решения как функции от вектора номинального состояния экономики в "текущий" момент времени $t$.

С помощью уравнений, описывающих динамику экономической системы, и найденных равновесных решений можно получить (просчитать) случайные траектории переменных модели и оценить соответствующие вероятностные распределения (методом имитационного моделирования Монте-Карло).

Отметим, что описанная методика исследования модели и получения численных результатов уже апробирована нами для упрощенного варианта модели на гипотетических данных. (Численные расчеты проводились в среде MatLab.)

При определении вида (спецификации) и параметров производственной функции, функций полезности и других элементов модели будут использованы методы математической статистики и методы экспертного оценивания. Отметим также, что ключевую роль при определении значений параметров модели будет играть соображение, состоящее в том, что значения (параметров модели) должны обеспечивать соответствие между реальными данными для экономики Республики Беларусь и равновесными значениями переменных, найденными в рамках модели.

### Литература

1. *Solow R. M.* A Contribution to the Theory of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. 1956. № 70.

2. *Muth J.* Rational Expectations and the Theory of Price Movements // Econometrica. 1961. № 39.

3. *Romer P.* Increasing Returns and Long-Run Growth // Journal of Political Economy. 1986. № 94 (5).

4. *Lucas R.* On the Mechanics of Economic Development // Journal of Monetary Economics. 1988. № 2.

5. *Turnovsky S. J.* Methods of Macroeconomic Dynamics. Cambridge, 2000.

6. *Turnovsky S. J.* International Macroeconomic Dynamics. Cambridge, 1997.

7. *Merton R. C.* Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case // Review of Economics and Statistics. 1969. № 51.

8. *Merton R. C.* Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model // Journal of Economic Theory. 1971. № 31.

9. *Sidrauski M.* Rational choice and patterns of growth in a monetary economy // American Economic Review. 1967. № 57.

10. *Brock W. A.* Money and growth: The case of long run perfect foresight // International Economic Review. 1974. № 15.

11. *Matsuyama K., Kiyotaki N., Matsui A.* Toward a theory of international currency // Review of Economic Studies. 1993. № 60.

12. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Введение в теорию случайных процессов. М., 1965.

13. *Пугачев В.С., Синицын И.Н.* Теория стохастических систем. М., 2000.

14. *Kamien M. I., Schwartz N.L.* Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management. N.Y., 2001.

**В.В. ЛАБОЦКИЙ**

# *МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С СЕЗОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ*

Одной из основных целей моделирования одномерных временных рядов с сезонной составляющей является прогнозирование. Под сезонностью понимают си-

*Владимир Вилентьевич ЛАБОЦКИЙ, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий в управлении Белорусского государственного экономического университета.*

стематически повторяющиеся колебания показателей, обусловленные особенностями производственных условий в определенный период. Примером сезонных колебаний могут служить рыночные цены на сельскохозяйственную продукцию. Очевидно, что цены будут самыми низкими в период после уборки урожая, потом, по мере роста затрат на хранение продукции, цены будут увеличиваться и достигнут максимума перед урожаем следующего года. Это будет повторяться каждый год. Сезонные колебания присутствуют не только в сельскохозяйственных рядах, но и во многих общеэкономических. Потребление электроэнергии, газа, продажа определенных видов товаров и т.д. — все эти ряды в той или иной степени подвержены эффекту сезонности. Существует несколько методик оценки сезонной компоненты. Основные отличия их сводятся к тому, в какой последовательности производить выделение составляющих временного ряда, какими методами и на каком этапе считать это выделение достаточно точным. Для прогнозирования показателей, заданных временными рядами с сезонной составляющей, предлагается использовать аддитивные и мультипликативные модели прогнозирования.

В аддитивной форме ряд представляется в следующем виде [1]:

$$Y = T + S + E,$$

где $T$ — тренд (детерминированная функция, зависящая от времени); $S$ — сезонная составляющая; $E$ — ошибка.

Общий вид мультипликативной модели следующий:

$$Y = T \cdot S \cdot E.$$

Сезонная составляющая представляет собой набор индексов сезонности для каждого периода. В случае аддитивной модели индексы будут измеряться в абсолютных величинах, а в случае мультипликативной модели — в относительных.

Выбор одной из двух моделей осуществляется на основе анализа величины сезонной вариации. Если амплитуда колебаний приблизительно постоянная, строят аддитивную модель. Если амплитуда сезонной составляющей возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель.

Алгоритм прогнозирования рассмотрим на следующем примере.

*Пример*. Динамика изменения индекса реального ВВП России (табл. 1) представляет собой пересчет из темпов роста к предыдущему периоду в темпы роста к начальному периоду, а с 1995 г. по темпу роста к соответствующему периоду прошлого года (*источник*: Госкомстат России). График данного временного ряда (рис. 1) свидетельствует о наличии сезонной составляющей. Период колебаний определим, построив автокорреляционную функцию (АКФ) ряда (рис. 2). Он равен одному кварталу. Можно предположить существование мультипликативной модели.

*Таблица 1*

| Квартал | Год | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 |
| I | 100,0 | 94 | 91,9 | 91,6 | 90,2 | 88,5 | 98,6 | 102,9 | 106 | 113,3 |
| II | 99,9 | 95,9 | 92,6 | 91,9 | 91 | 93,8 | 103,4 | 108,8 | 113,3 | 121,5 |
| III | 114 | 110,6 | 104,5 | 107,4 | 98 | 109,1 | 120,6 | 127,8 | 133,7 | 142 |
| IV | 106,8 | 102,6 | 99,4 | 103 | 93,6 | 104,8 | 113,4 | 118,4 | 124,6 | 134,3 |

**Шаг 1.** Выделим трендовую составляющую $T$. Для нашего случая представим тренд в виде полинома второй степени

$$T = a_0 + a_1 t + a_1 t^2.$$

При использовании метода наименьших квадратов (МНК) для оценки параметров тренда количество наблюдений должно превышать для получения достоверных результатов число включаемых переменных в 5...15 раз. Если количество наблюдений меньше числа рассматриваемых переменных, МНК вообще не позволяет решить поставленную задачу. Более эффективным является использование метода на основе ортогональных полиномов Чебышева. Использование ортогональных полиномов позволяет определить параметры модели даже в том случае, когда число параметров превосходит число наблюдений. Нами был разработан алгоритм идентификации параметров модели, запрограммирован на алгоритмическом языке FORTRAN и сдан в ГосФАП СССР [2, 23–24; 3]. Трендовая модель имеет вид


*Рис. 1.* Значения исходного временного ряда

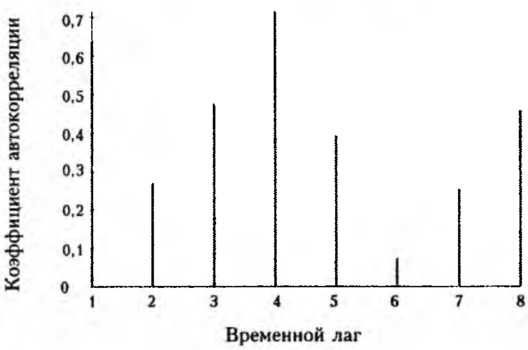


*Рис. 2.* АКФ исходного временного ряда

$$T = 107{,}448 - 1{,}565t + 0{,}0562t^2.$$

Графики значений исходного ряда и расчетных значений тренда представлены на рис. 3.

Оценки и статистики для этой модели имеют следующие значения (табл. 2).

*Таблица 2*

| Переменная | Коэффициент | Стандартная ошибка | $t$-статистика |
|---|---|---|---|
| Константа | 107,448 | 3,8992 | 27,556 |
| $t$ | -1,565 | 0,4386 | -3,568 |
| $t$^2 | 0,0562 | 0,0104 | 5,4122 |

Коэффициент детерминации — 67,465 %.
Сумма квадратов остатков — 2258,376.

**Шаг 2.** Найдем оценки сезонной составляющей, как частное от деления фактических уровней ряда на трендовые значения модели, по каждому кварталу:

$$S \cdot E = Y/T.$$

График сезонной составляющей со случайной компонентой представлен на рис. 4. Определим средние значения сезонной компоненты за квартал (табл. 3). В мультипликативной модели сумма средних значений по всем периодам должна быть равна числу периодов, в нашем случае — 4.


*Рис. 3.* Графики значений исходного ряда и расчетных значений тренда: –•– значения исходного ряда; –◇– расчетные значения тренда

*Таблица 3*

| Значение сезонной составляющей по кварталам | | | | | | | | | | Среднее значение |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,9439 | 0,9304 | 0,9386 | 0,9483 | 0,9292 | 0,8909 | 0,9534 | 0,9416 | 0,9064 | 0,8963 | 0,9279 |
| 0,9556 | 0,9582 | 0,9506 | 0,9519 | 0,9336 | 0,9362 | 0,9875 | 0,9799 | 0,9510 | 0,9415 | 0,9546 |
| 1,1040 | 1,1144 | 1,0770 | 1,1117 | 1,0002 | 1,0786 | 1,1364 | 1,1321 | 1,1008 | 1,0773 | 1,0933 |
| 1,0462 | 1,0414 | 1,0274 | 1,0643 | 0,9492 | 1,0252 | 1,0534 | 1,0308 | 1,0059 | 0,9972 | 1,0241 |
| | | | | | | | | | | Сумма = = 3,9999 |

Найдем корректирующий коэффициент:

$$k = 4/3{,}9999 = 1{,}000025.$$

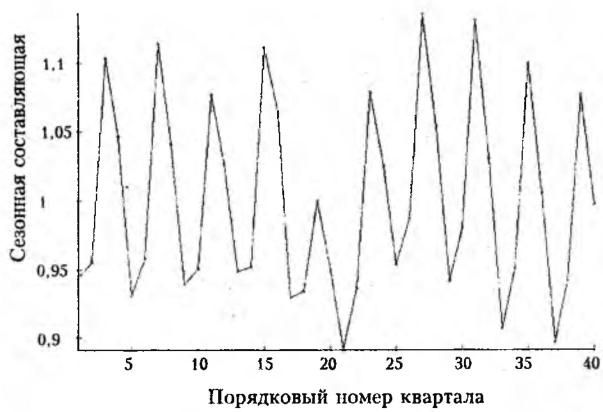


*Рис. 4.* График сезонной составляющей со случайной компонентой

Определим скорректированные значения сезонной составляющей, умножив значение корректирующего коэффициента на средние значения сезонной компоненты. График индекса сезонности приведен на рис. 5.

**Шаг 3.** Найдем значения ряда мультипликативной модели, умножив значения трендовой модели на скорректированные средние значения сезонной составляющей по месяцам $T \cdot S$. Фрагмент таблицы с результатами за 3 года представлен в табл. 4.

*Таблица 4*

| Квартал | 1994 г. | | | 1995 г. | | | 1996 г. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $T$ | $S$ | $Y = TS$ | $T$ | $S$ | $Y=TS$ | $T$ | $S$ | $Y = TS$ |
| I | 105,9396 | 0,9279 | 98,30298 | 101,027 | 0,9279 | 93,74431 | 97,9108 | 0,9279 | 90,8529 |
| II | 104,543 | 0,9546 | 99,7964 | 100,079 | 0,9546 | 95,53544 | 97,413 | 0,9546 | 92,9897 |
| III | 103,2586 | 1,0933 | 112,8882 | 99,2442 | 1,0933 | 108,4994 | 97,0265 | 1,0933 | 106,075 |
| IV | 102,0866 | 1,0241 | 104,5453 | 98,5213 | 1,0241 | 100,8942 | 96,7529 | 1,0241 | 99,0830 |

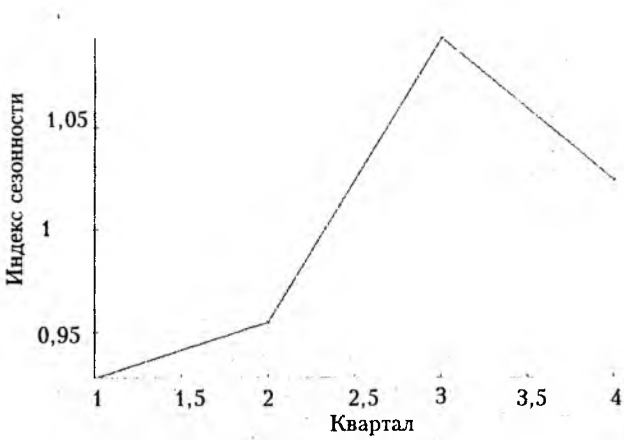


*Рис. 5.* График индекса сезонности

Графики исходных данных и данных, полученных по мультипликативной модели, приводятся на рис. 6.

**Шаг 4.** Рассчитаем ошибку модели. Для сравнения мультипликативной модели с другими моделями будем искать абсолютные ошибки:

$$E = Y - T \cdot S.$$

В нашей модели сумма квадратов абсолютных ошибок равна 332,4345. Найдем среднеквадратическую ошибку модели.

$$e = \sum E^2 / \sum (T \cdot S)^2 =$$
$$= 332{,}4345 \,/\, 460\,471{,}19 = 0{,}000722\,.$$

Величина полученной ошибки е = 0,0722 % позволяет сказать, что модель хорошо аппроксимирует фактические данные и является основой для качественных прогнозов.

**Шаг 5.** Прогнозное значение в мультипликативной модели будет равно произведению $T \cdot S$ за временной период 41.

$$Y_{пр} = (107{,}448 - 1{,}562 \cdot 41 + 0{,}0565 \times 41^2)\ 0{,}9279 = 127{,}74 \pm 0{,}092.$$

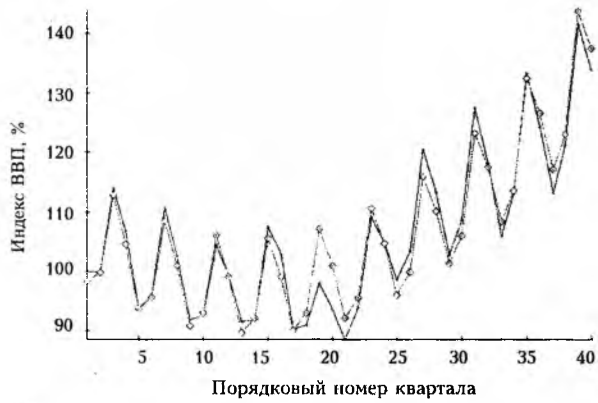


*Рис. 6.* График исходных и модельных данных: —•— исходные данные; -◇- модельные данные

Для уменьшения влияния прошлых тенденций целесообразно проводить экспоненциальное сглаживание, учитывающее новые экономические тенденции.

$$Y_{пр}(t + 1) = a \cdot Y(t) + (1 - a) Y_M(t + 1),$$

где $Y_{пр}(t + 1)$ — прогнозное значение; $Y(t)$ — фактическое значение; $Y_M(t + 1)$ — модельное значение; $a$ — константа сглаживания.

Константа сглаживания определяется экспертным методом, если характеристики ряда изменяются с той же динамикой, то $a \to 1$, в противном случае $a \to 0$.

Примем $a = 0{,}8$. Получим прогнозное значение.

$$Y_{пр}(t + 1) = 0{,}8 \cdot 134{,}3 + 0{,}2 \cdot 127{,}74 = 132{,}98.$$

## Литература

1. Эконометрика: Учеб. /Под ред. И.И. Елисеевой, М., 2002.

2. *Лабоцкий В.В.* Построение эконометрических моделей в случае коррелированных ошибок // Новые информ. технологии: Тр. IV междунар. конф. Минск, 5–7 дек. 2000 г. / Белорус. гос. экон. ун-т. Мн., 2000. Т. 2.

3. *Лабоцкий В.В.* Программа идентификации технологических процессов методом уравнений моментов// Гос. фонд алгоритмов и программ СССР. № 50870001118, 1987.

**С.С. ОСМОЛОВЕЦ**

# *ОЦЕНКА И АНАЛИЗ ТРАНСАКЦИОННЫХ ИЗДЕРЖЕК ПРЕДПРИЯТИЯ*

Формирование конкурентоспособного промышленного производства требует повышения эффективности функционирования хозяйствующих субъектов на основе снижения затрат как на производство продукции, так и на ее реализацию. В

*Светлана Славомировна ОСМОЛОВЕЦ, научный сотрудник Института экономики НАН Беларуси.*