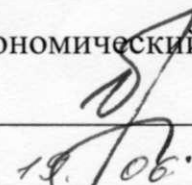


Учреждение образования  
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Учреждения образования

«Белорусский государственный  
экономический университет»

 В.Н. Шимов

19.06. 2013 г.

Регистрационный № УД 1259-13 /баз.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Учебная программа для специальности

**1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)»**

**СОСТАВИТЕЛИ:**

*Конюх А.В.* – доцент кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

*Рабцевич В.А.* – доцент кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

*Кобринец Н.И.* – доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат экономических наук, доцент.;

*Кашиникова И.В.* – доцент кафедры прикладной математики и экономической кибернетики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 10 от 15 мая 2013 г.)

Научно-методическим советом Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 5 от 05.06.2013)

Ответственный за редакцию: Конюх А.В.

Ответственный за выпуск: Конюх А.В.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа составлена для специальности 1-31 03 06-02 «Экономическая кибернетика» (информационные технологии в экономике), специализация 1-31 03 06-02 01 (оптимизация планирования и управления в экономике).

Дисциплина «Математический анализ» изучается в первом, втором и третьем семестрах.

Широкое применение новейших достижений математики в экономической деятельности является важной предпосылкой для успешного развития современных предприятий и государственной экономики в целом. В связи с этим уровень математической и экономической подготовки молодых специалистов должен обеспечить свободное владение известными математическими методами, знания в области информационных технологий, умения формулировать и решать задачи оптимизации, проектирования и моделирования экономических систем.

Одной из базовых математических дисциплин является «Математический анализ». Целью курса является знакомство студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными величинами. Методы математического анализа основаны на применении предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления и используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическое программирование», «Основы экономической информатики», «Экономическая кибернетика» и ряда дисциплин специализации.

Математический анализ является фундаментальной частью запаса знаний, необходимых будущим специалистам в процессе учебы и в дальнейшем для успешной работы. Посредством освоения доказательств теорем и утверждений, математический анализ, как никакая другая дисциплина, играет уникальную роль в развитии логического мышления, воспитании точности аргументации и в совершенствовании общей культуры мышления студентов.

При современном изложении традиционного курса ставится дополнительная задача раскрыть возможности использования аппарата анализа в классических разделах экономики, эконометрике, а также в смежных вопросах обработки данных, вычислительных методах. Целесообразно уточнять экономический смысл основных понятий, выделять моменты построения математических моделей социально-экономических процессов для их последующего изучения методами математического анализа. Необходимо выявлять их связь с моделями других естественных физико-химических, экологических и биологических явлений, а также обращать внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные понятия математического анализа: предел, непрерывность, производная, интеграл, числовой и функциональный ряд;

- основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления и теории рядов;
- основные методы дифференцирования и интегрирования;
- роль и значение математического анализа при построении математических моделей.

**уметь:**

- вычислять пределы функций и последовательностей;
- находить производные функций одной и нескольких переменных;
- находить неопределенные и вычислять определенные интегралы;
- исследовать сходимость числовых и функциональных рядов;
- решать основные задачи оптимизации с использованием аппарата математического анализа.

В соответствии с образовательным стандартом всего часов по дисциплине **452**, из них всего аудиторных – **204**, в том числе **102** часа – лекции, **102** часа – практические занятия. Рекомендуемая форма контроля в каждом семестре – экзамен.

### ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

| №<br>те-<br>мы | Название темы                                                                    | Количество аудиторных часов |             |                              |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------|------------------------------|
|                |                                                                                  | Всего                       | В том числе |                              |
|                |                                                                                  |                             | Лекции      | Практи-<br>ческие<br>занятия |
| 1.             | Элементы теории множеств. Числовая последовательность и ее предел                | 18                          | 10          | 8                            |
| 2.             | Предел функции одной переменной                                                  | 12                          | 6           | 6                            |
| 3.             | Непрерывность функции одной переменной                                           | 8                           | 4           | 4                            |
| 4.             | Производная и дифференциал функции одной переменной                              | 18                          | 8           | 10                           |
| 5.             | Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталья. Формула Тейлора | 12                          | 6           | 6                            |
| 6.             | Исследование функций                                                             | 10                          | 4           | 6                            |
| 7.             | Первообразная и неопределенный интеграл                                          | 18                          | 8           | 10                           |
| 8.             | Определенный интеграл. Несобственные интегралы                                   | 14                          | 8           | 6                            |
| 9.             | Предел и непрерывность функции нескольких переменных                             | 10                          | 6           | 4                            |
| 10.            | Дифференцируемость функции нескольких переменных                                 | 8                           | 4           | 4                            |
| 11.            | Экстремумы функции нескольких переменных                                         | 10                          | 4           | 6                            |

|       |                                                                  |     |     |     |
|-------|------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|
| 12.   | Кратные интегралы                                                | 16  | 8   | 8   |
| 13.   | Криволинейные и поверхностные интегралы.<br>Элементы теории поля | 10  | 6   | 4   |
| 14.   | Числовые ряды                                                    | 16  | 8   | 8   |
| 15.   | Функциональные и степенные ряды                                  | 16  | 8   | 8   |
| 16.   | Ряды Фурье. Интеграл Фурье                                       | 8   | 4   | 4   |
| Итого |                                                                  | 204 | 102 | 102 |

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1. Элементы теории множеств. Числовая последовательность и ее предел

Элементы теории множеств. Числовые множества. Отображения. Счетные и несчетные множества. Границы числовых множеств.

Числовые последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел последовательности. Сходимость монотонных последовательностей. Число “ $e$ ”.

### Тема 2. Предел функции одной переменной

Функция одной переменной и способы ее задания. Основные элементарные функции. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций.

### Тема 3. Непрерывность функции одной переменной

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность сложной функции и обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Локальные свойства непрерывных функций. Функции, непрерывные на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Непрерывные функции в экономике.

### Тема 4. Производная и дифференциал функции одной переменной

Производная функции в точке. Физический и геометрический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Дифференцируемость функции одной переменной. Дифференциал функции. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Предельные величины в экономике. Эластичность функции.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

### **Тема 5. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталя**

Стационарные точки функции. Теоремы Ферма, Ролля. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа). Теорема Коши. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора.

### **Тема 6. Исследование функций**

Монотонные дифференцируемые функции. Экстремумы. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Достаточные условия экстремума. Глобальный экстремум. Экономические задачи на экстремум.

Выпуклость и вогнутость функций. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций. Выпуклые функции в экономике.

### **Тема 7. Первообразная и неопределенный интеграл**

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные основных элементарных функций. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Неберущиеся интегралы.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.

### **Тема 8. Определенный интеграл. Несобственные интегралы**

Определенный интеграл Римана. Условия интегрируемости функций. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Применение определенного интеграла для вычисления площадей фигур, длин дуг плоских кривых и объемов тел. Применение определенного интеграла в экономике.

Несобственные интегралы первого и второго рода.

### **Тема 9. Предел и непрерывность функции нескольких переменных**

Пространство  $\mathbf{R}^n$ . Сходящиеся последовательности в  $\mathbf{R}^n$ . Функции нескольких переменных. Множества уровней. Производственные функции. Предел. Повторные пределы. Непрерывность. Непрерывность по одной из переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность на множестве.

### **Тема 10. Дифференцируемость функции нескольких переменных**

Частные производные. Примеры применения частных производных в экономике. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Условия

дифференцируемости. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Производная функции по направлению. Градиент функции и его свойства. Производные и дифференциалы высших порядков. Неявные функции.

### **Тема 11. Экстремумы функции нескольких переменных**

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Глобальный экстремум. Выпуклые функции нескольких переменных.

### **Тема 12. Кратные интегралы**

Определение двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Тройной интеграл. Замена переменных в кратных интегралах. Использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Применение кратных интегралов при решении прикладных задач.

### **Тема 13. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля**

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Формула Грина. Поверхностные интегралы. Формула Стокса. Формула Остроградского.

### **Тема 14. Числовые ряды**

Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Простейшие свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

### **Тема 15. Функциональные и степенные ряды**

Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область и интервал сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложения основных элементарных функций в степенные ряды. Применение рядов к приближенным вычислениям.

### **Тема 16. Ряды Фурье. Интеграл Фурье**

Скалярное произведение функций. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье. Разложение функций в ряды Фурье.

Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.

## ЛИТЕРАТУРА

### *Основная*

1. Богданов Ю.С. Математический анализ / Ю.С., Богданов, О.А. Кастрица, Ю.Б. Сыроид – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 351с.
2. Астровский А.И. Высшая математика Часть I. Учебное пособие / А.И. Астровский, М.П. Дымков– Минск: БГЭУ, 2009.
3. Астровский А.И. Высшая математика Часть II. Учебное пособие / А.И. Астровский, М.П. Дымков– Минск: БГЭУ, 2011.
4. Конюх А.В. Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей: в 2 ч. / А.В. Конюх, В.В. Косьянчук, С.В. Майоровская и др. / Минск: БГЭУ, 2008. – Ч.1. – 299 с.
5. Гайшун Л.Н. Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей: в 2 ч. / Л.Н. Гайшун, Н.В. Денисенко, А.В. Марков и др. Минск: БГЭУ, 2009. – Ч.2. – 270 с.

### *Дополнительная*

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа / Л.Д. Кудрявцев М.: Физматлит, 2005. т.1 - 400с.; т.2 - 424с.
2. Солодовников А.С., Математика в экономике / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра – М.: Финансы и статистика, 2007. – Ч.2.
3. Малыхин В.И. Математика в экономике / В.И. Малыхин – М.: Инфра-М, 2002. – 355 с.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу/ Б.П. Демидович – М.: Наука, 1998. – 624с.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа / Л.Д. Кудрявцев – М.: Высш. шк.: 1989. – Т.1-3.
6. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин – М.: Наука, 1984. – 592с.
7. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин – М.: Наука, 1986. – 528с.
8. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин – М.: Наука, 1994. – 496с.
9. Никольский С.М. Курс математического анализа / С.М. Никольский – М.: Наука, 1990. – Т.1-2.
10. Богданов Ю.С. Начала анализа в задачах и упражнениях / Ю.С. Богданов, О.А. Кастрица – Минск: Вышэйшая шк., 1988. – 179с.