система может играть роль такой системы. В других классах роль стационарной системы выполняет *простая система*

$$\dot{x} = -\frac{1}{2}\frac{\partial F}{\partial x}\left(-t, F(t,x)\right)\frac{\partial F(t,x)}{\partial t} \equiv -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial F(t,x)}{\partial x}\right)^{-1}\frac{\partial F(t,x)}{\partial t},$$

где $F(t,x)$ – ОФ этой системы.

ОФ линейной системы

$$\dot{x} = P(t)x, \quad t \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}^n, \qquad (3)$$

где $P(t)$ – непрерывная $n \times n$ -матрица, также линейна.

Т.к. ОФ представима в виде $F(t,x) \equiv F(t)x$. Матрица $F(t)$ в этом случае называется *отражающей матрицей (ОМ)* системы (3). Если $X(t)$ – фундаментальная матрица решений системы (3), то $F(t) \equiv X(-t)X^{-1}(t)$. Поэтому для любой ОМ $F(t)$ справедливы соотношения $F(-t)F(t) \equiv F(0) = E$, где E – единичная $n \times n$-матрица. *Основное соотношение* в этом случае имеет вид $\dot{F}(t) + F(t)P(t) + P(-t)F(t) = 0$, $F(0) = E$.

Всякая линейная система с ОМ $F(t)$ может быть записана в виде $\dot{x} = \left(-\frac{1}{2}F(-t)\dot{F}(t) + F(-t)R(t) - R(-t)F(t)\right)x$, где $R(t)$ – произвольная $n \times n$-матрица. При $R(t) \equiv 0$ получим *простую линейную систему* $\dot{x} = -\frac{1}{2}F(-t)\dot{F}(t)x$.

Если $P(t)$ – 2ω-периодическая и $F(t)$ – ОМ системы (3), то $F(-\omega)$ – *матрица монодромии* этой системы на периоде $[-\omega; \omega]$, а решения μ_i, $i = \overline{1,n}$ уравнения $\det\left(F(-\omega) - \mu E\right) = 0$ являются *мультипликаторами* системы (3).

Исследования систем с помощью ОФ можно найти в [Мироненко В.И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. 196 с.]

П.А. Павлов
Филиал БГЭУ (Пинск)

МИНИМАЛЬНОЕ ОБЩЕЕ ВРЕМЯ ВЫПОЛНЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ В ПЕРВОМ СИНХРОННОМ РЕЖИМЕ

В настоящее время в различных областях практической деятельности возникают задачи, связанные с обработкой больших объемов информации и допускающие распараллеливание. Указанные задачи возникают в технологиях клиент-сервер, при эффективной организации работы сети Internet и Word Wide Web. Необходимость эффективной организации таких вычислений привело к росту распределенного программирования. В связи с этим особую актуальность приобретают задачи построения и исследования математических моделей оптимальной организации конкурирующих процессов при распределенной обработке.

Как и в работе [Павлов П.А. Анализ режимов организации одинаково распределенных конкурирующих процессов // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1. 2006 № 1. С. 116-120] математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов включает в себя p процессоров многопроцессорной системы (МС), n конкурирующих процессов, s блоков структурированного на блоки программного ресурса (ПР), матрицу $[t_{ij}]$ времен выполнения j-х блоков i-ми конкурирующими процессами. Указанные параметры варьируются в пределах $p \geq 2$, $s \geq 2$, $1 \leq i \leq n$ и $1 \leq j \leq s$. Предполагается, что все n процессов используют одну копию структурированного на блоки ПР. Перечисленные объекты математической модели образуют систему конкурирующих процессов.

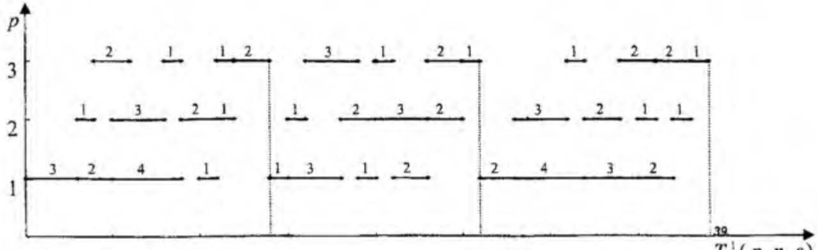
Система n распределенных конкурирующих процессов называется *неоднородной*, если времена выполнения блоков программного ресурса $Q_1, Q_2, \ldots, Q_s$ зависят от объемов обрабатываемых данных и/или их структуры, т.е. разные для разных процессов. Рассмотрим *первый базовый синхронный режим* взаимодействия процессов, процессоров и блоков, обеспечивающий непрерывное выполнение блоков программного ресурса внутри каждого из процессов.

Пусть число процессоров является достаточным, т. е. $s = p$, тогда

$$T_н^1(p,n,s) = T_н^1(p,n,p) = \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1 \leq u \leq p} \left[\sum_{j=1}^{u} t_{ij} - \sum_{j=1}^{u-1} t_{i+1,j} \right] + \sum_{j=1}^{p} t_{nj},$$

где $\max_{1 \leq u \leq p} \left[\sum_{j=1}^{u} t_{ij} - \sum_{j=1}^{u-1} t_{i+1,j} \right],\ i = \overline{1, n-1}$ – моменты времени начала выполнения очередного процесса по отношению к предыдущему, $\sum_{j=1}^{p} t_{nj}$ – время выполнения последнего процесса.

Для общего случая, когда $s > p$, $s = kp$, $k > 1$, исходную матрицу времен выполнения блоков разбиваем на подматрицы. Для каждой из подматриц строим линейную диаграмму Ганта ($n = 4$, $p = 3$, $s = 9$).

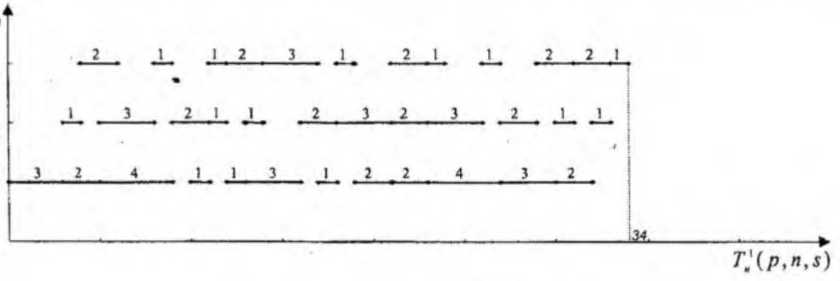


Из анализа диаграмм Ганта видно, что минимальное общее время выполнения неоднородных распределенных конкурирующих процессов определяется как сумма длин составляющих диаграмм, т.е.

$$T_н^1(p,n,s) = T_н^1(p,n,kp) = \sum_{l=1}^{k} T_l ,$$

где $T_l = \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1\le u\le p}\left[\sum_{j=1}^{u} t_{ij}^l - \sum_{j=1}^{u-1} t_{i+1,j}^l\right] + \sum_{j=1}^{p} t_{nj}^l$, а $t_{ij}^l = t_{i,(l-1)p+j}$.

Время $T_н^1(p,n,kp)$ можно существенно сократить, если воспользоваться совмещением последовательных диаграмм Ганта по оси времени справа налево:



В результате получим, что $T_н^1(p,n,kp) = \sum_{l=1}^{k} T_l - \sum_{l=1}^{k-1} \delta_l$, где $\delta_l = \min\{\delta_l^{'}, \delta_l^{''}\}$ – длина отрезка максимально возможного совмещения двух последовательных диаграмм Ганта по оси времени:

$$\delta_l^{'} = \min_{1\le j\le p}\left[T_l + \sum_{w=1}^{j-1} t_{1w}^{l+1} - E_{nj}^l\right] = \min_{1\le j\le p}\left[\sum_{w=j+1}^{p} t_{nw}^l + \sum_{w=1}^{j-1} t_{1w}^{l+1}\right],\ l = \overline{1,k-1};$$

$$\delta_l^{''} = \min_{1\le i\le n}[T_l + E_{i1}^{l+1} - t_{i1}^{l+1} - E_{ip}^l],\ l = \overline{1,k-1},$$

$$E_{ij}^l = \sum_{q=1}^{i-1} \max_{1\le u\le p}\left[\sum_{w=1}^{u} t_{qw}^l - \sum_{w=1}^{u-1} t_{q+1,w}^l\right] + \sum_{w=1}^{j} t_{iw}^l,\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,p},\ l = \overline{1,k}.$$