

Э.М. АКСЕНЬ

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ЭКОНОМИКИ

Данная статья продолжает серию статей [1–3]. В ней изложены разработанные автором модели экономической политики правительства и равновесного состояния экономики, являющиеся составными элементами стохастической динамической макромоделей, построенной автором и кратко описанной в [1].

1. Денежная масса национальной валюты.

Обозначим через $\tilde{M}_d(t)$ номинальную денежную массу национальной валюты. Разделив $\tilde{M}_d(t)$ на уровень цен $\hat{P}_d(t)$ в национальной валюте, получим реальную денежную массу $M_d(t)$ национальной валюты, т.е.

$$M_d(t) = \tilde{M}_d(t) / \hat{P}_d(t). \quad (1)$$

В модели предполагается, что запасы национальной валюты находятся только у фирм-резидентов и домашних хозяйств. Следовательно, имеет место равенство:

$$M_C^d(t) = M_H^d(t) = M_d(t), \quad (2)$$

где $M_C^d(t)$ и $M_H^d(t)$ — реальные запасы национальной валюты фирм-резидентов и домашних хозяйств соответственно.

2. Моделирование экономической политики правительства.

2.1. Активы правительства (государства). В условиях модели активы правительства (государства) состоят из собственного и заемного капитала фирм-резидентов, золотого запаса (резерва), запаса иностранной валюты и чистых иностранных активов. (Напомним, что чистые иностранные активы правительства — это разность между иностранными активами и обязательствами правительства.)

Обозначим через $E_G(t)$ выраженный в условных денежных единицах собственный капитал фирм-резидентов, принадлежащий государству в момент времени t ; через $\hat{B}_G^d(t)$ и $\hat{B}_G^f(t)$ — принадлежащий государству номинальный заемный капитал фирм-резидентов (в национальной и иностранной валютах соответственно); через $GL(t)$ — выраженный в условных денежных единицах государственный золотой запас; через $\tilde{M}_G^f(t)$ — номинальный государственный запас иностранной валюты; через $NGFA(t)$ — чистые номинальные иностранные активы правительства (в иностранной валюте); через $G(t)$ — совокупное “богатство”, которым располагает правительство (суммарные чистые активы правительства).

Через $B_G^d(t)$ и $B_G^f(t)$ обозначим принадлежащий государству реальный заемный капитал фирм-резидентов (в национальной и иностранной валютах соответственно), т.е.

$$B_G^d(t) = \hat{B}_G^d(t) / \hat{P}_d(t), B_H^f(t) = \tilde{B}_G^f(t) / \tilde{P}_f(t), \quad (3)$$

где $\hat{P}_d(t)$ и $\tilde{P}_f(t)$ — уровни цен в национальной и иностранной валютах (соответственно) в момент времени t .

Через $M_G^f(t)$ обозначим реальный государственный запас иностранной валюты, тогда

$$M_G^f(t) = \tilde{M}_G^f(t) / \tilde{P}_f(t), \quad (4)$$

а через $NGFA(t)$ — чистые реальные иностранные активы правительства, т.е.

$$NGFA(t) = \widetilde{NGFA}(t) / \tilde{P}_f(t). \quad (5)$$

Таким образом, в условиях модели совокупное “богатство” правительства, выраженное в условных денежных единицах, равно:

$$G(t) = E_G(t) + B_G^d(t) + B_G^f(t) + GL(t) + M_G^f(t) + NGFA(t). \quad (6)$$

2.2. Экономическая политика по отношению к правительственным активам. Определим вектор реального состояния экономики (S) в некоторый момент времени следующим образом:

$$S = (\gamma, K, M_C^d, M_C^f, M_H^d, M_H^f, M_G^f, E_H, E_F, E_G, B_H^d, B_H^f, B_F^d, B_F^f, B_G^d, B_G^f, R, GL, NGFA, r_B^d, r_B^f, \omega), \quad (7)$$

где γ — уровень технологии производства; K — основной капитал национальной экономики; M_C^d, M_C^f и M_H^d, M_H^f — реальные запасы соответственно фирм-резидентов и домашних хозяйств национальной и иностранной валют (соответственно); M_G^d — реальный правительственный запас иностранной валюты; E_H, E_F, E_G — собственный капитал фирм-резидентов, принадлежащий соответственно домашним хозяйствам, иностранным инвесторам и правительству (государству); $B_H^d, B_H^f, B_F^d, B_F^f, B_G^d, B_G^f$ — реальный заемный капитал фирм-резидентов, принадлежащий соответственно домашним хозяйствам, иностранным инвесторам и правительству, в национальной и иностранной валютах (соответственно); R — недвижимость, принадлежащая домашним хозяйствам; GL — правительственный золотой запас (выраженный в условных денежных единицах); $NGFA$ — чистые иностранные активы правительства; r_B^d и r_B^f — процентные ставки для заемного капитала (в национальной и иностранной валютах соответственно); ω — уровень заработной платы в национальной экономике.

Определим $S_{\setminus G}$ как вектор, состоящий из компонент вектора реального состояния экономики S без активов правительства, т.е.

$$S = (\gamma, K, M_C^d, M_C^f, M_H^d, M_H^f, E_H, E_F, B_H^d, B_H^f, B_F^d, B_F^f, R, r_B^d, r_B^f, \omega). \quad (8)$$

Экономическая политика правительства в отношении своих активов моделируется как набор экзогенно заданных функций, описывающих зависимость правительственных активов от совокупного “богатства” правительства G и вектора $S_{\setminus G}$, т.е.

$$E_G = E_G(G, S_{\setminus G}); \quad (9)$$

$$B_G^d = B_G^d(G, S_{\setminus G}); \quad (10)$$

$$B_G^f = B_G^f(G, S_{\setminus G}); \quad (11)$$

$$GL = GL(G, S_{\setminus G}); \quad (12)$$

$$M_G^f = M_G^f(G, S_{\setminus G}); \quad (13)$$

$$NGFA = NGFA(G, S_{\setminus G}). \quad (14)$$

При этом в соответствии с равенством (6) функции (9)–(14) должны удовлетворять следующему условию:

$$E_G(G, S_{\setminus G}) + B_G^d(G, S_{\setminus G}) + B_G^f(G, S_{\setminus G}) + GL(G, S_{\setminus G}) + \\ + M_G^f(G, S_{\setminus G}) + NGFA(G, S_{\setminus G}) = G. \quad (15)$$

2.3. Налоговая политика. Налоговая политика правительства по отношению к фирмам-резидентам описывается экзогенно заданной функцией:

$$T_C = T_C(Y, \delta K). \quad (16)$$

где Y — интенсивность производства ВВП в некоторый момент времени; δ — норма амортизации основного капитала K национальной экономики.

В соответствии с формулой (16) интенсивность $T_C(t)$ налоговых поступлений от фирм-резидентов (в момент времени t) равна:

$$T_C(t) = T_C[Y(t), \delta K(t)]. \quad (17)$$

Налоговая политика правительства по отношению к домашним хозяйствам описывается экзогенно заданной функцией:

$$T_H = T_H(\omega L), \quad (18)$$

где ω — реальный уровень заработной платы в национальной экономике; L — трудовые ресурсы, занятые в национальной экономике.

В соответствии с формулой (18) интенсивность $T_H(t)$ налоговых поступлений от домашних хозяйств (в момент времени t) равна:

$$T_H(t) = T_H[\omega(t)L(t)]. \quad (19)$$

2.4. Политика в отношении государственных расходов. Политика правительства в отношении государственных расходов описывается экзогенно заданной функцией:

$$GS = GS(S), \quad (20)$$

где S — вектор реального состояния экономики (формула (7)).

В соответствии с формулой (20) интенсивность $GS(t)$ государственных расходов (в момент времени t) равна:

$$GS(t) = GS[S(t)]. \quad (21)$$

2.5. Монетарная политика. Можно показать, что в условиях нашей модели для номинальной денежной массы национальной валюты $\hat{M}_d(t)$ имеет место равенство:

$$\begin{aligned} \frac{d_1 \hat{M}_d(t)}{\hat{P}_d(t)} = & GS(t)dt - T_C(t)dt - T_H(t)dt + dl_{GL}(t) - \\ & - dS_{EG}(t) - \frac{d_1 \hat{S}_{BG}^d(t)}{\hat{P}_d(t)} - \frac{d_1 \tilde{S}_{BG}^f(t)}{\tilde{P}_f(t)} + \frac{d_1 \tilde{M}_G^f(t)}{\tilde{P}_f(t)} - \frac{d_1 \tilde{S}_{NGFA}(t)}{\tilde{P}_f(t)}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $dI_{GL}(t)$ — стохастический дифференциал кумулятивных инвестиций в государственный золотой запас; $dS_{EG}(t)$ — дифференциал реального денежного потока, выплачиваемого (либо получаемого) фирмами-резидентами государству как владельцу собственного капитала; $d_1 \hat{S}_{BG}^d(t)$ и $d_1 \tilde{S}_{BG}^f(t)$ — дифференциалы номинальных денежных потоков, выплачиваемых (либо получаемых) фирмами государству как владельцу заемного капитала (в национальной и иностранной валюте); $d_1 \tilde{S}_{NGFA}(t)$ — дифференциал денежного потока, генерируемого чистыми иностранными активами правительства.

Нижний индекс 1 в некоторых дифференциалах правой части равенства (22) означает, что в соответствующих интегральных суммах значения подынтегральной функции берутся в правых концах интервалов [4, 449].

В модели предполагается, что динамика изменения номинальной денежной массы $Md(t)$ национальной валюты описывается уравнением, не содержащим винеровских и пуассоновских компонент.

Обозначим через $\widehat{MP}(t)$ интенсивность изменения номинальной денежной массы национальной валюты (в момент времени t).

В соответствии с вышесказанным

$$d\hat{M}_d(t) = \widehat{MP}(t)dt. \quad (23)$$

Обозначим через $MP(t)$ “реальную” интенсивность изменения номинальной денежной массы национальной валюты, т.е.

$$MP(t) = \widehat{MP}(t) / \hat{P}_d(t). \quad (24)$$

Из (22)–(24) следует, что

$$\begin{aligned} MP(t)dt = & GS(t)dt - T_C(t)dt - T_H(t)dt + dl_{GL}(t) - \\ & - dS_{EG}(t) - \frac{d_1 \hat{S}_{BG}^d(t)}{\hat{P}_d(t)} - \frac{d_1 \tilde{S}_{BG}^f(t)}{\tilde{P}_f(t)} + \frac{d_1 \tilde{M}_G^f(t)}{\tilde{P}_f(t)} - \frac{d_1 \tilde{S}_{NGFA}(t)}{\tilde{P}_f(t)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Монетарная политика правительства описывается экзогенно заданной функцией:

$$MP = MP(S). \quad (26)$$

В соответствии с формулой (26) “реальная” интенсивность $MP(t)$ изменения номинальной денежной массы национальной валюты (в момент времени t) равна:

$$MP(t) = MP[S(t)]. \quad (27)$$

3. Равновесное состояние экономики.

Определим вектор номинального состояния экономики (S_N) в некоторый момент времени следующим образом:

$$S_N = (\gamma, K, \tilde{P}_f, \hat{M}_C^d, \tilde{M}_C^f, \hat{M}_H^d, \hat{M}_H^f, \tilde{M}_G^f, a_H, a_F, a_G, \hat{B}_H^d, \tilde{B}_H^f, \hat{B}_F^d, \tilde{B}_F^f, \hat{B}_G^d, \tilde{B}_G^f, R, GL, \widetilde{NGFA}), \quad (28)$$

где \tilde{P}_f — уровень цен в иностранной валюте; \hat{M}_C^d , \tilde{M}_C^f и \hat{M}_H^d , \tilde{M}_H^f — номинальные запасы соответственно национальной и иностранной валюты фирм-резидентов и домашних хозяйств (соответственно); \tilde{M}_G^f — номинальный правительственный запас иностранной валюты; a_H , a_F , a_G — доли собственного капитала фирм-резидентов, принадлежащие соответственно домашним хозяйствам, иностранным инвесторам и правительству; \hat{B}_H^d , \tilde{B}_H^f , \hat{B}_F^d , \tilde{B}_F^f , \hat{B}_G^d , \tilde{B}_G^f — номинальный заемный капитал фирм-резидентов, принадлежащий соответственно домашним хозяйствам, иностранным инвесторам и правительству в национальной и иностранной валютах (соответственно); \widetilde{NGFA} — номинальные чистые иностранные активы правительства.

Пусть в момент времени t (до возможных изменений структуры богатства фирм, домашних хозяйств, иностранных инвесторов и государства) задан вектор номинального состояния экономики $S_N(t-)$ (в соответствии с формулой (28)).

Отметим, что на уровень $\gamma(t-)$ технологического прогресса и уровень цен $\tilde{P}_f(t-)$ в иностранной валюте не влияют возможные изменения структуры богатства фирм, домашних хозяйств, иностранных инвесторов и государства в момент времени t , т.е. $\gamma(t) = \gamma(t-)$, $\tilde{P}_f(t) = \tilde{P}_f(t-)$. (Значения всех остальных компонент вектора $S_N(t-)$ в момент времени t могут измениться.)

Равновесное состояние экономики в момент времени t определяется такими уровнем цен в национальной валюте $\hat{P}_d(t)$, процентными ставками $r_B^d(t)$ и $r_B^f(t)$ заемного капитала (в национальной и иностранной валютах), ожидаемой доходностью $r_E(t)$ собственного капитала (фирм-резидентов) и уровнем заработной платы $w(t)$ в национальной экономике, при которых (национальные) рынки собственного капитала, заемного капитала, труда и денежной массы национальной валюты находятся в равновесии.

Дадим формальное (математическое) определение равновесного состояния экономики.

Для заданного вектора $S_N(t-)$ номинального состояния экономики при любом уровне $\hat{P}_d(t)$ цен в национальной валюте естественным образом определяются собственный капитал $E(t)$ фирм-резидентов (равенство (3) ст. [2]) и “реальные богатства” $H(t)$, $F(t)$ и $G(t)$ домашних хозяйств (равенство (3) ст. [3]), иностранных инвесторов (равенство (20) ст. [3]) и государства (равенство (6)):

$$E(t) = K(t-) + \frac{\hat{M}_C^d(t-)}{\hat{P}_d(t)} - \frac{\tilde{M}_C^f(t-)}{\tilde{P}_f(t)} - \frac{\hat{B}_d(t-)}{\hat{P}_d(t)} - \frac{\tilde{B}_f(t-)}{\tilde{P}_f(t)}; \quad (29)$$

$$H(t) = \frac{\hat{M}_H^d(t-)}{\hat{P}_d(t)} + \frac{\tilde{M}_H^f(t-)}{\tilde{P}_f(t)} + R(t-) + a_H(t-)E(t) + \frac{\hat{B}_H^d(t-)}{\hat{P}_d(t)} + \frac{\tilde{B}_H^f(t-)}{\tilde{P}_f(t)}; \quad (30)$$

$$F(t) = a_F(t-)E(t) + \frac{\hat{B}_F^d(t-)}{\hat{P}_d(t)} + \frac{\tilde{B}_F^f(t-)}{\tilde{P}_f(t)}; \quad (31)$$

$$G(t) = a_F(t-)E(t) + \frac{\hat{B}_G^d(t-)}{\hat{P}_d(t)} + \frac{\tilde{B}_G^f(t-)}{\tilde{P}_f(t)} + GL(t-) + \frac{\tilde{M}_G^f(t-)}{\tilde{P}_f(t)} + \frac{\widetilde{NGFA}(t-)}{\tilde{P}_f(t)}. \quad (32)$$

Оптимальная структура собственного капитала фирм-резидентов и их спрос на трудовые ресурсы (в момент времени t) определяются из задачи максимизации полезности фирм (см. п.7 ст. [2]) и зависят от значений $E(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$, $\omega(t)$ и $\gamma(t)$ (см. формулы (15)–(20) ст. [2]).

Таким образом, в силу равенства (29) и формулы (28) оптимальная структура собственного капитала фирм-резидентов и их спрос на трудовые ресурсы в конечном счете определяются вектором $S_N(t-)$ и значениями $\hat{P}_d(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$ и $\omega(t)$. (Отметим, что $\gamma(t)$ входит в состав вектора $S_N(t-)$.)

Оптимальная структура “богатства” домашних хозяйств определяется из задачи максимизации полезности домашних хозяйств (см. п. 1.6 ст. [3]) и зависит от значений $H(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$, $r_E(t)$ и $\omega(t)$ (формулы (14)–(19) ст. [3]). Предложение труда $L(t)$ домашними хозяйствами в модели считается постоянным ($L(t) = L$).

Таким образом, в силу равенства (30) и формулы (28) оптимальная структура “богатства” домашних хозяйств в конечном счете определяется вектором $S_N(t-)$ и значениями $\hat{P}_d(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$, $r_E(t)$ и $\omega(t)$.

Оптимальная структура иностранного капитала в национальной экономике определяется из задачи максимизации полезности иностранных инвесторов (см. п. 2.5 ст. [3]) и зависит от значений $F(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$ и $r_E(t)$ (формулы (25)–(27) ст. [3]).

Таким образом, в силу равенства (31) и формулы (28) оптимальная структура иностранного капитала в национальной экономике в конечном счете определяется вектором $S_N(t-)$ и значениями $\hat{P}_d(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$ и $r_E(t)$.

Определив оптимальные структуры собственного капитала фирм-резидентов, “богатства” домашних хозяйств и иностранного капитала, можно построить вектор $S_{\setminus G}(t)$, состоящий из компонент вектора реального состояния экономики без активов правительства.

В силу изложенных выше соображений вектор $S_{\setminus G}(t)$ можно рассматривать как функцию от $E(t)$, $H(t)$, $F(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$, $r_E(t)$, $\omega(t)$ и $\gamma(t)$:

$$S_{\setminus G}(t) = S_{\setminus G}[E(t), H(t), F(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t), \omega(t), \gamma(t)]. \quad (33)$$

В силу равенств (29)–(32) и зависимости (33) вектор $S_{\setminus G}(t)$ в конечном счете определяется вектором $S_N(t-)$ и значениями $\hat{P}_d(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$, $r_E(t)$ и $\omega(t)$.

Структура правительственных активов определяется в соответствии с формулами (9)–(14), а также в силу равенств (29)–(32) и зависимости (33), в конечном счете, определяется вектором $S_N(t-)$ и значениями $\hat{P}_d(t)$, $r_B^d(t)$, $r_B^f(t)$, $r_E(t)$ и $\omega(t)$.

В модели предполагается, что номинальная денежная масса национальной валюты не может меняться мгновенно, т.е. $\hat{M}_d(t) = \hat{M}_d(t-)$. Следовательно, в силу равенств (1) и (2)

$$M_d(t) = \frac{\hat{M}_C^d(t-) + \hat{M}_H^d(t-)}{\hat{P}_d(t)}. \quad (34)$$

Равновесия на рынках собственного капитала, заемного капитала (в национальной и иностранной валютах), труда и денежной массы (в момент времени t) описываются соответственно следующими уравнениями:

$$E(t) = E_H[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t), \omega(t)] + \quad (35)$$

$$+ E_F[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t)] + E_G[G(t), S_{\setminus G}(t)];$$

$$B_d[E(t), r_B^d(t), r_B^f(t), \omega(t), \gamma(t)] =$$

$$= B_H^d[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t), \omega(t)] + \quad (36)$$

$$+ B_F^d[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t)] + B_G^d[G(t), S_{\setminus G}(t)];$$

$$B_f[E(t), r_B^d(t), r_B^f(t), \omega(t), \gamma(t)] =$$

$$= B_H^f[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t), \omega(t)] + \quad (37)$$

$$+ B_F^f[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t)] + B_G^f[G(t), S_{\setminus G}(t)];$$

$$L[E(t), r_B^d(t), r_B^f(t), \omega(t), \gamma(t)] = L; \quad (38)$$

$$M_C^d[E(t), r_B^d(t), r_B^f(t), \omega(t), \gamma(t)] +$$

$$+ M_H^d[H(t), r_B^d(t), r_B^f(t), r_E(t), \omega(t)] = M_d(t). \quad (39)$$

Итак, при заданном векторе $S_N(t-)$ номинального состояния экономики равновесное состояние экономики в момент времени t определяется такими уровнем $\hat{P}_d(t)$ цен в национальной валюте, процентными ставками $r_B^d(t)$ и $r_B^f(t)$ заемного капитала фирм-резидентов (в национальной и иностранной валютах), ожидаемой доходностью $r_E(t)$ собственного капитала (фирм-резидентов) и уровнем заработной платы $\omega(t)$ (в национальной экономике), при которых справедливы равенства (29)–(38) (а также формулы (15)–(20) ст. [2], (14)–(19) и (25)–(27) ст. [3] и формулы (9)–(14) настоящей статьи).

Литература

1. Аксень, Э.М. Методика построения стохастической динамической макромоделей / Э.М. Аксень // Весн. Беларус. дзярж. экан. ун-та. — 2005. — № 4. С. 45–49.
2. Аксень, Э.М. Стохастическая динамическая модель поведения фирм / Э.М. Аксень // Весн. Беларус. дзярж. экан. ун-та. — 2005. — № 6. — С. 97–101.
3. Аксень, Э.М. Стохастическое динамическое моделирование на примере поведения домашних хозяйств и иностранных инвесторов / Э.М. Аксень // Весн. Беларус. дзярж. экан. ун-та. — 2006. — № 3. — С. 36–41.
4. Пугачев, В.С. Теория стохастических систем / В.С. Пугачев, И.Н. Симицын. — М.: Логос, 2000.