



## АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

**В.М. РУДЕНКОВ, Э.М. АКСЕНЬ**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПОРТНОЙ СТРАТЕГИИ ПРОДВИЖЕНИЯ ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНОЙ ПРОДУКЦИИ В УСЛОВИЯХ СОКРАЩЕНИЯ ЕЕ ИМПОРТОЕМКОСТИ**

Сложившиеся в экономике Республики Беларусь условия требуют поиска новых направлений ее развития, и в частности, развития экспортно-импортных отношений. Отрицательное сальдо торгового баланса, сопровождающее национальную экономику в течение последних лет, негативно воздействует на экономические процессы, в том числе валютно-кредитные и финансовые. Существенное значение при этом имеет проблема импортоемкости отечественной продукции. Поиск путей наращивания экспорта и сокращения импорта представляет собой весьма важную и актуальную задачу. В этой связи разработка новых методов анализа действующей практики экспортно-импортных операций создает условия для поиска новых путей выравнивания сальдо.

Разработанная нами модель позволяет исследовать влияние различных вариантов налоговой политики государства на динамику экспорта высокотехнологичной продукции при ограничениях на импорт такой продукции, а также спрогнозировать размер таможенных поступлений, с одной стороны, и дополнительные капиталовложения, с другой стороны, в случае производства комплектующих в стране.

При построении модели использовались подходы к моделированию экономической динамики, описанные в работах [1—5], а также учитывались особенности белорусской экономики [6] и методы исследования влияния трансфера технологий на экспорт Республики Беларусь [7].

**1. Краткое описание модели.** В рамках нашей модели продукция и ресурсы делятся на высоко- и низкотехнологичные. (Под низкотехнологичной продукцией понимается вся продукция, которая не является высокотехнологичной.) Основной капитал национальной экономики также разделен на две части: одна часть используется для производства высокотехнологичной продукции, а вторая — для производства низкотехнологичной.

Выпуски высоко- и низкотехнологичной продукции описываются производственными функциями, зависящими от основного капитала, используемых ресурсов (оборотного капитала) и от уровня технологии производства. Это дает возможность, в частности, учитывать влияние импорта высокотехнологичных ресурсов на производство отечественной продукции.

---

*Владимир Михайлович РУДЕНКОВ, доктор технических наук, профессор кафедры организации и управления Белорусского государственного экономического университета;*

*Эрнест Маврицьевич АКСЕНЬ, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета.*

Важную роль в наших исследованиях играет моделирование динамики уровней технологий производства. Предложенная методика учитывает положительное влияние высокотехнологичных инвестиций в основной капитал, а также затрат на НИОКР на уровне технологии производства. При этом принимается во внимание моральный износ существующих технологий производства.

Для описания государственной экономической политики, влияющей на экспорт и импорт, в модели используются налоговые ставки, позволяющие достаточно точно учитывать вид продукции.

Моделирование траектории развития экономической системы основано на использовании функционала межвременной полезности, учитывающего, с одной стороны, текущее конечное потребление домашних хозяйств и государственных потреблений, а с другой — состояние экономической системы в некоторый «конечный» момент времени в будущем. (Важно иметь в виду, что конечное потребление в текущий момент влияет на состояние экономической системы в конечный момент времени.) Такой подход широко распространен в современных экономических исследованиях (см., например [5]). Отличие нашей методики от стандартной в данном контексте состоит в том, что мы устремляем упомянутый «конечный» момент времени к начальному (см. [2]). Это дает нам возможность свести достаточно сложную задачу динамической оптимизации к значительно более простой задаче статической оптимизации.

Мы полагаем, что состояние экономической системы не может меняться мгновенно. Такой подход естественным образом приводит к тому, что необходимо выбирать оптимальное направление изменения состояния экономической системы, причем учитывается также, насколько быстро экономическая система способна меняться.)

Описанная методика по моделированию изменений состояния экономической системы дает возможность построить векторное дифференциальное уравнение, предназначенное для получения траекторий всех переменных модели. Причем одна часть такого уравнения зависит от параметров, описывающих экономическую политику государства, что дает возможность получать прогнозы макропоказателей, связанных с производством, экспортом и импортом высокотехнологичной продукции, при различных вариантах экономической политики.

**2. Ключевые взаимосвязи между переменными модели.** В модели предполагается, что для интенсивностей валового выпуска имеют место следующие формулы:

$$X_H = f_H(A_H, K_H, Q_{LH}, Q_{HH}) - R; \quad (1)$$

$$X_L = f_L(A_L, K_L, Q_{LL}, Q_{HL}), \quad (2)$$

где  $X_H$  и  $X_L$  — интенсивность валового выпуска высокотехнологичной и низкотехнологичной продукции;  $f_H(A_H, K_H, Q_{LH}, Q_{HH})$  и  $f_L(A_L, K_L, Q_{LL}, Q_{HL})$  — производственные функции высоко- и низкотехнологичной продукции;  $A_H$  и  $A_L$  — уровни технологии производства высокотехнологичной и низкотехнологичной продукции в национальной экономике;  $K_H$  и  $K_L$  — основной капитал, используемый для производства соответствующих видов продукции;  $Q_{LH}, Q_{HH}, Q_{LL}, Q_{HL}$  — интенсивность использования высокотехнологичных и низкотехнологичных ресурсов (оборотного капитала) при производстве (соответственно) высокотехнологичной и низкотехнологичной продукции;  $R$  — интенсивность затрат на НИОКР\*.

\*В приведенных, а также нижеследующих обозначениях нижний индекс  $H$  означает, что соответствующий показатель имеет отношение к высокотехнологичной продукции, а индекс  $L$  — к низкотехнологичной. При использовании двух нижних индексов ( $L$  и  $H$ ) первый означает вид ресурса, а второй — вид продукции, при производстве которой данный ресурс используется.

Производственные функции могут, например, иметь такой вид:

$$f_H(A_H, K_H, Q_{HH}, Q_{LH}) = A_H^{\alpha_{AH}} K_H^{\alpha_{KH}} Q_{HH}^{\alpha_{HH}} Q_{LH}^{\alpha_{LH}}, \quad (3)$$

$$f_L(A_L, K_L, Q_{HL}, Q_{LL}) = A_L^{\alpha_{AL}} K_L^{\alpha_{KL}} Q_{HL}^{\alpha_{HL}} Q_{LL}^{\alpha_{LL}}, \quad (4)$$

где  $\alpha_{AH}, \alpha_{KH}, \alpha_{HH}, \alpha_{LH}, \alpha_{AL}, \alpha_{KL}, \alpha_{HL}, \alpha_{LL}$  — положительные константы, описывающие эластичности производственных функций по соответствующим факторам.

Динамика основного капитала определяется формулами

$$\frac{dK_H}{dt}(t) = I_{KH}(t) - \delta_H K_H(t); \quad (5)$$

$$\frac{dK_L}{dt}(t) = I_{KL}(t) - \delta_L K_L(t), \quad (6)$$

где  $I_{KH}$  и  $I_{KL}$  — интенсивность инвестиций в основной капитал для производства высокотехнологичной и низкотехнологичной продукции;  $\delta_H$  и  $\delta_L$  — нормы амортизации основного капитала, используемого для производства соответствующих видов продукции.

Равенства (5) и (6) широко используются в экономической литературе (см., например [5]). (В соответствии с ними инвестиции в основной капитал увеличивают его размер, а амортизация — уменьшает.)

В модели предполагается, что скорости изменения уровней технологии производства связаны с интенсивностью инвестиций высокотехнологичной продукции и затратами на НИОКР следующим образом:

$$\frac{dA_H}{dt}(t) = A_H(t) \left\{ \alpha_{HI} \left[ \frac{I_{HH}(t)}{K_H(t)} \right]^{\beta_{HI}} + \alpha_{HR} \left[ \frac{R(t)}{K_H(t)} \right]^{\beta_{HR}} - \delta_{AH} \right\}; \quad (7)$$

$$\frac{dA_L}{dt}(t) = A_L(t) \left\{ \alpha_{LI} \left[ \frac{I_{HL}(t)}{K_L(t)} \right]^{\beta_{LI}} + \alpha_{LR} \left[ \frac{R(t)}{K_L(t)} \right]^{\beta_{LR}} - \delta_{AL} \right\}, \quad (8)$$

где  $\alpha, \beta$  и  $\delta$  (с соответствующими индексами) — экзогенно заданные положительные константы, причем коэффициенты  $\beta$  меньше единицы.

В соответствии с равенствами (7) и (8) высокотехнологичные инвестиции в основной капитал, а также затраты на НИОКР увеличивают уровни технологии производства. Использование коэффициентов  $\delta_{AH}$  и  $\delta_{AL}$  со знаком «минус» в правых частях этих равенств позволяет учитывать моральный износ существующих технологий производства в будущем.

В рамках модели должно выполняться условие

$$G \leq \alpha_G T, \quad (9)$$

где  $\alpha_G$  — положительная константа, меньшая единицы.

Неравенство (9) означает, что конечное потребление ( $G$ ) государственных учреждений не должно превышать определенной доли налоговых поступлений ( $T$ ) в бюджет.

Ограничение на импорт высокотехнологичной продукции имеет следующий вид:

$$IM_H \leq IM_{\max}, \quad (10)$$

где  $IM_H$  — интенсивность импорта высокотехнологической продукции;  $IM_{\max}$  — экзогенно заданная максимально возможная интенсивность импорта высокотехнологической продукции (которая, вообще говоря, может зависеть от времени).

Для моделирования государственной экономической политики, имеющей отношение к экспорту и импорту, в модели используются налоговые ставки ( $\tau$ ), позволяющие достаточно точно учитывать вид продукции.

А именно, используются следующие ставки налогов:

$\tau_{OHH}^d, \tau_{OHL}^d, \tau_{OLH}^d, \tau_{OLL}^d$  — на национальную высокотехнологическую и низкотехнологическую продукцию, используемую в качестве ресурса (оборотного капитала) при производстве национальной высокотехнологической и низкотехнологической продукции\*;

$\tau_{QHH}^f, \tau_{QHL}^f, \tau_{QLH}^f, \tau_{QLL}^f$  — на импорт иностранной высокотехнологической и низкотехнологической продукции, используемой в качестве ресурса (оборотного капитала) при производстве национальной высокотехнологической и низкотехнологической продукции;

$\tau_{IHH}^d, \tau_{IHL}^d, \tau_{ILH}^d, \tau_{ILL}^d$  — на национальную высокотехнологическую и низкотехнологическую продукцию, предназначенную для инвестиций в основной капитал для производства национальной высокотехнологической и низкотехнологической продукции;

$\tau_{IHH}^f, \tau_{IHL}^f, \tau_{ILH}^f, \tau_{ILL}^f$  — на импорт иностранной высокотехнологической и низкотехнологической продукции, предназначенной для инвестиций в основной капитал для производства национальной высокотехнологической и низкотехнологической продукции;

$\tau_{CH}^d, \tau_{CL}^d$  — на национальную высокотехнологическую и низкотехнологическую продукцию, предназначенную для конечного потребления домашними хозяйствами;

$\tau_{CH}^f, \tau_{CL}^f$  — на импорт иностранной высокотехнологической и низкотехнологической продукции, предназначенной для конечного потребления домашними хозяйствами;

$\tau_{GH}^d, \tau_{GL}^d$  — на национальную высокотехнологическую и низкотехнологическую продукцию, предназначенную для конечного потребления государством;

$\tau_{GH}^f, \tau_{GL}^f$  — на импорт иностранной высокотехнологической и низкотехнологической продукции, предназначенной для конечного потребления государством;

$\tau_{EXH}, \tau_{EXL}$  — на экспорт высокотехнологической и низкотехнологической продукции.

Таким образом, при разных экзогенно заданных значениях налоговых ставок ( $\tau$ ) модель позволяет «проигрывать» различные сценарии государственной налоговой политики (в том числе, нацеленной на поддержку производства и экспорта высокотехнологической продукции).

**3. Моделирование принятия решений.** Будем считать, что в каждый момент времени ( $t$ ) домашние хозяйства и государство стараются увеличить значение следующего функционала межвременной полезности:

$$\int_t^T e^{-\theta(\tau-t)} u[C_H(\tau), C_L(\tau), G_H(\tau), G_L(\tau)] d\tau + e^{-\theta(T-t)} V[A_L(T), K_L(T), A_H(T), K_H(T)], \quad (11)$$

где  $u(C_H, C_L, G_H, G_L)$  — функция полезности, зависящая от конечного потребления домашних хозяйств ( $C_H$  и  $C_L$ ) и государства ( $G_H$  и  $G_L$ ) высокотехнологической и низкотехнологической продукции;  $V(A_L, K_L, A_H, K_H)$  — терминальная функция полезности;  $\theta$  — экзогенно заданная норма межвременных предпочтений ( $0 < \theta \leq 1$ );  $t$  — текущий момент времени;  $T$  — конечный момент времени (см. [1; 2; 5]).

\*Индекс  $d$  означает продукцию (ресурс) национального производства, а индекс  $f$  — иностранного производства.

Отметим, что использование функционалов межвременной полезности вида (11) является общепринятым (см., например [1; 2; 5]).

В соответствии с формулой (11) увеличение конечного потребления домашних хозяйств и государства, с одной стороны, повышает текущую полезность, описываемую первым слагаемым в этой формуле, а с другой стороны, уменьшает терминальную полезность (второе слагаемое). Задача состоит в оптимальном выборе траекторий конечного потребления, максимизирующих суммарный эффект.

Функции полезности могут, например, иметь следующий вид:

$$u(C_H, C_L, G_H, G_L) = \rho_{CH} \ln C_H + \rho_{CL} \ln C_L + \rho_{GH} \ln G_H + \rho_{GL} \ln G_L; \quad (12)$$

$$V(A_H, K_H, A_L, K_L) = \rho_{AH} \ln A_H + \rho_{KH} \ln K_H + \rho_{AL} \ln A_L + \rho_{KL} \ln K_L, \quad (13)$$

Где  $\rho_{CH}, \rho_{CL}, \rho_{GH}, \rho_{GL}, \rho_{AH}, \rho_{KH}, \rho_{AL}, \rho_{KL}$  — экзогенно заданные положительные константы.

Очевидно, что при постоянных значениях  $A_H(t), K_H(t), A_L(t)$  и  $K_L(t)$  возрастание функционала (11) равносильно возрастанию следующего выражения:

$$\frac{\int_t^T e^{-\theta(\tau-t)} u[C_H(\tau), C_L(\tau), G_H(\tau), G_L(\tau)] d\tau}{T-t} + \frac{e^{-\theta(T-t)} V[A_L(T), K_L(T), A_H(T), K_H(T)] - V[A_L(t), K_L(t), A_H(t), K_H(t)]}{T-t}. \quad (14)$$

Несложно показать, что при  $T \rightarrow t$  выражение (14) стремится к следующему (см. [1; 2]):

$$\begin{aligned} & u[C_H(t), C_L(t), G_H(t), G_L(t)] - \theta V[A_H(t), K_H(t), A_L(t), K_L(t)] + \\ & + \frac{\partial V}{\partial A_H}[A_H(t), K_H(t), A_L(t), K_L(t)] \frac{dA_H}{dt}(t) + \frac{\partial V}{\partial K_H}[A_H(t), K_H(t), A_L(t), K_L(t)] \frac{dK_H}{dt}(t) + \\ & + \frac{\partial V}{\partial A_L}[A_H(t), K_H(t), A_L(t), K_L(t)] \frac{dA_L}{dt}(t) + \frac{\partial V}{\partial K_L}[A_H(t), K_H(t), A_L(t), K_L(t)] \frac{dK_L}{dt}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

Подставив формулы (5)–(8) в полученное выражение, будем иметь

$$\begin{aligned} & u(C_H, C_L, G_H, G_L) - \theta V(A_H, K_H, A_L, K_L) + \\ & + \frac{\partial V}{\partial A_H}(A_H, K_H, A_L, K_L) A_H \left[ \alpha_{HI} \left( \frac{I_{HH}}{K_H} \right)^{\beta_{HI}} + \alpha_{HR} \left( \frac{R}{K_H} \right)^{\beta_{HR}} - \delta_{AH} \right] + \\ & + \frac{\partial V}{\partial K_H}(A_H, K_H, A_L, K_L) (I_{KH} - \delta_H K_H) + \\ & + \frac{\partial V}{\partial A_L}(A_H, K_H, A_L, K_L) A_L \left[ \alpha_{LI} \left( \frac{I_{LL}}{K_L} \right)^{\beta_{LI}} + \alpha_{LR} \left( \frac{R}{K_L} \right)^{\beta_{LR}} - \delta_{AL} \right] + \\ & + \frac{\partial V}{\partial K_L}(A_H, K_H, A_L, K_L) (I_{KL} - \delta_L K_L). \end{aligned} \quad (16)$$

В этом выражении для краткости опущена временная переменная  $t$ .

Обозначим через  $Z$  вектор, компонентами которого являются интенсивности использования оборотного капитала ( $Q_{HH}^d, Q_{HL}^d, Q_{LH}^d, Q_{LL}^d, Q_{HH}^f, Q_{HL}^f, Q_{LH}^f, Q_{LL}^f$ ), интенсивности инвестиций ( $I_{HH}^d, I_{HL}^d, I_{LH}^d, I_{LL}^d, I_{HH}^f, I_{HL}^f, I_{LH}^f, I_{LL}^f$ ), конечного потребления домашних хозяйств ( $C_H^d, C_H^f, C_L^d, C_L^f$ ) и государства ( $G_H^d, G_H^f, G_L^d, G_L^f$ ), интенсивности экспорта ( $EX_H, EX_L$ ) и расходов на НИОКР ( $R$ ).

Отметим, что с помощью компонент вектора  $Z$  определяются все другие переменные модели (кроме переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$ ). Обозначим через  $U(Z)$  следующую функцию:

$$\begin{aligned}
U(Z) = & u(C_H, C_L, G_H, G_L) + \\
& + \frac{\partial V}{\partial A_H}(A_H, K_H, A_L, K_L) A_H \left[ \alpha_{HH} \left( \frac{I_{HH}}{K_H} \right)^{\beta_{HH}} + \alpha_{HR} \left( \frac{R}{K_H} \right)^{\beta_{HR}} - \delta_{AH} \right] + \\
& + \frac{\partial V}{\partial K_H}(A_H, K_H, A_L, K_L) (I_{KH} - \delta_H K_H) + \\
& + \frac{\partial V}{\partial A_L}(A_H, K_H, A_L, K_L) A_L \left[ \alpha_{LI} \left( \frac{I_{HL}}{K_L} \right)^{\beta_{LI}} + \alpha_{LR} \left( \frac{R}{K_L} \right)^{\beta_{LR}} - \delta_{AL} \right] + \\
& + \frac{\partial V}{\partial K_L}(A_H, K_H, A_L, K_L) (I_{KL} - \delta_L K_L).
\end{aligned} \tag{17}$$

В силу формул (14)–(16) при бесконечно малом временном горизонте  $\Delta t = T - t$  возрастание функционала межвременной полезности (11) равносильно возрастанию функции  $U(Z)$  (при постоянных значениях  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$ ) (см. [2]).

В случае, когда функции полезности  $u(C_H, C_L, G_H, G_L)$  и  $V(A_H, K_H, A_L, K_L)$  заданы формулами (12) и (13), функция (17) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
U(Z) = & \rho_{CH} \ln C_H + \rho_{CL} \ln C_L + \rho_{GH} \ln G_H + \rho_{GL} \ln G_L + \\
& + \rho_{AH} \left[ \alpha_{HH} \left( \frac{I_H}{K_H} \right)^{\beta_{HH}} + \alpha_{HR} \left( \frac{R}{K_H} \right)^{\beta_{HR}} - \delta_{AH} \right] + \frac{\rho_{KH}}{K_H} [I_{KH} - \delta_H K_H] + \\
& + \rho_{AL} \left[ \alpha_{LI} \left( \frac{I_{HL}}{K_L} \right)^{\beta_{LI}} + \alpha_{LR} \left( \frac{R}{K_L} \right)^{\beta_{LR}} - \delta_{AL} \right] + \frac{\rho_{KL}}{K_L} [I_{KL} - \delta_L K_L].
\end{aligned} \tag{18}$$

Заметим, что направление изменения вектора  $Z$ , обеспечивающее наиболее быстрое возрастание функции  $U(Z)$ , задается градиентом  $\nabla U(Z)$ . (Напомним, что вектор  $\nabla U(Z)$  состоит из частных производных функции  $U(Z)$  по компонентам вектора  $Z$ .)

В соответствии с разработанной нами методикой предполагается, что домашние хозяйства и государство выбирают скорости изменения переменных  $Q_{HH}^d, Q_{HL}^d, Q_{LH}^d, Q_{LL}^d, Q_{HH}^f, Q_{HL}^f, Q_{LH}^f, Q_{LL}^f, I_{HH}^d, I_{HL}^d, I_{LH}^d, I_{LL}^d, I_{HH}^f, I_{HL}^f, I_{LH}^f, I_{LL}^f, C_H^d, C_H^f, C_L^d, C_L^f, G_H^d, G_H^f, G_L^d, G_L^f, EX_H, EX_L, R$  (компонент вектора  $Z$ ) таким образом,

чтобы направление изменения вектора  $Z(t)$  было как можно ближе к направлению, задаваемому вектором  $\nabla U(Z)$ , которое является наиболее благоприятным для домашних хозяйств и государства (см. [2]).

В соответствии с изложенными соображениями будем считать, что в каждый момент времени ( $t$ ) домашние хозяйства и государство стараются минимизировать выражение

$$\left\| \frac{dZ}{dt} - \gamma \nabla U(Z) \right\| \quad (19)$$

по компонентам вектора  $\frac{dZ}{dt}$  (здесь  $\gamma$  — положительная константа; а  $\| \cdot \|$  — евклидова норма (см. [2])).

Задача минимизации выражения (19) решается при ограничениях, полученных в результате дифференцирования по времени экономических тождеств, связывающих макропоказатели (например,  $Q_H^d = Q_{HH}^d + Q_{HL}^d$ ,  $I_d = I_H^d + I_L^d$ ,  $EX = EX_H + EX_L$ ,  $T_{Q_{HH}}^d = t_{Q_{HH}}^d Q_{HH}^d$ ), а также равенств (1) и (2), т.е.

$$\frac{dX_H}{dt} = \frac{\partial f_H}{\partial A_H} \frac{dA_H}{dt} + \frac{\partial f_H}{\partial K_H} \frac{dK_H}{dt} + \frac{\partial f_H}{\partial Q_{HH}} \frac{dQ_{HH}}{dt} + \frac{\partial f_H}{\partial Q_{LH}} \frac{dQ_{LH}}{dt} - \frac{dR}{dt}; \quad (20)$$

$$\frac{dX_L}{dt} = \frac{\partial f_L}{\partial A_L} \frac{dA_L}{dt} + \frac{\partial f_L}{\partial K_L} \frac{dK_L}{dt} + \frac{\partial f_L}{\partial Q_{HL}} \frac{dQ_{HL}}{dt} + \frac{\partial f_L}{\partial Q_{LL}} \frac{dQ_{LL}}{dt} \quad (21)$$

и соотношений (9) и (10), т.е.

$$\frac{dG}{dt} \leq \alpha_G \frac{dT}{dt}, \text{ если } G = \alpha_G T; \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} IM_H \leq \frac{d}{dt} IM_{\max}, \text{ если } IM_H = IM_{\max}. \quad (23)$$

Отметим, что в данной оптимизационной задаче значения компонент вектора  $Z$  и переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$  считаются заданными. В качестве переменных этой задачи выступают компоненты вектора  $\frac{dZ}{dt}$ .

Остановимся более подробно на экономическом смысле этой оптимизационной задачи. Отметим, что стремление экономических агентов принимать оптимальные для них решения, описываемые вектором  $Z$ , максимизирующим функцию полезности (18), согласуется с минимизацией выражения (19). Это связано с тем, что в рамках модели в каждый момент времени экономические агенты, минимизируя выражение (19), выбирают допустимое направление изменения вектора  $Z$  (описываемое вектором  $\frac{dZ}{dt}$ ),

обеспечивающее наискорейшее возрастание функции полезности (18). При этом коэффициент  $\gamma$  влияет на скорость изменения вектора  $Z$ , таким образом описывая, насколько быстро экономика способна изменяться.

**4. Динамика экономической системы.** Итак, при заданных (в текущий момент времени) значениях компонент вектора  $Z$  и переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$  в результате решения задачи минимизации выражения (19) при указанных ограничениях можно найти оптимальный вектор  $\frac{dZ}{dt}$ . Следова-

тельно, можно считать, что вектор  $\frac{dZ}{dt}$  является функцией вектора  $Z$  и переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$ , т.е.

$$\frac{dZ}{dt}(t) = \varphi [Z(t), A_H(t), K_H(t), A_L(t), K_L(t)]. \quad (24)$$

Заметим, что в силу равенств (5)—(8) значения производных  $\frac{dA_H}{dt}$ ,  $\frac{dK_H}{dt}$ ,  $\frac{dA_L}{dt}$  и  $\frac{dK_L}{dt}$  определяются с помощью переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$  и компонент вектора  $Z$ . Следовательно, эти производные также можно считать функциями вектора  $Z$  и переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$ .

Определим вектор  $\tilde{Z}$  как вектор, состоящий из компонент вектора  $Z$  и переменных  $A_H, K_H, A_L$  и  $K_L$ :

$$\tilde{Z} = (Z, A_H, K_H, A_L, K_L). \quad (25)$$

В силу сказанного (на основе формул (5)—(8), (24), (25)) вектор  $\frac{d\tilde{Z}}{dt}$  является функцией вектора  $\tilde{Z}$ :

$$\frac{d\tilde{Z}}{dt}(t) = \tilde{\varphi} [\tilde{Z}(t)]. \quad (26)$$

Векторное дифференциальное уравнение (26) при заданном значении вектора  $\tilde{Z}(t_0)$  в начальный момент времени ( $t_0$ ) позволяет находить траектории компонент вектора  $\tilde{Z}(t)$ , отражающие динамику всех упомянутых экономических показателей (см. [2]).

Интенсивности  $T_{QH}^f$  и  $T_{IH}^f$  таможенных поступлений от импорта высокотехнологичных зарубежных комплектующих и оборудования соответственно можно найти с помощью следующих формул:

$$T_{QH}^f = \tau_{QHH}^f Q_{HH}^f + \tau_{QHL}^f Q_{HL}^f, \quad T_{IH}^f = \tau_{IHH}^f I_{HH}^f + \tau_{IHL}^f I_{HL}^f. \quad (27)$$

При этом интенсивности использования ресурсов  $Q_{HH}^f, Q_{HL}^f$  и интенсивности инвестиций в основной капитал  $I_{HH}^f, I_{HL}^f$ , фигурирующие в правых частях формул (27), являются компонентами вектора  $\tilde{Z}$ , динамика которого прогнозируется с помощью векторного дифференциального уравнения (26).

Для моделирования производства высокотехнологичной продукции в национальной экономике используются интенсивность инвестиций в основной капитал ( $I_{KH}$ ), интенсивность использования оборотного капитала ( $Q_{KH}$ ), интенсивность затрат на НИОКР ( $R$ ). (Эти интенсивности могут быть найдены с помощью компонент вектора  $\tilde{Z}$ .) Следовательно, интенсивность суммарных затрат на производство высокотехнологичной продукции в национальной экономике равна  $I_H + Q_{KH} + R$ . Интенсивность затрат на производство единицы высокотехнологичной продукции в национальной экономике равна  $\frac{I_H + Q_{KH} + R}{X_H}$ , она может быть определена с помощью компонент вектора  $\tilde{Z}$ , динамика которого прогнозируется с помощью векторного дифференциального уравнения (26).



**5. Влияние параметров государственной налоговой политики на динамику экспорта высокотехнологичной продукции и других макропоказателей.** В рамках данной модели государственная налоговая политика описывается вектором  $\tau$ , состоящим из налоговых ставок, т.е. из  $\tau_{QHH}^d, \tau_{QHL}^d, \tau_{QLH}^d, \tau_{QLL}^d, \tau_{QHN}^f, \tau_{QHL}^f, \tau_{QLH}^f, \tau_{QLL}^f, \tau_{IHH}^d, \tau_{IHL}^d, \tau_{ILH}^d, \tau_{ILL}^d, \tau_{IHN}^f, \tau_{IHL}^f, \tau_{ILH}^f, \tau_{ILL}^f, \tau_{CH}^d, \tau_{CL}^d, \tau_{CH}^f, \tau_{CL}^f, \tau_{GH}^d, \tau_{GL}^d, \tau_{GH}^f, \tau_{GL}^f, \tau_{EXH}, \tau_{EXL}$ .

Поскольку функция  $\tilde{\varphi}$  (в правой части уравнения (26)) зависит от вектора  $\tau$ , состоящего из перечисленных выше экзогенно заданных налоговых ставок, траектории вектора  $\tilde{Z}(t)$  также зависят от этих экзогенно заданных параметров, а с помощью траекторий вектора  $\tilde{Z}(t)$  можно построить, в частности, траектории производства и экспорта высокотехнологичной продукции, траектории таможенных поступлений от импорта высокотехнологичных зарубежных комплектующих и оборудования и траектории суммарных затрат на производство высокотехнологичной продукции в национальной экономике (поскольку соответствующие показатели могут быть найдены с помощью компонент вектора  $\tilde{Z}$ ).

Таким образом, изложенная модель позволяет исследовать влияние государственной налоговой политики, в том числе нацеленной на поддержку экспорта высокотехнологичной продукции, на динамику производства и экспорта высокотехнологичной продукции, таможенных поступлений от импорта высокотехнологичных зарубежных комплектующих и оборудования и суммарных затрат на производство высокотехнологичной продукции в национальной экономике.

Для оценки влияния параметров экономической политики на макроэкономические показатели предлагаем использовать коэффициенты, равные изменению прогнозных значений соответствующих показателей в расчете на единицу изменения параметров экономической политики. Математически эти коэффициенты равны частным производным соответствующих показателей по параметрам экономической политики, т.е.

$$a_{ij} = \frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \alpha_j}, \quad (28)$$

где  $\hat{x}_i$  — прогнозное значение показателя  $i$  (в некоторый момент либо период времени);  $\alpha_j$  — значение параметра  $j$  макроэкономической политики.

Например, если  $\hat{x}_i$  — это интенсивность экспорта высокотехнологичной продукции ( $EX_H$ ) в некоторый момент времени в будущем, а  $\alpha_j$  — налоговая ставка ( $\tau_{IHN}^f$ ) на импорт иностранной высокотехнологичной продукции, предназначенной для инвестиций в основной капитал для производства национальной высокотехнологичной продукции, то коэффициент  $a_{ij}$ , умноженный на 0,01, показывает на сколько денежных единиц изменится интенсивность экспорта высокотехнологичной продукции ( $EX_H$ ) в соответствующий момент времени в будущем при увеличении налоговой ставки ( $\tau_{IHN}^f$ ) в расчете на 1 %.

Отметим также, что на основе коэффициентов  $a_{ij}$  можно использовать метод обратного прогнозирования, т.е. подбирать такие наборы значений параметров экономической политики, при которых обеспечивается достижение определенных значений интересующих нас макроэкономических показателей в будущем (см. [8]).

### Литература

1. Аксень, Э.М. Стохастическое моделирование динамики макроэкономических показателей / Э.М. Аксень. — Минск: БГЭУ, 2006.
2. Аксень, Э.М. Неравновесная динамическая макроэкономическая модель в условиях функционирования правовой системы / Э.М. Аксень, А.В. Чичурин // Институционалистика: теория, методология, прикладные аспекты: сб. науч. ст. — Брест: Альтернатива, 2010. — С. 57—65.
3. Гранберг, А.Г. Динамические модели народного хозяйства / А.Г. Гранберг. — М.: Экономика, 1985.
4. Присняков, В.В. Нестационарная макроэкономика / В.В. Присняков. — Донецк: Изд-во Донец. нац. ун-та, 2000.

□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□. □□□□□□□□.  
□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□. □□□□□□□□□□.