БЕЛОРУССКИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. 2015. № 2. С. 146–155.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ОПТИМАЛЬНОГО УРОВНЯ УЧАСТИЯ ГОСУДАРСТВА В ГОСУДАРСТВЕННО-ЧАСТНЫХ ПРОЕКТАХ

В.М. Руденков, Э.М. Аксень*

В статье изложена методика моделирования динамики прибыли государственно-частных проектов с учетом рисков, основанная на использовании винеровских процессов для описания случайных колебаний значений указанного показателя, предложены методы оценки параметров доходности указанных проектов, отражающих ожидаемую доходность и рискованность, предложены подходы к учету влияния указанных параметров доходности проекта на динамику основного капитала, на основе чего получена формула для оценки оптимальной доли государства в основном капитале проекта. Актуальность и практическая значимость предлагаемых в статье методов и подходов обусловлены экономической целесообразностью реализации государственно-частных проектов в Республике Беларусь, а также наличием необходимого инфраструктурного потенциала и благоприятных условий для осуществления таких проектов. При этом описанные в статье подходы могут быть использованы на этапах планирования и реализации государственно-частных проектов не только в Беларуси, но и в условиях экономик других стран.

Ключевые слова: государственно-частное партнерство, динамика, винеровский процесс, доходность, риск.

JEL-классификация: C61, D92, L32, O22.

В белорусской правовой системе до настоящего времени отсутствует полная и замкнутая законодательная база, обеспечивающая легитимность государственно-частного партнерства (ГЧП) как в инфраструктурных областях, так и в инновационной сфере. Поэтому на данном этапе исследования процессов будем опираться на те постулаты и признаки, которые определены Комитетом ОЭСР по научной и технологической политике в части ГЧП:

- стороны партнерства должны быть представлены как государственным, так и частным секторами экономики;
- взаимоотношения сторон ГЧП должны быть зафиксированы в официальных документах (договорах, контрактах и др.);
- взаимоотношения сторон ГЧП должны носить партнерский, т. е. равноправный характер;
- стороны ГЧП должны иметь общие цели и четко определенный государственный интерес;
- стороны ГЧП должны объединить свои вклады для достижения общих целей;
- стороны ГЧП должны распределять между собой расходы и риски, а также участвовать в использовании полученных результатов.

Критический аспект ГЧП – это соответствующая идентификация и распределение проектных рисков, а также использование контрактных условий для их снижения. С точки зрения обоих партнеров – государственного органа и частного инвестора – возможность партнерства будет зависеть от того, какой риск они принимают на себя, и от степени риска. Передача риска частному партнеру является ключевым фактором, который отличает ГЧП от

* **Руденков Владимир Михайлович** (vm.rudenkov@gmail.com), доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры организации и управления Белорусского государственного экономического университета (г. Минск, Беларусь);

Аксень Эрнест Маврициевич (eaksen@mail.ru), доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета (г. Минск, Беларусь).

более традиционной модели предоставления государственным сектором общественных услуг.

Исходя из указанных предпосылок, авторы выстраивают модели, которые формируют методику оценки оптимального уровня участия государства в государственно-частных проектах.

Моделирование динамики прибыли проекта с учетом рисков

При моделировании динамики экономических показателей (таких как прибыль, выпуск, выручка, затраты) на макро-, микро- и отраслевом уровнях важно учитывать не только ожидаемые значения этих показателей, но также и всевозможные риски (производственные, финансовые и др.), связанные с соответствующими процессами (Аксень, Руденков, 2004; Дадеркина, 2013; Корняков, 2000; Курманова, 2007; Шарингер, 2004). Обозначим через $Y(t)$ кумулятивную прибыль, т. е. прибыль за промежуток времени $\left(t_0, t\right]$, где t_0 – некоторый момент времени, выбранный в качестве начального. Отметим, что разность $Y(\tau)-Y(t)$ всегда равна прибыли за промежуток времени $\left(\tau, t\right]$ независимо от выбора начального момента t_0. (Следовательно, в данном случае выбор t_0 не играет принципиальной роли.)

В рамках наших моделей будем считать, что процесс $Y(t)$ является случайным в теоретико-вероятностном смысле и что для его стохастического дифференциала $dY(t)$ (Пугачев, Синицын, 2000. С. 442–445) имеет место следующее равенство:

$$dY(t) = K(t)\,\mu\, dt + K(t)\,\sigma\, dW(t)\,, \qquad (1)$$

где $K(t)$ – основной капитал проекта;

μ – скаляр, описывающий ожидаемую доходность проекта (точное определение понятия «доходность проекта» дано ниже, см. формулы (3) и (6));

$\sigma = \left[\sigma_1, \ldots, \sigma_m\right]$ – вектор, описывающий рискованность доходности проекта;

$W(t) = \left[W_1(t), \ldots, W_m(t)\right]^T$ – векторный стандартный винеровский процесс (компоненты которого представляют собой независимые друг от друга скалярные случайные процессы с независимыми нормально распределенными приращениями, дисперсии которых равны длинам соответствующих временных интервалов, а математические ожидания – нулю) (Пугачев, Синицын, 2000. С. 439–440);

$dW(t)$ – стохастический дифференциал случайного процесса $W(t)$ (Пугачев, Синицын, 2000. С. 445–448).

(Верхний индекс T в обозначении $W(t) = \left[W_1(t), \ldots, W_m(t)\right]^T$ означает транспонирование, т. е. в данном случае вектор $W(t)$ – это вектор-столбец.)

Отметим, что формулы вида (1) используются в ряде публикаций для стохастического моделирования динамики прибыли (а также выпуска) экономического агента в непрерывном времени (Turnovsky, 2000. P. 547–548; Аксень, 2006. С. 21–22; Аксень, 2011. С. 56–58). При этом использование винеровского процесса в соответствующих формулах позволяет описывать случайные колебания прибыли.

Экономический смысл параметров доходности проекта и их оценивание

Исследуем экономический смысл параметров μ и σ. В силу равенства (1) при достаточно малом изменении Δt временной переменной имеет место приближенная формула:

$$\Delta Y(t) \approx K(t)\,\mu\,\Delta t + K(t)\,\sigma\,\Delta W(t)\,, \qquad (2)$$

где $\Delta Y(t) = Y\left(t+\Delta t\right) - Y(t)$ – прибыль за промежуток времени $\left(t, t+\Delta t\right]$;

$\Delta W(t) = W\left(t+\Delta t\right) - W(t)$ – приращение векторного винеровского процесса.

Отметим, что с уменьшением значения Δt точность равенства (2) возрастает.

Определим среднюю доходность проекта $y\left(t, t+\Delta t\right)$ за промежуток времени $\left(t, t+\Delta t\right]$ следующим образом:

$$y\left(t, t+\Delta t\right) = \frac{\Delta Y(t)}{K(t)\Delta t}. \tag{3}$$

Экономический смысл определенной таким образом доходности проекта состоит в следующем: значение (3) показывает прибыль за временной интервал единичной продолжительности (например, годовую прибыль, если в качестве единицы измерения времени выбран год) в расчете на единицу основного капитала в начале временного интервала в случае, когда в течение единичного временного интервала прибыль за каждый промежуток времени продолжительностью Δt равна заданному значению $\Delta Y(t)$.

Подставив правую часть соотношения (2) в формулу (3), получим:

$$y\left(t, t+\Delta t\right) \approx \mu + \frac{1}{\Delta t}\sigma\,\Delta W(t). \tag{4}$$

Из равенства (4) очевидным образом следует, что в силу равенства нулю математических ожиданий приращений винеровского процесса (Пугачев, Синицын, 2000. С. 439–440) математическое ожидание $y\left(t, t+\Delta t\right)$ (взятое в момент времени t) приблизительно равно $\mu(t)$:

$$\mu \approx E_t\left[y\left(t, t+\Delta t\right)\right]. \tag{5}$$

Таким образом, значение μ приблизительно равно ожидаемой средней доходности проекта за достаточно малый промежуток времени.

Перейдя к пределу в уравнении (5), получим точное равенство:

$$\mu = \lim_{\Delta t \to 0} E_t\left[y\left(t, t+\Delta t\right)\right], \tag{6}$$

т. е. $\mu(t)$ – это мгновенная ожидаемая доходность проекта.

Теперь перейдем к рассмотрению векторного параметра σ.

Из равенства (4) очевидным образом следует, что для дисперсии $\mathrm{var}_t\left[y\left(t, t+\Delta t\right)\right]$ средней доходности проекта (взятой в момент времени t) имеет место соотношение:

$$\mathrm{var}_t\left[y\left(t, t+\Delta t\right)\right] \approx \frac{1}{\left(\Delta t\right)^2}\mathrm{var}_t\left[\sigma\,\Delta W(t)\right]. \tag{7}$$

В силу упомянутых выше свойств векторного стандартного винеровского процесса

$$\mathrm{var}_t\left[\sigma\,\Delta W(t)\right] = \left\|\sigma\right\|^2 \Delta t, \tag{8}$$

где $\left\|\sigma\right\|$ – евклидова норма вектора σ.

Подставив правую часть равенства (8) в соотношение (7) и выразив $\left\|\sigma\right\|^2$ из полученного равенства, будем иметь:

$$\left\|\sigma\right\|^2 \approx \mathrm{var}_t\left[y(t, y+\Delta t)\right]\Delta t, \tag{9}$$

т. е. значение $\left\|\sigma\right\|^2$ приблизительно равно дисперсии средней доходности проекта за достаточно малый промежуток времени, умноженной на продолжительность этого промежутка времени.

Отметим, что соотношения (5) и (9) дают основу для оценивания значений μ и $\left\|\sigma\right\|^2$ с помощью реальных данных, а именно, можно рассчитать выборочные математическое ожидание и дисперсию для средней доходности проекта $y(t, y+\Delta t)$ и подставить найденные значения в соответствующие формулы.

Полностью государственные и полностью частные проекты

Рассмотрим следующие два случая: когда проект полностью финансируется государством и когда проект полностью финансируется частными инвесторами. Обозначим через $Y_G(t)$, $Y_P(t)$ и $K_G(t)$, $K_P(t)$ кумулятивную прибыль и основной капитал соответствующих проектов. (Здесь нижние индексы G и P обозначают показатели для государственного и частного проекта соответственно.) Будем считать, что динамика кумулятивной прибыли рассматриваемых проектов определяется формулами, анало-гичными формуле (1) для общего случая, т. е.:

$$dY_G(t) = \mu_G K_G(t)dt + \sigma_G K_G(t)dW(t), \tag{10}$$

$$dY_P(t) = \mu_P K_P(t)dt + \sigma_P K_P(t)dW(t)\,, \qquad (11)$$

где μ_G, μ_P и σ_G, σ_P – скаляры и векторы, описывающие ожидаемую доходность и рискованность доходности соответствующих проектов. (Отметим, что для этих параметров справедливы все выводы и формулы, полученные выше в общем случае для параметров μ и σ).

Заметим, что векторный стандартный винеровский процесс $W(t)$ в равенствах (10) и (11) один и тот же и, соответственно, векторы σ_G и σ_P имеют один и тот же размер. При этом использование одного и того же многомерного процесса $W(t)$ в указанных равенствах не ограничивает общность данных представлений. (Например, если процессы прибыли частных и государственных компаний возбуждаются приращениями разных процессов $W_1(t)$ и $W_2(t)$, то можно считать, что $W(t) = \left[W_1(t), W_2(t)\right]^T$, и, соответственно, в равенствах (10) и (11) вместо параметров σ_G и σ_P нужно будет использовать векторы $\left[\sigma_G, 0\right]$ и $\left[0, \sigma_P\right]$.)

Как правило, управление производственными процессами более эффективно в частных компаниях, чем в государственных. В то же время государство в достаточно большом количестве случаев может более эффективно контролировать риски (Дадеркина, 2013; Корняков, 2000; Курманова, 2007; Шарингер, 2004). В таких случаях для соответствующих показателей ожидаемой доходности и рискованности должны выполняться соотношения:

$$\mu_P > \mu_G\,, \qquad (12)$$

$$\left\|\sigma_P\right\| > \left\|\sigma_G\right\|. \qquad (13)$$

Отметим также, что доходности соответствующих проектов могут быть коррелированными случайными величинами. Покажем, что значение $\sigma_G \sigma_P^T$ (равное сумме произведений компонент соответствующих векторов, т. е. равное скалярному произведению векторов) описывает степень коррелированности доходностей рассматриваемых проектов.

Запишем формулу (4) для средних доходностей соответствующих проектов:

$$y_G\left(t, t+\Delta t\right) \approx \mu_G + \frac{1}{\Delta t}\sigma_G \Delta W(t)\,, \qquad (14)$$

$$y_P\left(t, t+\Delta t\right) \approx \mu_P + \frac{1}{\Delta t}\sigma_P \Delta W(t)\,. \qquad (15)$$

Из равенств (14) и (15) очевидным образом следует, для ковариации $\mathrm{cov}_t\left[y_G\left(t,t+\Delta t\right), y_G\left(t,t+\Delta t\right)\right]$ средних доходностей проектов (взятой в момент времени t) имеет место соотношение:

$$\begin{aligned}&\mathrm{cov}_t\left[y_G\left(t,t+\Delta t\right), y_P\left(t,t+\Delta t\right)\right] \approx \\ &\approx \frac{1}{\left(\Delta t\right)^2}\mathrm{cov}_t\left[\sigma_G \Delta W(t), \sigma_P \Delta W(t)\right].\end{aligned} \qquad (16)$$

В силу упомянутых выше свойств векторного стандартного винеровского процессса (см. также (Пугачев, Синицын, 2000. С. 439–440)) справедливо равенство:

$$\mathrm{cov}_t\left[\sigma_G \Delta W(t), \sigma_P \Delta W(t)\right] = \sigma_G \sigma_P^T \Delta t\,. \qquad (17)$$

Подставив правую часть равенства (17) в соотношение (16) и выразив значение $\sigma_G \sigma_P^T$ из полученного соотношения, будем иметь:

$$\sigma_G \sigma_P^T \approx \mathrm{cov}_t\left[y_G\left(t,t+\Delta t\right), y_P\left(t,t+\Delta t\right)\right]\Delta t\,, \qquad (18)$$

т. е. значение $\sigma_G \sigma_P^T$ приблизительно равно ковариации средних доходностей проектов за достаточно малый промежуток времени, умноженной на продолжительность этого промежутка времени (что позволяет оценивать указанное значение с помощью выборочной ковариации средних доходностей на основе реальных данных).

Моделирование динамики смешанных государственно-частных проектов

Естественно считать, что при моделировании динамики прибыли смешанных государственно-частных проектов (основной капитал которых принадлежит как государству, так и частным инвесторам) нужно учитывать параметры μ_G, μ_P и σ_G, σ_P, отражающие эффективность управления и уровни рисков для государства и для частного сектора, а также доли государства и частных инвесторов в основном капитале проекта (в соответствии с соображениями, представленными в статьях (Дадеркина, 2013; Корняков, 2000; Курманова, 2007; Шарингер, 2004). Для этого мы предлагаем использовать следующие формулы для параметров μ(t) и σ(t) доходности государственно-частных проектов:

$$\mu(t) = w_G(t)\mu_G + w_P(t)\mu_P, \tag{19}$$

$$\sigma(t) = w_G(t)\sigma_G + w_P(t)\sigma_P, \tag{20}$$

где $w_G(t)$ и $w_P(t)$ – относительные доли соответственно государства и частных инвесторов в основном капитале смешанного проекта, т. е.:

$$w_G(t) = \frac{K_G(t)}{K(t)}, \quad w_P(t) = \frac{K_P(t)}{K(t)}, \tag{21}$$

где $K_G(t)$ и $K_P(t)$ – части основного капитала смешанного проекта, принадлежащие государству и частным инвесторам. (В предыдущем пункте обозначения $K_G(t)$ и $K_P(t)$ использовались для основного капитала двух разных проектов.)

Мы считаем, что динамика прибыли смешанных проектов описывается в соответствии с общей формулой (1), т. е.:

$$dY(t) = K(t)\mu(t)dt + K(t)\sigma(t)dW(t). \tag{22}$$

Отметим, что значения μ_G, μ_P, $\|\sigma_P\|$, $\|\sigma_G\|$ и $\sigma_G\sigma_P^T$ можно оценивать на основе реальных данных для смешанных государственно-частных проектов. Изложим методику такого оценивания.

Оценивание параметров доходности смешанных проектов

Будем считать, что известны значения прибыли, основного капитала, а также доли государства и частных инвесторов в основном капитале нескольких государственно-частных проектов (число которых обозначим через n). Обозначим через $w_{iG}(t)$ и $w_{iP}(t)$ доли государства и частных инвесторов в основном капитале i-го проекта ($i = \overline{1,n}$) через $y_i(t, t+\Delta t)$ – среднюю доходность i-го проекта в течение временного интервала $(t, t+\Delta t]$ (которая может быть найдена по формуле (3)) и через $\mu_i(t)$ и $\sigma_i(t)$ – параметры доходности i-го проекта (понимаемые в соответствии с формулой (1)). Тогда, в соответствии с формулами (5) и (19), имеет место приближенная формула:

$$w_{iG}(t)\,\mu_G + w_{iP}(t)\,\mu_P \approx E_t\left[y_i(t, t+\Delta t)\right], \quad i = \overline{1,n}. \tag{23}$$

Значения $\mu_G(t)$ и $\mu_P(t)$ могут быть найдены в результате приближенного решения системы уравнений (23). (В частном случае, когда доли $w_{iG}(t)$ и $w_{iP}(t)$, фигурирующие в левых частях равенств (23), постоянны, т. е. не зависят от времени, можно использовать выборочные математические ожидания в правых частях указанных уравнений.)

Заметим, что в случае, когда для оценки значений $\mu_G(t)$ и $\mu_P(t)$ используются два проекта (т. е. n = 2), можно использовать следующую формулу для решения системы уравнений (23):

$$\begin{bmatrix}\mu_G\\ \mu_P\end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} w_{1G}(t) & w_{1P}(t) \\ w_{2G}(t) & w_{2P}(t)\end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_t\left[y_1(t,t+\Delta t)\right] \\ E_t\left[y_2(t,t+\Delta t)\right]\end{pmatrix}. \tag{24}$$

Теперь перейдем к изложению методики оценки значений $\|\sigma_P\|$, $\|\sigma_G\|$ и $\sigma_G\sigma_P^T$.

Аналогично тому, как была получена формула (18), несложно показать, что

$$\sigma_i\sigma_j^T \approx \mathrm{cov}_t\left[y_i(t,t+\Delta t), y_j(t,t+\Delta t)\right]\Delta t, \quad i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,n}. \tag{25}$$

Используя формулу (20) для i-го и j-го проектов, получим:

$$\sigma_i\sigma_j^T = w_{iG}(t)w_{jG}(t)\|\sigma_G\|^2 + w_{iP}(t)w_{jP}(t)\|\sigma_P\|^2 + \left[w_{iG}(t)w_{jP}(t) + w_{iP}(t)w_{jG}(t)\right]\sigma_G\sigma_P^T. \tag{26}$$

Подставив формулу (26) в соотношение (25), получим систему уравнений для приближенного нахождения значений $\|\sigma_P\|$, $\|\sigma_G\|$ и $\sigma_G\sigma_P^T$:

$$\begin{aligned} & w_{iG}(t)\, w_{jG}(t)\, \left\|\sigma_G\right\|^2 + w_{iP}(t)\, w_{jP}(t)\, \left\|\sigma_P\right\|^2 + \\ & + \left[w_{iG}(t)\, w_{jP}(t) + w_{iP}(t)\, w_{jG}(t) \right] \sigma_G\, \sigma_P^T \approx \\ & \approx \operatorname{cov}_t \left[y_i\left(t, t+\Delta t\right), y_j\left(t, t+\Delta t\right) \right] \Delta t, \\ & i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,n}. \end{aligned} \tag{27}$$

В случае, когда $n = 2$, система (27) сводится к следующим трем уравнениям:

$$\begin{aligned} & w_{1G}^2(t) \left\|\sigma_G\right\|^2 + w_{1P}^2 \left\|\sigma_P\right\|^2 + \\ & + 2 w_{1G}(t) w_{1P}(t) \sigma_G \sigma_P^T \approx \\ & \approx \operatorname{var}_t \left[y_1\left(t, t+\Delta t\right) \right] \Delta t, \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} & w_{2G}^2(t) \left\|\sigma_G\right\|^2 + w_{2P}^2(t) \left\|\sigma_P\right\|^2 + \\ & +2 w_{2G}(t) w_{2P}(t) \sigma_G \sigma_P^T \approx \\ & \approx \operatorname{var}_t \left[y_2\left(t, t+\Delta t\right) \right] \Delta t, \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} & w_{1G}(t) w_{2G}(t) \left\|\sigma_G\right\|^2 + w_{1P}(t) w_{2P}(t) \left\|\sigma_P\right\|^2 + \\ & + \left[w_{1G}(t) w_{2P}(t) + w_{1P}(t) w_{2G}(t) \right] \sigma_G \sigma_P^T \approx \\ & \approx \operatorname{cov}_t \left[y_1\left(t, t+\Delta t\right), y_2\left(t, t+\Delta t\right) \right] \Delta t. \end{aligned} \tag{30}$$

Для решения системы уравнений (28)–(30) относительно переменных $\left\|\sigma_P\right\|$, $\left\|\sigma_G\right\|$ и $\sigma_G \sigma_P^T$ можно использовать матричную формулу, аналогичную формуле (24).

Моделирование динамики основного капитала государственно-частного проекта

Обозначим через $I(t)$ интенсивность (скорость) инвестирования в собственный капитал проекта, а через δ – норму амортизации основного капитала (государственно-частного) проекта. Тогда (в соответствии с Аксень, 2006. С. 23; Turnovsky, 2000. P. 39) динамика основного капитала описывается следующим равенством:

$$dK(t) = \left[I(t) - \delta K(t) \right] dt \,. \tag{31}$$

Заметим, что интенсивность инвестирования *I(t)* равна следующей сумме:

$$I(t) = I_G(t) + I_P(t)\,, \tag{32}$$

где $I_G(t)$ и $I_P(t)$ – интенсивности соответственно государственного и частного инвестирования.

Естественно считать, что интенсивность частного инвестирования в проект зависит от описанных выше параметров $\mu(t)$ и $\left\|\sigma(t)\right\|$ доходности проекта (которые отражают ожидаемую интенсивность и рискованность генерации прибыли). Мы предлагаем использовать следующую формулу для моделирования указанной зависимости:

$$I_P(t) = \alpha \left[\mu(t) - \frac{1}{2} \rho \left\|\sigma(t)\right\|^2 \right] K_P(t)\,, \tag{33}$$

где α и ρ – положительные константы, а $K_P(t)$ – доля частных инвесторов в основном капитале проекта (выраженная в денежных единицах).

Выбор формулы (33) обусловлен широким использованием в финансовом анализе функции полезности вида: $u(\mu, \sigma) = \mu - \frac{1}{2} \rho \sigma^2$, где μ и σ – ожидаемая доходность и стандартное отклонение доходности финансового актива (либо портфеля финансовых активов), а ρ – коэффициент нерасположенности к риску (Bodie et al., 1993. P. 146; Крушвиц, 2000. С. 113). В соответствии с последней формулой, увеличение ожидаемой доходности оказывает положительный эффект на уровень полезности (т. е. на степень удовлетворенности инвестора владением финансовым активом), а увеличение стандартного отклонения (отражающего степень финансового риска) – отрицательный. При этом увеличение значения коэффициента ρ приводит к уменьшению уровня полезности.

Таким образом, в соответствии с формулой (33), во-первых, увеличение ожидаемой доходности приводит к увеличению частного инвестирования, во-вторых, увеличение показателя рискованности $\left\|\sigma(t)\right\|$ имеет негативное влияние на интенсивность частного инвестирования, в-третьих, увеличение частного капитала $K_P(t)$ в проекте приводит к увеличению частного инвестирования (при положительных значениях выражения, стоящего в квадратных скобках в правой части равенства (33)). Приведенные соображения позволяют сделать вывод о соответствии формулы (33) экономическим реалиям.

Для оценивания значений коэффициентов ρ и α на основе реальных данных (за прошлые периоды времени) можно использовать следующий подход. Вначале для разных проектов оцениваются параметры μ и σ указанным выше образом. Затем значения ρ и α подбираются так, чтобы прогнозные значения для инвестиций в основной капитал, рассчитанные по формуле (33), были как можно ближе к соответствующим реальным значениям инвестиций. (Для этого можно, например, минимизировать взвешенную сумму квадратов соответствующих отклонений по параметрам ρ и α.)

Исследуем случай, когда доли $w_G(t)$ и $w_P(t)$ государства и частных инвесторов в основном капитале смешанного проекта постоянны (и, следовательно, $w_G(t) = w_G$, $w_P(t) = w_P$), и найдем значения указанных долей, при которых обеспечивается максимальная относительная скорость роста основного капитала проекта (и, следовательно, максимальная ожидаемая прибыль в долгосрочном периоде).

Несложно заметить, что для того, чтобы доли w_G и w_P оставались постоянными, необходимо и достаточно, чтобы интенсивности государственного и частного инвестирования в проект всегда соответствовали указанным долям, т. е. чтобы всегда выполнялись равенства:

$$I_G(t) = w_G I(t), \qquad I_P(t) = w_P I(t). \tag{34}$$

Из равенств (21), (33), (34) следует, что

$$I(t) = \alpha\left[\mu - \frac{1}{2}\rho\|\sigma\|^2\right]K(t). \tag{35}$$

Отметим, что в случае неизменных долей w_G и w_P параметры μ и σ также не меняются, поскольку для них справедливы формулы (19) и (20).

Подставив формулу (35) в равенство (31), будем иметь следующее соотношение, описывающее динамику основного капитала проекта:

$$dK(t) = \left\{\alpha\left[\mu - \frac{1}{2}\rho\|\sigma\|^2\right] - \delta\right\}K(t)dt. \tag{36}$$

Обозначим через γ выражение, стоящее в фигурных скобках в равенстве (36), т. е.:

$$\gamma = \alpha\left(\mu - \frac{1}{2}\rho\|\sigma\|^2\right) - \delta, \tag{37}$$

и запишем равенство (36) с использованием этого обозначения:

$$dK(t) = \gamma K(t)dt. \tag{38}$$

Отметим, что из равенства (38) следует экономический смысл параметра γ: значение этого параметра равно относительной скорости изменения основного капитала.

Равенство (38) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение для переменной $K(t)$. Аналитическое решение этого уравнения задается следующей формулой:

$$K(t) = \exp\left[\gamma\left(t - t_0\right)\right]K(t_0), \tag{39}$$

где $K(t_0)$ – основной капитал проекта в начальный момент времени t_0.

Нахождение оптимальной доли государства в основном капитале проекта

Очевидно, что максимальный рост основного капитала проекта достигается при максимальном значении параметра γ. Найдем значения долей w_G и w_P, при которых значение этого параметра максимально. Для этого подставим формулы (19), (20) (при постоянных w_G и w_P) в равенство (37) и продифференцируем полученное выражение по w_G (считая, что $w_P = 1 - w_G$, поскольку сумма указанных долей равна единице). В результате получим следующую формулу:

$$\frac{d}{dw_G}\gamma = \alpha\left(\mu_G - \mu_P\right) - \alpha\rho\left[\|\sigma_G - \sigma_P\|^2 w_G + \left(\sigma_G - \sigma_P\right)\sigma_P^T\right]. \tag{40}$$

Из формулы (40), в частности, следует, что вторая производная $\frac{d^2}{dw_G^2}\gamma$ равна $-\alpha\rho\|\sigma_G - \sigma_P\|^2$ и, следовательно, она отрицательна, из чего, в свою очередь, вытекает, что рассматриваемая функция $\gamma\left(w_G\right)$ вогнута, поэтому она достигает максимума на отрезке $[0,\ 1]$ либо при значении аргумента w_G, при котором $\frac{d}{dw_G}\gamma = 0$, либо в одном из концов отрезка $[0,\ 1]$. (Мы рассматриваем функцию $\gamma(w_G)$ на отрезке $[0,\ 1]$, поскольку доля w_G государства в основном капитале проекта должна быть между нулем и единицей.)

В соответствии с вышесказанным, решим уравнение $\frac{d}{dw_G}\gamma = 0$ с использованием формулы (40). В результате получим следующую формулу:

$$w_G = \frac{\rho(\sigma_P - \sigma_G)\sigma_P^T - (\mu_P - \mu_G)}{\rho\|\sigma_P - \sigma_G\|^2}, \qquad (41)$$

которую также можно записать в виде:

$$w_G = \frac{\rho\left(\|\sigma_P\|^2 - \sigma_G\sigma_P^T\right) - (\mu_P - \mu_G)}{\rho\left(\|\sigma_P\|^2 + \|\sigma_G\|^2 - 2\sigma_G\sigma_P^T\right)}. \qquad (42)$$

Отметим, что в случае, когда значение выражения (42) меньше нуля, оптимальное значение аргумента w_G (при котором функция $\gamma(w_G)$ достигает максимума на отрезке $[0,\ 1]$) равно нулю, а в случае, когда значение выражения (42) больше единицы, оптимальное значение аргумента w_G равно единице.

Таким образом, в конечном счете оптимальная доля государства w_G^* в основном капитале проекта (обеспечивающая максимальную скорость роста основного капитала) равна:

$$w_G^* = \min\left\{\max\left[\frac{\rho\left(\|\sigma_P\|^2 - \sigma_G\sigma_P^T\right) - (\mu_P - \mu_G)}{\rho\left(\|\sigma_P\|^2 + \|\sigma_G\|^2 - 2\sigma_G\sigma_P^T\right)}, 0\right], 1\right\}. \qquad (43)$$

Проведем теоретико-экономический анализ формулы (43). Прежде всего, исследуем условия, при которых $w_G^* > 0$, т. е. при которых участие государства в проекте является целесообразным.

Заметим, что в силу формулы (43) условие $w_G^* > 0$ равносильно выполнению следующего неравенства:

$$\rho\left(\|\sigma_P\|^2 - \sigma_G\sigma_P^T\right) > \mu_P - \mu_G. \qquad (44)$$

Следовательно, имеет смысл использовать государственные ресурсы при реализации проекта в случаях, когда, во-первых, производственные и иные риски, связанные с участием частного капитала в проекте (и измеряемые показателем $\|\sigma_P\|^2$), достаточно высоки, во-вторых, когда риски, связанные с использованием частного и государственного капитала, в достаточной степени обратно коррелированы (т. е. значение $\sigma_G\sigma_P^T$ отрицательно и достаточно большое по модулю), в третьих, когда ожидаемая эффективность (измеряемая показателем μ_G) использования государственного капитала не является значительно более низкой в сравнении с ожидаемой эффективностью использования частного капитала μ_P, и, в-четвертых, когда значимость рисков для частных инвесторов при принятии решения об уровне инвестирования в проект (измеряемая показателем ρ) достаточно высокая.

* * *

Предложенные в настоящей статье подходы могут использоваться на этапах планирования и реализации государственно-частных проектов в Беларуси. В этой связи отметим, что в целях развития в республике системы ГЧП между Министерством экономики (в лице НИЭИ Минэкономики) и Европейской экономической комиссией Организации объединенных наций (ЕЭК ООН) была достигнута договоренность, в рамках которой эксперты ЕЭК ООН в 2012 г. провели экспертизу проекта ГЧП, а также оценку национальной готовности Республики Беларусь по внедрению системы ГЧП (Дадеркина, 2013. С. 39–42). По предварительным заключениям экспертов, страна обладает необходимым инфраструктурным потенциалом и благоприятными условиями для реализации проектов ГЧП. В целях развития ГЧП в республике предлагается реализовать комплекс мер, включающих, частности, подготовку кадров и повышение потенциала государственного сектора, который напрямую или косвенно будет касаться реализации ГЧП, создание центра ГЧП, который за счет экспертного потенциала будет оказывать поддержку государству по разработке и реализации проектов ГЧП, и разработку инфраструктурных программ. В качестве основных первоочередных видов деятельности для реалиизации пилотных проектов ГЧП в Беларуси были предложены транспорт, здравоохранение, ЖКХ, энергетика. Можно отметить несколько проектов, которые планируется реализовать в Беларуси по схеме ГЧП:

- в сфере энергетики: строительство Оршанской гидроэлекторостанции; строительство ветропарка в Лиозненском районе Витебской области; гидроэнергетический проект в Витебской области;
- в сфере транспорта: реконструкция трассы М10 «Гомель–Брест»; строительство ветки железнодорожного пути «Глушкевичи–Милашевичи–Михалки».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

Аксень Э., Руденков В. 2004. Стохастическое моделирование экономики страны. *Белорусский журнал международного права и международных отношений*. № 2. С. 70–84.

Aksen' E., Rudenkov V. 2004. Stokhasticheskoe modelirovanie ekonomiki strany. [Stochastic modeling of the country's economy]. *Belorusskii zhurnal mezhdunarodnogo prava i mezhdunarodnykh otnoshenii*. No 2. P. 70–84.

Аксень Э. 2006. *Стохастическое моделирование динамики макроэкономических показателей*. Минск: БГЭУ.

Aksen' E. 2006. *Stokhasticheskoe modelirovanie dinamiki makroekonomicheskikh pokazatelei*. [Stochastic modeling of macro-economic indicators]. Minsk: Belarus State Economic University.

Аксень Э. 2011. Стохастическое моделирование макроэкономической динамики. *Новости науки и технологий*. № 2 (19). С. 52.

Aksen' E. 2011. Stokhasticheskoe modelirovanie makroekonomicheskoi dinamiki. [Stochastic modeling of macroeconomic dynamics]. *Novosti nauki i tekhnologii*. No 2 (19). P. 52.

Дадеркина Е. 2013. *Государственно-частное партнерство: Международный опыт и перспективы для Республики Беларусь*. Минск: Проект ЕС/ПРООН и Мин. экономики Респ. Беларусь.

Daderkina E. 2013. *Gosudarstvenno-chastnoe partniorstvo: Mezhdunarodnyi opyt i perspektivy dlia Respubliki Belarus'*. [State-private partnership: International experience and perspectives for Republic of Belarus]. Minsk: Project of EU/UNDP and Ministry of Economy of Republic of Belarus.

Корняков В. 2000. Государственно-корпоративное направление развитой экономики. *Экономист*. № 5. С. 74–80.

Korniakov V. 2000. Gosudarstvenno-korporativnoe napravlenie razvitoi ekonomiki. [State-corporate direction of the developed economy]. *Ekonomist*. No 5. P. 74–80.

Крушвиц Л. 2000. *Финансирование и инвестиции*. Санкт-Петербург: Питер.

Krushvits L. 2000. *Finansirovanie i investitsii*. [Financing and investments]. Sankt-Peterburg: Piter.

Курманова Л. 2007. Экономические и правовые основы партнерства государства и частного сектора. *Сацыяльна-эканамічныя і прававыя даследаванні*. № 2. С. 118–123.

Kurmanova L. 2007. Ekonomicheskie i pravovye osnovy gosudarstva i chastnogo sektora. [Economic and legal foundations of the state and private sector]. *Satsyial'na-ekanamichnyia i pravavyia dasledavanni*. No 2. P. 118–123.

Пугачев В., Синицын И. 2000. *Теория стохастических систем*. Москва: Логос.

Pugachiov B., Sinitsyn I. 2000. *Teoriia stokhasticheskikh sistem*. [Theory of stochastic systems]. Moscow: Logos.

Шарингер Л. 2004. Новая модель инвестиционного партнерства государства и частного сектора. *Российский экономический журнал*. № 9–10. С. 41–52.

Sharinger L. 2004. Novaia model' investitsionnogo partniorstva gosudarstva i chastnogo sektora. [New model of investment partnership of the state and private sector]. *Rossiiskii ekonomicheskii zhurnal*. No 9–10. P. 41–52.

Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. 1993. I*nvestments*. Boston: Irwin.

Turnovsky S.J. 2000. *Methods of macroeconomic dynamics*. Cambridge: MIT Press.

METHODOLOGY OF ASSESSING THE OPTIMAL LEVEL OF STATE'S SHARE IN PUBLIC-PRIVATE PROJECTS

Vladimir Rudenkov, Ernest Aksen[1]

Authors affiliation: [1] Belarus State Economic University (Minsk, Belarus).

Corresponding author: Ernest Aksen (eaksen@mail.ru).

ABSTRACT. The paper describes a risk-accommodating methodology of modeling the profit's dynamics for public-private projects based on applying Wiener processes for describing random fluctuations of this indicator's values. Suggested are approaches to assessing the impact of the indicated parameters of a project's profitability on the dynamics of the fixed capital, on the basis of which a formula for assessing the optimal state's share in the project's fixed capital was derived. The relevance and practical significance of the suggested methods and approaches are determined by the economic expediency for the implementation of public-private projects in the Republic of Belarus, as well as by the availability of the required infrastructural potential and favorable conditions for the implementation of such projects in Belarus. The approaches described can be applied in planning and implementing public-private projects in Belarus as well as in other economies.

KEYWORDS*:* public-private partnership, dynamics, Wiener process, profitability, risk.

JEL-code: C61, D92, L32, O22.

■ ■ ■

Материал поступил 24.02.2015 г.