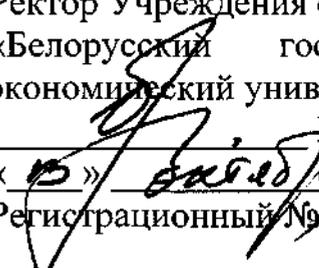
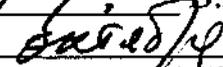


Учреждение образования «Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Учреждения образования  
«Белорусский государственный  
экономический университет»

  
В.Н. Шимов

« 12 »  2010 г.

Регистрационный № УД 605-105 баз.

## ПРИКЛАДНЫЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

Учебная программа для специальности  
1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)

2010

**Составители:**

**Читая Гигла Отарович** – заведующий кафедрой прикладной математики и экономической кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор экономических наук, доцент.

**Рецензенты:**

Белько И.В., профессор кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный аграрно-технический университет», доктор физико-математических наук, профессор.

Беляцкий Н.П., заведующий кафедрой организации и управления Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор экономических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой прикладной математики и экономической кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 15 от 29.06.2010 г.);

Научно-методическим советом Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол №2 от 06.10.10)

Ответственный за выпуск: Читая Г.О.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Функционирование экономических систем разного уровня может описываться внушительным количеством переменных, в роли которых выступают технико-экономические показатели и качественные характеристики. По своей природе используемые в экономическом анализе признаки-показатели тесно взаимосвязаны и взаимообусловлены. Причем зависимость показателей, чаще всего, носит нелинейный характер. Для формализованного представления хозяйственной единицы (предприятия, организации, региона и т.д.) целесообразно построить ее признаковое пространство. Другими словами, некий вектор в многомерном признаковом пространстве будет описывать исследуемый объект. Определенная комбинация (линейная или нелинейная) исходной системы показателей с учетом их наблюдаемых статистических значений может характеризовать латентную (скрытую) тенденцию или закономерность исследуемого экономического объекта. Между тем каждый новый вектор, получаемый в виде линейной (нелинейной) комбинации исходных признаков, имеет содержательную экономическую интерпретацию в ортогональном базисе. Кроме того, ортогональность комбинаций экономических переменных в заданном векторном пространстве снимает проблему мультиколлинеарности. В прикладных задачах также возможно вращение векторов (точек в многомерном пространстве) в ортогональном пространстве, что позволяет решать задачи классификации объектов, так как расстояния между объектами (точками) в ортогональном пространстве не меняется. В прикладной многомерной статистике решаются экономически интерпретируемые по результатам задачи перехода к новой системе координат и введения новых шкал измерения комбинаций экономических переменных. Построение новой системы координат и формализованное описание разброса объектов в ней осуществляется с точностью до ортогонального преобразования исходной системы данных (многомерное метрическое и неметрическое шкалирование). В свою очередь, ортогональная система функций обладает весьма важными прикладными качествами при проведении экономического

анализа показателей с сезонными колебаниями. В частности, при моделировании экономических временных рядов с наблюдаемой периодичностью изменения значений показателей в ряде случаев правомерно пользоваться тригонометрическими рядами Фурье. Тригонометрические функции относятся к системе ортогональных функций. В этом случае процедура оценки параметров тригонометрического тренда показателя существенно упрощается, так как в системе нормальных уравнений каждый из параметров в левой части уравнений получается в чистом виде.

Таким образом, построение прикладных математических моделей поведения экономических объектов и их численное решение в рамках задач многомерного факторного, дискриминантного и кластерного анализа, многомерного шкалирования, анализа и прогнозирования временных рядов экономических показателей, предполагает применение методов ортогональных преобразований в векторном пространстве и использование системы ортогональных функций.

*Цель* учебной дисциплины состоит в постановке и решении прикладных экономических задач с применением методов ортогональных преобразований исходной системы показателей в рамках многомерных статистических и эконометрических моделей.

*Основная задача курса* – выработать навыки и умение у студентов к применению методов и приемов ортогональных преобразований исходной системы экономических показателей при построении многомерных статистических и эконометрических моделей и практической их реализации с использованием прикладных статистических программ компьютерных расчетов.

При изучении дисциплины студенты должны

*знать:*

- основы векторной алгебры;
- разделы математического анализа, посвященные численным и функциональным рядам;
- теорию вероятностей и математическую статистику;

- эконометрику;
- прикладные пакеты программных продуктов по обработке статистических данных;

***уметь:***

- ставить экономические задачи измерения статистической зависимости между показателями, классификации и дискриминации экономических объектов, анализа временных рядов экономических показателей с определенной периодичностью изменения их значений;
- строить многомерные статистические и эконометрические модели экономических объектов и показателей;
- применять количественные и качественные методы прогнозирования развития социально-экономических объектов и процессов;
- решать экономические и эконометрические задачи математическими методами с использованием компьютерных и программных средств по реальным данным;
- применять полученные знания при научных исследованиях экономических и производственных процессов.

Изучение дисциплины предполагает знание экономической теории, позволяющей проводить глубокий анализ качественных особенностей экономических систем, социально-экономической статистики, основ высшей математики, теории вероятностей и математической статистики, эконометрики. Всего часов по дисциплине 56, из них всего часов аудиторных – 36, в том числе 18 часов лекционных, 8 практических и 10 лабораторных занятий. Рекомендуемая форма контроля знаний зачет.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Всего часов		
	Лекции	Прак- тич.	Лабораторные
Тема 1. Линейное (векторное) пространство. Ортогональность векторов	1		
Тема 2. Теоретические и прикладные аспекты построения исходной системы статистических данных	1		
Тема 3. Введение в прикладной статистический анализ	1		
Тема 4. Математические методы и модели классификации объектов при наличии обучающих выборок (дискриминантный анализ)	2	1	2
Тема 5. Математические методы и модели классификации объектов без обучения (непараметрический случай): кластер-анализ	4	2	2
Тема 6. Многомерный факторный анализ методом главных компонент	4	2	2
Тема 7. Многомерное шкалирование	3	2	2
8. Применение ортогональных функций в моделировании временных рядов с сезонными колебаниями	2	1	2
Итого:	18	8	10

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Линейное (векторное) пространство. Ортогональность векторов**

$n$ -мерный вектор и векторное пространство; размерность и базис векторного пространства; евклидово пространство; ортогональность векторов; ортогональный базис; ортонормированный базис; ортогональная матрица; 2-х, 3-х и  $m$ -мерные ортогональные матрицы; вращение осей системы координат по и против часовой стрелке на  $\varphi$  градусов на основе ортогонального преобразование исходной системы данных.

### **Тема 2. Теоретические и прикладные аспекты построения исходной системы данных**

Теоретические и методические подходы к интерпретации и анализу исходной системы статистических данных: вероятностно-статистический и логико-алгебраический подходы; построение исходной системы данных экономических показателей в виде матрицы «объект-свойство» и матрицы парных сравнений объектов и признаков; векторное представление данных наблюдений; ортогональное преобразование данных, представленных в векторной форме.

### **Тема 3. Введение в прикладной статистический анализ**

Назначение и содержание прикладной статистики; центральные проблемы прикладной статистики; статистическое исследование структуры и характера взаимосвязей между экономическими переменными; разработка статистических методов классификации объектов и признаков; снижение размерности исходного признакового пространства и отбор наиболее информативных показателей; основные этапы прикладного статистического анализа.

#### **Тема 4. Математические методы и модели классификации объектов при наличии обучающих выборок (дискриминантный анализ)**

Содержание типологизации и прикладная направленность классификации объектов; классическая модель дискриминантного анализа; алгоритм построения правила дискриминации (распознавания класса) для одномерной случайной величины и двух классов; классификационное правило соотнесения к одному из двух классов многомерного ( $p$ -мерного) случайного вектора, характеризуемого заданной статистической выборкой; построение дискриминантной функции с обучающей выборкой в случае  $k \geq 2$  классов.

#### **Тема 5. Математические методы и модели классификации объектов без обучения (непараметрический случай): кластер-анализ**

Постановка задачи автоматической классификации объектов и ее геометрическая интерпретация; объект как точка в многомерном признаковом пространстве (вектор с координатами); постановка двух типов задач разбиения исследуемой совокупности объектов; понятие однородности объектов в задачах их классификации; ортогональность векторов, объекты в признаковом пространстве; поворот осей признакового пространства и неизменность расстояния между объектами; меры расстояний между объектами махаланобисского типа; основные типы задач кластер-анализа и основные типы кластер-процедур.

#### **Тема 6. Многомерный факторный анализ методом главных компонент**

Основное содержание метода главных компонент; построение пространственно-временных данных; сущность панельных данных, используемых в эконометрических исследованиях; стандартизация исходных данных в рамках реализации алгоритма расчетов по методу главных компонент; получение мат-

рицы коэффициентов парной корреляции исходных признаков-показателей посредством их стандартизации; последовательность построения факторной матрицы в рамках алгоритма расчетов по методу главных компонент; сущность главных компонент как векторов, образующих ортогональное пространство векторов; экономическая интерпретация необходимости вращения факторной матрицы при решении прикладных задач методом главных компонент.

## **Тема 7. Многомерное шкалирование**

Многомерное шкалирование как метод построения условных координатных осей или метод латентно-структурного анализа; сущность многомерного шкалирования в экономических исследованиях; основные понятия и методы многомерного шкалирования; представление и первичная обработка данных в многомерном шкалировании; постановка задачи метрического многомерного шкалирования; построение (восстановление) новой системы координат с точностью до ортогонального преобразования; решение задачи метрического многомерного шкалирования в рамках модели Торгерсона; методы неметрического многомерного шкалирования;

## **Тема 8. Применение ортогональных функций в моделировании временных рядов экономических показателей с сезонными колебаниями**

Ортогональные функции и их свойства; Тригонометрический ряд Фурье функции  $f(x)$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ ; доказательство теоремы об ортогональности системы тригонометрических функций; построение тригонометрического тренда показателя динамического ряда с заданной периодичностью изменения его значений; уравнение тренда, включающее несколько гармоник; повышение степени достоверности уравнения тригонометрического тренда в соответствии с увеличением числа гармоник; особенности ортогональности тригонометрических функций при построении системы нормальных уравнений методом наименьших квадратов.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Айвазян, С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики: учебник для вузов / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1998. – 1022 с.
2. Многомерный статистический анализ в экономике: учеб. пособие для вузов / Л.А. Сошникова [и др.]; под ред. В.Н. Тамашевича. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 598 с.
3. Болч, Б. Многомерные статистические методы экономики: пер. с англ. / Б. Болч, К. Хуань. – М.: Статистика, 1979. – 317с.
4. Джексон, Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы: пер. с англ. / Д. Джексон. – М., 1988. – 259 с.
5. Высшая математика для экономистов: учебник / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд. – М.: Юнити, 2004. – 471 с.

### Дополнительная

1. Дубров, А.М. Многомерные статистические методы / А.М. Дубров. – М: Финансы и статистика, 2000. – 352 с.
2. Лоули, Д. Факторный анализ как статистический метод / Д. Лоули, А. Максвелл. – М.: Мир, 1967. – 144 с.
3. Харман, Г. Современный факторный анализ / Г. Харман. – М.: Статистика, 1972. – 374 с.
4. Читая, Г.О. Инвестиционные механизмы промышленного развития макро-регионов России: монография / Г.О. Читая. – М.: Финансы и кредит, 2006. – 152 с.
5. Эконометрика: учебник / И.И. Елисеева, С.В. Курьшева, Т.В. Костеева [и др.]; под общ. ред. И.И. Елисеевой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 576 с.

Беларускі дзяржаўны эканамічны ўніверсітэт. Бібліятэка.  
Белорусский государственный экономический университет. Библиотека.  
Belarus State Economic University. Library.

<http://www.bseu.by>