

Таблица 2. Сравнение годового ущерба с показателями деятельности предприятий, млн р.

Предприятие	Индикатор ущерба			Показатель для сравнения		
	Сумма прямого ущерба	Сумма ущерба в виде упущенной выгоды	Интегральный годовой ущерб	Собственный капитал	Выручка от реализации	Прибыль отчетного периода
Молодечненский пивзавод, 2002 г.	0	0	0	3954	6 741	1 179
Завод "Промбурвод", 2001 г.	63	155	218	1 836	3 565	140
МЗАЛ им. П.М. Машерова, 2001 г.	147	2 126	2 272	8 867	3 136	75
Красненский консервный завод, 2002 г.	151	224	375	322	2 260	10
Несвижский льнозавод, 2001 г.	78	755	833	1 030	672	-118

Достоверность полученных значений ожидаемого годового ущерба подтверждается исследованием финансового положения предприятий в течение нескольких лет. Например, Несвижским льнозаводом в 2001 г. был понесен убыток в размере 118 млн р., что отражено в табл. 2. В 2002 г. это предприятие понесло убыток в размере 227 млн р. (в фактических ценах). Разница, составившая 109 млн р. — это и есть прямой ущерб вследствие его неплатежеспособности. Как видно, его величина близка к полученной прогнозной оценке прямого ущерба в 78 млн р. Несоответствие между этими цифрами вызвано ростом цен в течение исследуемых периодов.

Впрочем, фактический размер понесенного ущерба далеко не во всех случаях будет совпадать с его прогнозной оценкой, причиной чего является активная антикризисная политика, проводимая предприятиями, а также оказываемая им государственная поддержка. Однако даже в этих случаях прогнозирование ущерба дает полезные результаты. При его сравнении с затратами на проведение антикризисных мероприятий или с затратами государства на оказание помощи предприятию можно оценить эффективность данных действий.

### Литература

1. *Fink S.* Crisis Management: Planning for the Inevitable. N.Y., 1986.
2. *Быков А.А.* Моделирование деятельности неплатежеспособного предприятия: Науч. тр. Белорус. гос. экон. ун-та: В 2 т. / Белорус. гос. экон. ун-т; Редкол. В.Н. Шимов, И.В. Новикова, Н.П. Беляцкий и др. Мн., 2003.
3. *Гамза В.А.* Рисковый спектр коммерческих организаций. М., 2002.

**Э.М. АКСЕНЬ**

## МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАКРОМОДЕЛИ

Разработанная автором модель предназначена для исследования влияния инвестиционной, кредитной, налоговой, монетарной и бюджетной политики прави-

*Эрнест Маврицевич АКСЕНЬ, кандидат физико-математических наук, докторант кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета.*

тельства на динамику макроэкономических показателей (ВВП, инфляция, долларизация, внутренние и иностранные инвестиции и др.). Таким образом, модель позволяет оценивать различные гипотетические сценарии экономической политики, каждый из которых, как правило, имеет свои плюсы и минусы. Цель данной модели — определить, какой эффект (положительный или отрицательный) того или иного сценария экономической политики превалирует и каково их суммарное воздействие на экономический рост. Только выявив преобладающий эффект, можно сделать вывод о целесообразности выбора того или иного элемента экономической политики.

Актуальность предлагаемой методики исследования заключается в том, что она учитывает влияние экономических рисков, инфляционных ожиданий и других факторов на экономическое развитие.

Данная модель обладает чертами как теоретической, так и эконометрической модели, т.е., с одной стороны, она описывает структуру и особенности экономической системы (экономики Беларуси), а с другой — предназначена для работы с реальными данными.

**Обзор существующих методов макроэкономического моделирования.** Автором первой факторной модели экономического роста, построенной на базе производственной функции, был в 1956 г. Р. Солоу [1]. В последующее десятилетие его идеи интенсивно развивались другими исследователями. В середине 70-х гг. XX в. методы исследования макроэкономической динамики претерпели серьезные изменения в связи с началом широкого использования теории рациональных ожиданий, впервые предложенной в 1961 г. [2].

Ключевое методологическое новшество, связанное с началом широкого использования теории рациональных ожиданий, было вызвано обращением внимания на то, что некоторые переменные (например, уровень инфляции, процентные ставки) больше связаны с ожиданиями будущего, чем с текущим состоянием экономической системы.

Для того чтобы более адекватно описывать поведение таких переменных в макроэкономических моделях, потребовалось использование микроэкономических основ, состоящее в исследовании оптимального поведения микроэкономических агентов. Это привело к появлению так называемой модели типичного агента (*representative agent model*), которая стала в последние 10–15 лет доминирующей парадигмой в макроэкономических исследованиях (“новая теория роста” [3, 4]).

Однако здесь имеют место трудности, связанные с решением задач динамической оптимизации, отражающих оптимальное поведение микроэкономических агентов. Отчасти этим объясняется, что большинство таких макромоделей являются детерминированными, а не стохастическими.

В последнее десятилетие стали появляться стохастические макромоделю, описывающие динамику в непрерывном времени [5, 6]. Отметим, что стохастические модели в непрерывном времени уже достаточно давно используются в финансовой экономике [7, 8].

Одно из основных преимуществ использования стохастических моделей в макроэкономических исследованиях по сравнению с детерминированными моделями состоит в том, что они позволяют исследовать влияние разного рода рисков (финансовых, производственных) на макроэкономическое развитие. Кроме того (в отличие от детерминированных моделей), их можно достаточно адекватно использовать для численного моделирования.

При построении описанной ниже модели были использованы изложенные выше идеи (микроэкономические основы, учет при моделировании ожиданий будущего экономическими агентами, построение модели в непрерывном времени, стохастический характер модели для учета рисков).

В работах [9, 10] предложено использовать деньги в качестве одного из аргументов функции полезности потребителей (поскольку денежные запасы облегчают осуществление сделок). Отметим, что модели в этих работах построены для закрытой

экономики. Модель открытой экономики с использованием национальной и иностранной валют (в функции полезности потребителей) построена в работе [11].

При построении представленной ниже модели были применены идеи, состоящие в использовании запасов национальной и иностранной валют в качестве аргументов функции полезности домашних хозяйств и аргументов производственной функции (поскольку денежные запасы облегчают осуществление сделок не только для потребителей, но и для фирм, тем самым положительно влияя на производственный процесс).

**Краткое описание структуры модели.** Правительство определяет экономическую политику, которая моделируется как набор функций, зависящих от реального состояния (вектора) экономики.

В каждый момент времени  $t$  фирмы-резиденты, домашние хозяйства и иностранные инвесторы максимизируют свою полезность (межвременную), которая зависит от ожидаемых реальных денежных потоков (для фирм и иностранных инвесторов) и от конечного потребления (для домашних хозяйств) в течение промежутка времени  $[t, \infty]$ .

Уровень цен в национальной валюте, реальная заработная плата в национальной экономике, процентные ставки и ожидаемая доходность собственного капитала фирм-резидентов устанавливаются в каждый момент времени  $t$  таким образом, чтобы обеспечить равновесие на рынке труда, собственного и заемного капитала и на рынке национальной валюты.

Отметим, что равновесие устанавливается только в “текущий” момент времени  $t \in [0, \infty]$ . При этом ожидаемые фирмами, домашними хозяйствами и иностранными инвесторами значения соответствующих переменных в будущем (т.е. в моменты времени  $\tau > t$ ), вообще говоря, не находятся в равновесии.

Таким образом, становятся известными решения (равновесные), принимаемые (в “текущий” момент времени  $t$ ) фирмами, домашними хозяйствами, иностранными инвесторами и государством. Эти решения определяют “объективную” динамику экономической системы.

Отметим, что в условиях модели ожидаемая (фирмами, домашними хозяйствами и иностранными инвесторами) “субъективная” динамика переменных (например, основного капитала) отличается от “объективной” динамики соответствующих переменных.

**Моделирование производственных и финансовых рисков.** Для описания как “объективной”, так и “субъективной” динамики экономической системы используются векторный стандартный винеровский процесс (броуновское движение)  $W(t) = [W_1(t), \dots, W_m(t)]^T$  (с независимыми компонентами) и пуассоновская мера  $\nu(dx, dt)$ , где  $x = (x_1, \dots, x_n)$ . (Верхний индекс  $T$  означает транспонирование.)

При этом размерность  $m$  вектора  $W(t)$  и пуассоновская мера  $\nu(dx, dt)$ , используемые для описания “объективной” динамики и ожиданий субъектов экономики (фирм, домашних хозяйств и иностранных инвесторов), вообще говоря, разные. (Ожидания субъектов экономики также могут отличаться.)

Динамика основного капитала (выраженного в условных денежных единицах)  $K(t)$  зависит не только от определяемых фирмами инвестиций (и амортизации), но также и от случайных факторов, влияние которых описывается выражениями  $\sigma_K[K(t)]dW(t)$  и  $\int Y_K[x, K(t)]\nu(dx, dt)$  в стохастическом дифференциальном уравнении:

$$dK(t) = dI(t) - \delta K(t)dt + \sigma_K[K(t)]dW(t) + \int Y_K[x, K(t)]\nu(dx, dt), \quad (1)$$

где  $dI(t)$  — дифференциал (стохастический) инвестиций (кумулятивных) в основной капитал;  $\delta$  — экзогенно заданная норма амортизации основного капитала;  $\sigma_K(K)$  — экзогенно заданная векторная функция (т.е.  $\sigma_K(K) = [\sigma_K^1(K), \dots, \sigma_K^m(K)]$ ;

$Y_K(x, K)$  — экзогенно заданная скалярная функция (от аргументов  $K$  и  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ). (Отметим, что в правой части уравнения (1) интеграл берется по  $dx$ .)

При этом выражение  $\sigma_K[K(t)]dW(t)$  описывает случайные колебания основного капитала (выраженного в условных денежных единицах), а  $\int Y_K[x, K(t)] \vee(dx, dt)$  — случайные скачки.

(Теория стохастических интегралов с использованием винеровских процессов и пуассоновских мер описана, например, в книгах [12, 13].)

Возможность дефолта заемного капитала  $\hat{B}_d(t)$  и  $\tilde{B}_f(t)$  фирм-резидентов (выраженного соответственно в национальной и иностранной валютах) описывается выражениями  $\int Y_B^d(x) \vee(dx, dt)$  и  $\int Y_B^f(x) \vee(dx, dt)$  в уравнениях:

$$d\hat{B}_d(t) = \hat{B}_d(t) \left[ r_B^d(t)dt + \int Y_B^d(x) \vee(dx, dt) \right] - d\hat{S}_B^d(t); \quad (2)$$

$$d\tilde{B}_f(t) = \tilde{B}_f(t) \left[ r_B^f(t)dt + \int Y_B^f(x) \vee(dx, dt) \right] - d\tilde{S}_B^f(t), \quad (3)$$

где  $r_B^d(t)$  и  $r_B^f(t)$  — эндогенно определяемые процентные ставки (в момент времени  $t$ );  $d\hat{S}_B^d(t)$  и  $d\tilde{S}_B^f(t)$  — дифференциалы (стохастические) номинальных денежных потоков, выплачиваемых (либо получаемых) фирмами владельцам заемного капитала;  $Y_B^d(x)$  и  $Y_B^f(x)$  — экзогенно заданные функции.

Отметим, что динамика (субъективная) заемного капитала, ожидаемая фирмами, может отличаться от динамики (субъективной) заемного капитала, ожидаемой домашними хозяйствами и иностранными инвесторами.

Случайные колебания (а также скачки) уровней цен  $\hat{P}_d(t)$  и  $\tilde{P}_f(t)$  в национальной и иностранной валютах (соответственно) описываются выражениями  $\sigma_p^d dW(t)$ ,  $\int Y_p^d(x) \vee(dx, dt)$  и  $\sigma_p^f dW(t)$ ,  $\int Y_p^f(x) \vee(dx, dt)$  (соответственно) в следующих уравнениях:

$$d\hat{P}_d(t) = \hat{P}_d(t) \left[ i_d dt + \sigma_p^d dW(t) + \int Y_p^d(x) \vee(dx, dt) \right]; \quad (4)$$

$$d\tilde{P}_f(t) = \tilde{P}_f(t) \left[ i_f dt + \sigma_p^f dW(t) + \int Y_p^f(x) \vee(dx, dt) \right], \quad (5)$$

где  $i_d$  и  $i_f$  — константы;  $\sigma_p^d$  и  $\sigma_p^f$  — векторы (размерности  $m$ );  $Y_p^d(x)$  и  $Y_p^f(x)$  — функции (от вектора  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ).

**Методика исследования модели и получения численных результатов.** Для нахождения оптимальных решений задач максимизации полезности фирм, домашних хозяйств и иностранных инвесторов используются методы стохастического динамического программирования (описанные, например, в гл. 22 книги [14]). А именно, с помощью формулы Ито [13, 502], используя ограничения соответствующих задач, получаются уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана. Из них выводятся дифференциальные детерминированные уравнения для соответствующих функций оценки оптимального поведения.

С помощью найденных (в результате решения соответствующих дифференциальных уравнений) функций оценки оптимального поведения находятся решения (оптимальные), принимаемые фирмами, домашними хозяйствами и иностранными инвесторами в “текущий” момент времени  $t$ .

Затем с помощью условий равновесия на рынках труда, собственного и заемного капитала и денежной массы национальной валюты находятся равновесные

решения как функции от вектора номинального состояния экономики в “текущий” момент времени  $t$ .

С помощью уравнений, описывающих динамику экономической системы, и найденных равновесных решений можно получить (просчитать) случайные траектории переменных модели и оценить соответствующие вероятностные распределения (методом имитационного моделирования Монте-Карло).

Отметим, что описанная методика исследования модели и получения численных результатов уже апробирована нами для упрощенного варианта модели на гипотетических данных. (Численные расчеты проводились в среде MatLab.)

При определении вида (спецификации) и параметров производственной функции, функций полезности и других элементов модели будут использованы методы математической статистики и методы экспертного оценивания. Отметим также, что ключевую роль при определении значений параметров модели будет играть соображение, состоящее в том, что значения (параметров модели) должны обеспечивать соответствие между реальными данными для экономики Республики Беларусь и равновесными значениями переменных, найденными в рамках модели.

### Литература

1. *Solow R. M.* A Contribution to the Theory of Economic Growth // *Quarterly Journal of Economics*. 1956. № 70.
2. *Muth J.* Rational Expectations and the Theory of Price Movements // *Econometrica*. 1961. № 39.
3. *Romer P.* Increasing Returns and Long-Run Growth // *Journal of Political Economy*. 1986. № 94 (5).
4. *Lucas R.* On the Mechanics of Economic Development // *Journal of Monetary Economics*. 1988. № 2.
5. *Turnovsky S. J.* *Methods of Macroeconomic Dynamics*. Cambridge, 2000.
6. *Turnovsky S. J.* *International Macroeconomic Dynamics*. Cambridge, 1997.
7. *Merton R. C.* Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case // *Review of Economics and Statistics*. 1969. № 51.
8. *Merton R. C.* Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model // *Journal of Economic Theory*. 1971. № 31.
9. *Sidrauski M.* Rational choice and patterns of growth in a monetary economy // *American Economic Review*. 1967. № 57.
10. *Brock W. A.* Money and growth: The case of long run perfect foresight // *International Economic Review*. 1974. № 15.
11. *Matsuyama K., Kiyotaki N., Matsui A.* Toward a theory of international currency // *Review of Economic Studies*. 1993. № 60.
12. *Гухман И.И., Скороход А.В.* Введение в теорию случайных процессов. М., 1965.
13. *Пугачев В.С., Синицын И.Н.* Теория стохастических систем. М., 2000.
14. *Kamien M. I., Schwartz N.L.* *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. N.Y., 2001.

**В.В. ЛАБОЦКИЙ**

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С СЕЗОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

Одной из основных целей моделирования одномерных временных рядов с сезонной составляющей является прогнозирование. Под сезонностью понимают си-

*Владимир Виленцевич ЛАБОЦКИЙ, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий в управлении Белорусского государственного экономического университета.*