции  $\rho$ . Задача состоит в том, чтобы отыскать такой способ оценки параметров функции потребительских расходов (9), при котором выполнялись бы условия однозначной их идентификации.

В результате оценки параметров идентификационной функции потребительских расходов по данным табл.1 (гр. 2, 3) получено следующее уравнение:

$$\hat{C}(t) = 1,992 + 1,336C(t - 1) + 0,6572X(t) - 0,941X(t - 1) + e(t) \quad (10)$$

$t$ -статистика: 5,103                      3,762                      5,839  
 $DW = 1,878$      $F = 71,191$      $R = 0,982$ .

при относительной ошибке аппроксимации 2,56 %.

Формально полученные по уравнению (10) оценки параметров являются статистически значимыми. Со ссылкой на эти формальные признаки непрофессиональный автор мог бы считать исследование завершенным, а полученное уравнение рекомендовать для практического применения и использования.

Профессиональный исследователь в состоянии обнаружить невыполнение требований идентификации параметров уравнения (10). Во-первых, коэффициент регрессии при лаговой переменной  $C(t - 1)$  идентифицируется как коэффициент автокорреляции. Но последний не может превышать единичного значения, в уравнении же он равен 1,336. Во-вторых, произведение коэффициента регрессии при объясняющей переменной  $C(t - 1)$  на значение предельного коэффициента склонности к потреблению (коэффициент при  $X(t)$ ) в уравнении (10) не равно коэффициенту при лаговой переменной  $X(t - 1)$  и, соответственно, частное от деления коэффициента при  $X(t - 1)$  на коэффициент при  $X(t)$  не равно коэффициенту при объясняющей переменной  $C(t - 1)$ , так как  $0,941 / 0,6572 = 1,432$ . Тем самым правила идентификации оцененных параметров по уравнению (10) не выполняются. Следовательно, полученные оценки его параметров смещены и несостоятельны.

Методика получения несмещенных и состоятельных оценок параметров модели потребительских расходов предлагается в продолжении статьи.

### Литература

1. Республика Беларусь в цифрах: Крат. стат. сб. Мн., 2001.
2. Национальные счета Республики Беларусь 2003. Мн., 2003.
3. *Дугерти К.* Введение в эконометрику / Пер. с англ. В.Н. Лукаш и др.; Науч. ред. О.О. Замков. М., 1997.
4. *Браун М.* Теория и измерение технического прогресса / Пер. с англ. В.В. Зотова; Под ред. Г.Г. Пирогова. М., 1971.
5. *Савицкая А.Н.* Анализ динамики процентных ставок на денежном рынке Республики Беларусь // Бухгалт. учет и анализ. 2001. № 5.

*(Продолжение в следующем номере.)*