

*Уважаемый читатель!*

*Методическим обеспечением экономического анализа в большинстве случаев выступают экономико-математические методы, которые стали активно развиваться в последнее время. Арсенал методов количественного исследования экономики пополняется, в основном, за счет совершенствования существующих моделей или разработки новых на старой инструментальной базе. Появление принципиально новых моделей становится затруднительным в силу использования в экономике привычного математического аппарата. Несомненно, по этой причине привлечение новых разделов современной математики в экономико-математическом моделировании может расширить инструментальную исследовательскую базу экономической науки. В предлагаемой читателю научной статье предприняты попытки задействовать элементы математической теории функции комплексных переменных для анализа и моделирования развития обрабатывающих отраслей промышленности Республики Беларусь. Признание элементов раздела математики, ранее слабо или вовсе не применявшегося в экономико-математическом моделировании в качестве новой методологической основы прикладного экономического исследования, является сегодня предметом научных дискуссий.*

*Редакция журнала авторские трактовки «методологии комплекснозначной экономики» рассматривает с позиции эволюции парадигмы методологии экономической науки, претендующей на расширение совокупности ценностей, методов, подходов и средств исследования. Чтобы их признать в качестве устоявшейся научной традиции, экономическому научному сообществу понадобится определенный период времени и надежные основания.*

*Редколлегия*

---

## **АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ОБРАБАТЫВАЮЩЕЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОЛОГИИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОЙ ЭКОНОМИКИ**

**М.В. Самойлов, В.Я. Асанович\***

С использованием методологии комплекснозначной экономики проведен анализ развития обрабатывающей промышленности Республики Беларусь за 2005–2013 гг. Несмотря на положительную динамику в исследуемом периоде, развитие сопровождалось увеличением затрат на производство продукции. Построена модель производственной функции комплексных переменных обрабатывающей промышленности, обоснована перспективность ее использования для принятия стратегических решений относительно ориентиров и прогнозных показателей развития, определения объемов инвестиций.

**Ключевые слова:** теория функции комплексной переменной, обрабатывающая промышленность, технологическое развитие, моделирование производственной деятельности, производственная функция.

**JEL-классификация:** C50, E23, E27, L16, O11, O14, O25.

---

### ***Постановка проблемы***

В общем случае целью анализа и моделирования производственной деятельности объектов национальной экономики яв-

ляется получение структурированной информации об исследуемом объекте для обоснования принятия соответствующих управленческих решений. При этом разработанная модель должна адекватно описы-

---

\* Самойлов Михаил Владимирович (Samoilov\_M@bseu.by), кандидат технических наук, доцент, директор Института магистерской подготовки Белорусского государственного экономического университета (г. Минск, Беларусь);

Асанович Валерий Яковлевич (Asan41@gmail.com), доктор химических наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета (г. Минск, Беларусь).

вать динамику изменений в анализируемом объекте и обладать прогностической функцией.

В качестве объекта исследования была выбрана обрабатывающая промышленность, так как ее доля в общем объеме промышленного производства в исследуемый период составляла 87,7–91,5% с явной тенденцией увеличения.

Основными исходными данными для анализа развития обрабатывающей промышленности Республики Беларусь, взятыми из официальных статистических сборников<sup>1</sup>, являлись:

- объем  $Q$  промышленного производства, млрд руб.;
- прибыль  $P$  от реализации товаров, продукции, работ, услуг, млрд руб.;
- рентабельность  $r$  реализованной продукции, товаров, работ, услуг, %;
- среднесписочная численность работников, тыс. чел.;
- среднемесячная заработная плата работников, тыс. руб.;
- износ (амортизация) основных средств обрабатывающей промышленности за год, млрд руб.;
- структура затрат на производство продукции.

Динамика исходных и рассчитанных на их основе показателей анализировалась на протяжении 2005–2013 гг. При этом величины показателей в фактических (действующих) ценах для удобства сопоставления индексировались в цены 2005 г. Годовые затраты  $Z$  на производство и реализацию продукции, работ и услуг рассчитывались на основе сведений о прибыли, объеме промышленного производства и рентабельности; годовые затраты труда  $L$  рассчитывались на основе сведений о среднемесячной заработной плате, среднесписочной численности работников и фонде рабочего времени; годовые затраты капитала  $K$  брались из баланса основных средств, а также рассчитывались на основе сведений о структуре затрат на производство продукции.

<sup>1</sup> Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

С точки зрения обеспечения корректности интерпретации результатов исследования и их адекватности реальным процессам, происходящим в исследуемом объекте, большое значение имеет выбор соответствующего математического аппарата.

Например, традиционное графическое представление (рис. 1) динамики важнейших показателей обрабатывающей промышленности (объема промышленного производства, годовых затрат на производство и реализацию продукции, работ и услуг, прибыли от реализации товаров, продукции, работ, услуг) отражает лишь их изменение во времени.

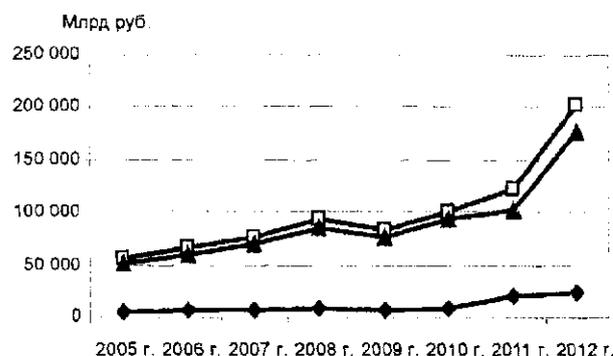


Рис. 1. Динамика важнейших показателей обрабатывающей промышленности.

Источник. Рассчитано и построено по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

При этом одновременно проследить взаимное влияние и взаимообусловленность этих показателей на протяжении исследуемого периода в данном случае достаточно сложно. Более того, традиционное отображение динамики показателей обрабатывающей промышленности во временном интервале лишь констатирует уменьшение объема производства, затрат на производство и прибыли в 2009 и 2013 гг., но не позволяет наглядно проследить и отобразить влияние факторов производства на результативность хозяйственной деятельности.

Цель данной статьи – привести результаты анализа динамики и моделирования развития обрабатывающей промышленности Республики Беларусь с использовани-

ем методологии комплекснозначной экономики.

### Описание методологии исследования

Методология нового научного направления – комплекснозначной экономики (Светуных, Светуных, 2008; Svetunkov, 2012) является оригинальным информативным инструментом анализа и моделирования развития промышленного производства.

Исследование динамики промышленного сектора Республики Беларусь, проведенное нами ранее (Самойлов, Асанович, 2012), показало перспективность использования данной методологии для анализа явлений, происходящих в промышленности в целом. Раздельный анализ динамики ключевых для экономики Республики Беларусь отраслей промышленности и их сопоставление с использованием аппарата комплекснозначной экономики (Асанович и др., 2013) также подтвердили практическую значимость данного научного направления для экономического анализа.

Одним из достоинств комплекснозначного представления социально-экономических показателей и факторов является принципиальная возможность как описать экономические взаимосвязи и взаимное влияние каждого из факторов и показателей, так и проанализировать динамику пары социально-экономических показателей, представленной в виде одной комплексной переменной, в зависимости от других факторов.

Например, исследование динамики прибыли  $P$  предприятий обрабатывающей промышленности позволяет оценить только одну сторону хозяйственной деятельности предприятий этого сектора. Однако для принятия управленческих решений такого исследования явно недостаточно: необходимы также сопоставимые и наглядно отображаемые сведения о динамике затрат  $Z$  на производство и реализацию продукции, составляющих ее себестоимость. Традиционно эффективность хозяйственной деятельности определяют, соотнося прибыль с себестоимостью, т. е. рассчитывая рентабельность реализованной продукции, работ, услуг. Поскольку рентабельность является экономическим показателем, который отражает и затраты, и прибыль от

производственной и других видов деятельности, то его и используют как для оценки экономической эффективности производства, так и для принятия управленческих решений по его усовершенствованию. В то же время возможность одновременного анализа двух параметров – прибыли и затрат на производство и реализацию продукции – появляется при рассмотрении результата хозяйственной деятельности  $R$  в виде комплексного числа:

$$R = P + iZ, \quad (1)$$

где  $i$  – мнимая единица, число, удовлетворяющее равенству:  $i^2 = -1$ ;

$P$  – прибыль;

$Z$  – затраты на производство и реализацию продукции.

Анализируя тенденции изменения параметра  $R$ , мы одновременно отслеживаем и динамику прибыли  $P$ , и динамику затрат  $Z$  на производство и реализацию продукции, поскольку показатели  $P$  и  $Z$  являются неотъемлемыми характеристиками комплексного числа (1).

Такой же методологический подход позволяет объединить два фактора производства в одно комплексное число (ресурсный фактор  $W$ ) и также его исследовать:

$$W = K + iL, \quad (2)$$

где  $K$  – затраты капитала;

$L$  – затраты труда.

Представление экономических показателей и факторов в форме комплексного числа дает новые возможности не только для исследования экономических процессов, но и экономико-математического моделирования. Например, производственную функцию комплексных переменных в общем виде можно представить в виде зависимости комплексного производственного результата от комплексной переменной производственных ресурсов:

$$P + iZ = f(K + iL). \quad (3)$$

Для линейной производственной функции с действительными коэффициентами зависимость (3) примет вид:

$$P + iZ = (b_0 + ib_1)(K + iL), \quad (4)$$

где  $b_0$  и  $b_1$  – действительные коэффициенты производственной функции.

Таким образом, с использованием комплексных переменных появляется возможность анализировать не только динамику одной комплексной переменной при изменении двух действительных переменных, составляющих ее, но и взаимообусловленную динамику двух комплексных чисел в производственной функции (рис. 2). При этом, как показано на рис. 2а, меняется либо модуль комплексной переменной (например, от значения  $W_1$  до  $W_2$ ), либо величина угла наклона результирующего вектора  $R_1$  (от значения  $\varphi_1$  до значения  $\varphi_2$ ) (рис. 2б), либо возможно одновременное изменение величины вектора и угла его наклона.

При этом суммирование вещественной и мнимой частей комплексной переменной ( $P+Z$ ), по сути, дает нам выпуск продукции, а их отношение ( $P/Z$ ) – рентабельность (арккотангенс угла  $\varphi$  на рис. 2б).

Таким образом, определяя и сопоставляя значения одной комплексной переменной (результата хозяйственной деятельности), можно найти значения (или проанализировать динамику на протяжении ряда лет) не только двух переменных (прибыли и затрат), но и дополнительных показателей, являющихся производными от них (например, рентабельности, уровня затрат ресурсов, используемых при производстве продукции и т. д.).

Итак, использование комплексной переменной как некоторой модели, связывающей воедино два экономических показателя, позволяет получить значительно более компактную запись, с одной стороны,

и включить в экономико-математическую модель более подробную информацию о моделируемом объекте, с другой стороны.

Чтобы использовать аппарат комплекснозначной экономики при объединении двух действительных экономических показателей в одну комплексную переменную, должны выполняться два условия (Светуныков, Светуныков, 2008):

- показатели являются характеристиками одного процесса или явления, отражают его разные стороны;
- показатели имеют одинаковую размерность.

### Обсуждение результатов исследования динамики обрабатывающей промышленности

Для наглядности отображения и сопоставления полученной информации, результаты исследования в данной статье представлены графически. Именно графическая интерпретация результатов исследования динамики обрабатывающей промышленности с использованием комплексных переменных позволяет наглядно отразить как тенденции изменения результата хозяйственной деятельности  $R$  (рис. 3б), так и динамику факторов производства (рис. 3а) и проанализировать ее влияние на результат хозяйственной деятельности обрабатывающей промышленности, выявить характерные участки (периоды) этого развития.

Несмотря на существенное увеличение за исследуемый период объемов производства (почти в 4 раза в ценах 2005 г.), при-

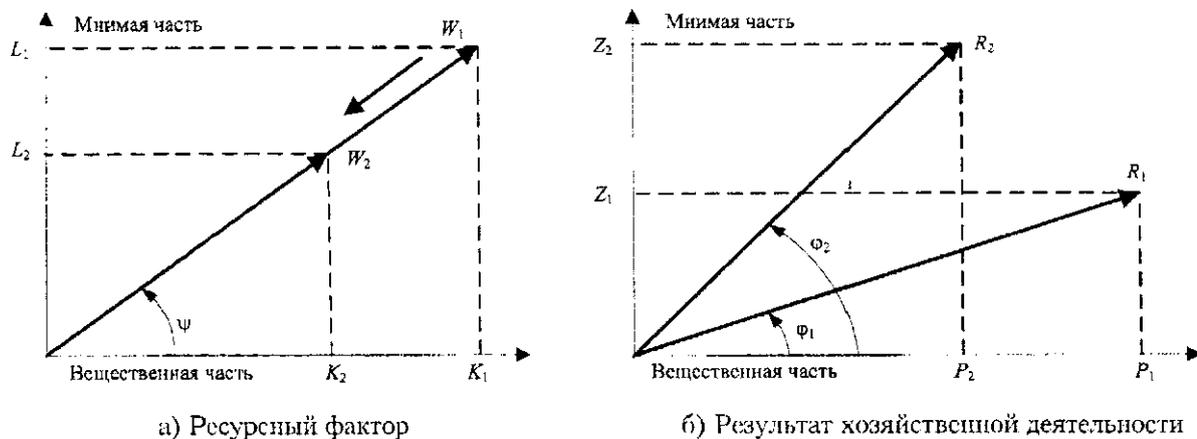


Рис. 2. Графическая интерпретация производственной функции комплексных переменных.

Источник. (Самойлов, Асанович, 2012).

быль предприятий обрабатывающей промышленности возрастала незначительно, что свидетельствует в первую очередь о низкой рентабельности продукции (большое значение угла  $\varphi$ ) и затратности производственно-хозяйственной деятельности (увеличение объемов выпущенной продукции в денежном выражении достигалось прежде всего за счет роста затрат на производство и реализацию продукции).

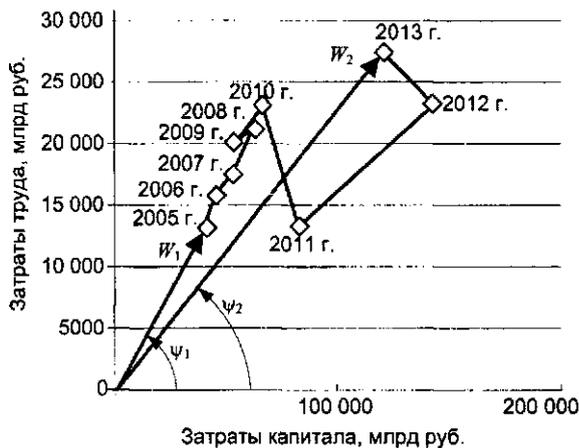
Очевидно, эффективным можно признать такое развитие, когда рост величины результата хозяйственной деятельности  $R$  сопровождается уменьшением угла  $\varphi$  его наклона.

За исследуемый период вектор результата хозяйственной деятельности  $R$  увеличил свое значение от  $R_1$  до  $R_2$  практически при незначительном уменьшении угла  $\varphi$  в начальный и конечный годы периода, что свидетельствует о том, что эффективность обрабатывающей промышленности, несмотря на сравнительно успешные 2011 и 2012 гг., к 2013 г. упала до уровня 2007 г. По сути, четко видно, что в данный период развитие достигалось за счет увеличения затрат на производство и реализацию продукции при практически неизменной рентабельности.

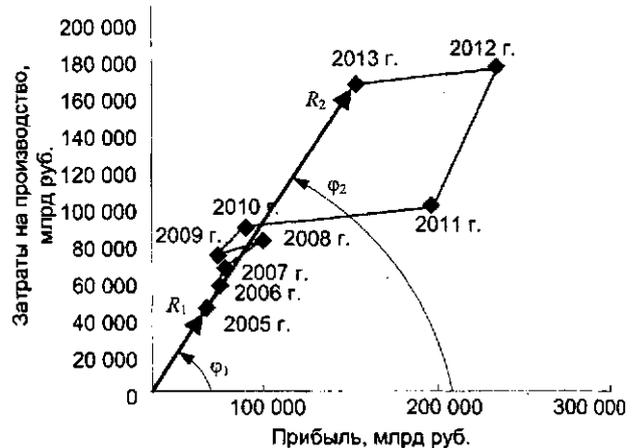
При этом рост параметра  $R$  достигался за счет наращивания затрат труда и ка-

питала (увеличение значения ресурсного фактора  $W$ ). В свою очередь, до 2012 г. наблюдался большой рост затрат капитала по сравнению с ростом затрат труда (уменьшение значения угла  $\psi$  на рис. 3а от  $\psi_1$  до  $\psi_2$ ), что, в целом, является положительной тенденцией. Однако в 2013 г., по сравнению с 2012 г., наблюдается рост затрат труда при уменьшении затрат капитала и уменьшении величины вектора результата хозяйственной деятельности, что указывает на превышение роста заработной платы над ростом производительности труда.

В целом, увеличение значения ресурсного фактора  $W$  не обеспечило в достаточной степени рост эффективности обрабатывающей промышленности за исследуемый период (величина угла  $\varphi$  на рис. 3б практически не изменилась). На рис. 3б также наглядно видно, что развитие обрабатывающей промышленности до 2010 г. обеспечивалось за счет наращивания затрат труда и капитала (угол  $\psi$  постоянен), при этом годовые затраты  $Z$  на производство и реализацию продукции, работ и услуг росли быстрее, чем прибыль (рис. 3б). И только к 2012 г. тенденция изменилась в лучшую сторону (увеличение угла  $\psi$  на рис. 3а и угла  $\varphi$  на рис. 3б), однако в 2013 г. ситуация снова ухудшилась.



а) Ресурсный фактор



б) Результат хозяйственной деятельности

Рис. 3. Графическая интерпретация производственной функции комплексных переменных для обрабатывающей промышленности.

Источник. Рассчитано и построено по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

Еще более выразительно достоинство инструментария комплекснозначной экономики для проведения анализа тенденций развития обрабатывающей промышленности проявляется при сопоставлении удельных (т. е. отнесенных к единице объема произведенной продукции) факторов производства и результата хозяйственной деятельности предприятий обрабатывающей промышленности (рис. 4).

Анализ рис. 4а указывает на то, что за исследуемый период величина ресурсного фактора  $W$  уменьшилась, что является положительной тенденцией, при этом снижение удельных затрат труда до 2011 г. происходило большими темпами, чем капитала, что свидетельствует о результативности модернизации, проводимой в обрабатывающей промышленности.

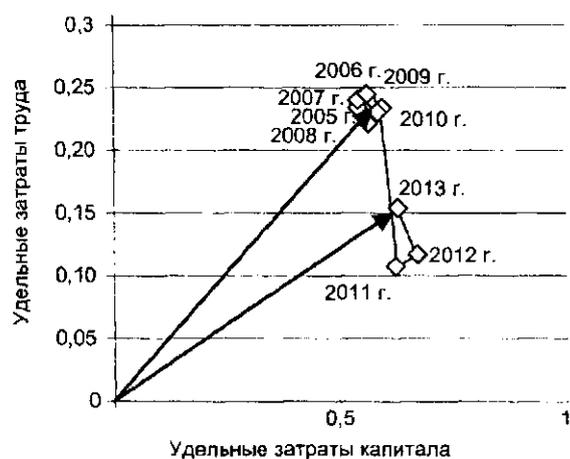
Тем не менее сравнительно высокое потребление труда и капитала на единицу объема производства продукции, в целом, говорит о сравнительно невысокой технологической эффективности белорусской обрабатывающей промышленности – ведь именно минимум затрат факторов на единицу объема производства свидетельствует о высоком уровне технологии, т. е. способности используемых технологических методов превращать исходное сырье в качественную продукцию при минимальных затратах. Результативность в обрабатыва-

ющей промышленности достигается за счет высокой затратности (на рис. 4б хорошо видно, что за исследуемый период затраты на единицу продукции выросли при практически неизменной величине удельной прибыли), что подтверждает сделанный ранее вывод о пока еще сравнительно низком технологическом уровне обрабатывающей промышленности Республики Беларусь.

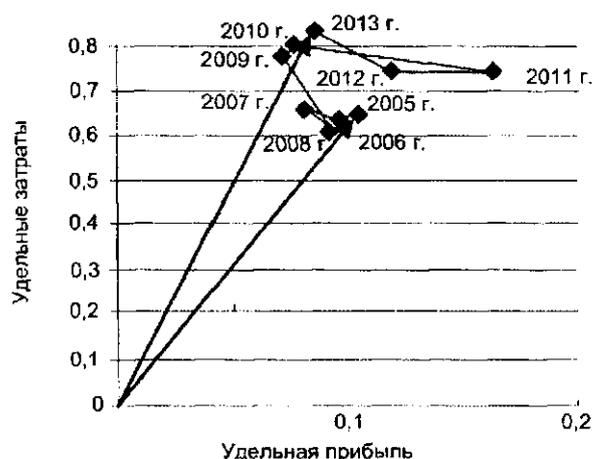
**Особенности моделирования производственной деятельности с использованием аппарата комплекснозначной экономики**

Отдельного рассмотрения требует проблема выбора адекватной модели производственной функции, выраженной в комплексных переменных.

В общем случае производственные функции действительных переменных моделируют влияние производственных факторов (труда и капитала, в частности) на валовой объем производства. Напротив, производственные функции комплексных переменных позволяют как смоделировать влияние производственных ресурсов на прибыль и затраты на производство и реализацию продукции, так и одновременно исследовать их влияние на валовой объем производства и рентабельность реализованной продукции, работ, услуг.



а) Ресурсный фактор



б) Результат хозяйственной деятельности

Рис. 4. Графическая интерпретация производственной функции комплексных переменных в случае удельных показателей.

Источник. Рассчитано и построено по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

Таким образом, производственные функции комплексных переменных позволяют, по сравнению с производственными функциями действительных переменных, подробнее описать исследуемый производственный процесс с точки зрения отображения в одном уравнении производственной функции взаимного влияния большего числа параметров, отражающих экономическую результативность и эффективность этого процесса.

В целом, процесс производства продукции в реальных условиях осуществляется как на уровне отдельно взятого предприятия, так и на более высоких иерархических уровнях, например региональном и национальном. Более того, технологические особенности производства, его географическое расположение также оказывают влияние как на соотношение факторов производства, так и на соотношение прибыли и затрат на производство. Поэтому изначально не может быть какой-то одной производственной функции комплексных переменных, которая наилучшим образом описывает все многообразие производственных процессов при изменении лишь ее коэффициентов в зависимости от конкретной ситуации и особенностей производственного процесса.

В случае конформного отображения комплексной переменной производственных ресурсов на комплексную плоскость производственных результатов существуют ограничения, вызванные экономической сутью переменных (Светушков, Светушков, 2008):

1) величина угла  $\psi$  комплексной переменной ресурсов (см. рис. 2а) может меняться только в пределах от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ , так как  $K > 0$  и  $L > 0$ , т. е. комплексные переменные производственных ресурсов лежат в первом квадранте. Если  $\psi = 0$ , то в производстве не используется ни одной единицы труда; когда  $\psi = \frac{\pi}{2}$ , то это означает, что для производства привлекаются только трудовые ресурсы, а затраты капитала равны нулю;

2) величина угла  $\phi$  комплексной переменной производственных результатов (см. рис. 2б) может меняться в пределах от 0

до  $\frac{3\pi}{4}$ , так как прибыль может принимать и положительные, и отрицательные значения. При этом если  $\phi = 0$ , то затраты  $Z$  на производство равны нулю, а прибыль  $P$  максимальна. В случае, когда  $\phi = \frac{3\pi}{4}$ , ни одна единица произведенного товара не реализована, а прибыль  $P$  численно равна затратам  $Z$  на производство и по знаку становится отрицательной (убытком).

Показано (Там же), что из всего многообразия элементарных функций комплексных переменных для моделирования процессов, происходящих в производственных системах, целесообразно выбрать три: линейную производственную функцию с действительными коэффициентами, логарифмическую производственную функцию, степенную производственную функцию с действительными коэффициентами.

В общем виде математическая запись линейной производственной функции с действительными коэффициентами представлена формулой (4). В случае положительных значений и относительного постоянства коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  за исследуемый период такая производственная функция вполне может быть использована для моделирования явлений в реальной производственной системе (см. подробнее следующий раздел статьи).

Если в ходе исследования выясняется, что линейная производственная функция с действительными коэффициентами неудовлетворительно аппроксимирует реальное производство, может быть использована логарифмическая производственная функция вида:

$$P + iZ = (b_0 + ib_1) \ln(K + iL). \quad (5)$$

Для такой функции после преобразований получены следующие выражения для определения текущих значений прибыли и затрат (Svetunkov, 2012):

$$P_i = b_0 \ln \sqrt{K_i^2 + L_i^2} - b_1 \operatorname{arctg} \frac{L_i}{K_i}, \quad (6)$$

$$Z_i = b_1 \ln \sqrt{K_i^2 + L_i^2} + b_0 \operatorname{arctg} \frac{L_i}{K_i}. \quad (7)$$

Анализ данных зависимостей показывает, что при положительных значениях коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  с ростом затрат труда  $L$

увеличиваются затраты  $Z$  на производство, при этом значение прибыли  $P$  в зависимости от значений коэффициентов увеличивается меньше, чем затраты  $Z$ . Однако, когда  $b_0 \ll b_1$ , тогда с ростом затрат труда  $L$  значение прибыли  $P$  будет снижаться. При увеличении значений затрат капитала  $K$  и положительных коэффициентах  $b_0$  и  $b_1$  растут как прибыль, так и затраты на производство. Возможна ситуация, когда коэффициенты модели могут принимать отрицательные значения. Тогда, например, при отрицательных значениях коэффициента  $b_1$  в случае увеличения затрат труда  $L$  прибыль  $P$  также будет расти, однако влияние увеличения затрат капитала  $K$  на прибыль  $P$  неоднозначно: значения прибыли могут как уменьшаться, так и увеличиваться. При этом также неоднозначно влияние затрат труда  $L$  на затраты  $Z$ : с ростом затрат труда они могут и увеличиваться, и уменьшаться, при этом рост затрат капитала однозначно снижает затраты на производство.

Таким образом, логарифмическая функция комплексных переменных может быть пригодна для описания рассмотренных выше реальных производственных ситуаций.

Наконец, степенная производственная функция с действительными коэффициентами в общем случае имеет вид:

$$P - iZ = a(K + iL)^b. \quad (8)$$

Для такой функции характерны следующие особенности.

1. При увеличении значения комплексной переменной производственного ресурса  $W$  и росте угла  $\psi$  (см. рис. 2а) наблюдается рост затрат труда  $L$  в большей степени, чем капитала  $K$ . Это также означает, что производственный результат  $R$  (см. рис. 2б) растет, но за счет опережающего роста затрат  $Z$  на производство над прибылью  $P$ .

2. При росте величины и уменьшении угла  $\psi$  комплексной переменной производственного ресурса  $W$  рост затрат капитала  $K$  происходит в большей степени, чем затрат труда  $L$ , что, в свою очередь, ведет к увеличению производственного результата  $R$  за счет опережающего роста прибыли  $P$  над затратами  $Z$  на производство.

3. Показатель степени  $b$  ограничивается так, что крайнему допустимому значению угла  $\psi$  производственного ресурса со-

ответствует крайнее допустимое значение угла  $\varphi$  производственного результата, т. е.:

$$\varphi = b\psi \text{ или } 0 < b\psi < \frac{3\pi}{4}. \quad (9)$$

Если показатель степени будет отрицательным, т. е.  $b < 0$ , то любое увеличение производственного ресурса  $W$  приводит к уменьшению производственного результата  $R$ , и наоборот, уменьшение затрат труда и капитала приводит к увеличению результата производства  $R$ .

Для степенной функции после преобразований можно получить следующие выражения для определения текущих значений прибыли и затрат (Svetunkov, 2012):

$$P_i = a \left( \sqrt{K_i^2 + L_i^2} \right)^b \left[ \cos(b \cdot \arg(K_i + iL_i)) \right], \quad (10)$$

$$Z_i = a \left( \sqrt{K_i^2 + L_i^2} \right)^b \left[ \sin(b \cdot \arg(K_i + iL_i)) \right]. \quad (11)$$

Эти формулы позволяют понять, как моделируются прибыль  $P$  и затраты  $Z$  при различных сочетаниях производственных ресурсов. В случае, когда технологический уровень производства остается неизменным, а только увеличиваются значения привлекаемых ресурсов, это означает сохранение пропорций между ресурсами и постоянство полярного угла  $\psi$  на комплексной плоскости производственных ресурсов, т. е.  $\arg(K + iL) = \text{const}$ , но при этом будет расти величина модуля комплексной переменной. Из этого, в свою очередь, следует, что темпы роста прибыли  $P$  и затрат  $Z$  одинаковы с темпом роста ресурсов  $K$  и  $L$ , при этом степень этого роста определяется действительными коэффициентами  $a$  и  $b$  модели.

Таким образом, запись модели производственной функции в комплексных переменных вне зависимости от ее математического представления (линейная, степенная, логарифмическая) упрощает как построение самой модели, так и интерпретацию результатов моделирования.

#### **Построение и анализ модели производственной функции обрабатывающей промышленности**

Для построения модели производственной функции обрабатывающей промышленности нами была выбрана линейная модель с действительными коэффициентами (4).

Коэффициенты для производственной функции (4) находились по следующим соотношениям (Светуныков, Светуныков, 2008):

$$b_0 = (P_t \cdot K_t + Z_t \cdot L_t) / (L_t^2 + K_t^2), \quad (12)$$

$$b_1 = (Z_t \cdot K_t - P_t \cdot L_t) / (L_t^2 + K_t^2). \quad (13)$$

Результаты вычислений представлены в табл. 1. Как видим, существенных изменений за исследуемый период значения коэффициентов не претерпели, что косвенно подтверждает правомерность выбора линейной производственной функции с действительными коэффициентами, а также возможность использования в модели усредненных значений коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$ .

Тогда производственная функция для обрабатывающей промышленности Республики Беларусь принимает вид:

$$P + iZ = (0,536 + 1,232i)(K + iL). \quad (14)$$

Далее можно подсчитать значения прибыли и затрат, используя, соответственно, следующие формулы (Svetunkov, 2012):

$$P_t = b_0 \cdot K_t - b_1 \cdot L_t, \quad (15)$$

$$Z_t = b_0 \cdot L_t + b_1 \cdot K_t. \quad (16)$$

Рассчитанные и фактические значения прибыли и затрат на протяжении исследуемого периода графически сопоставлены на рис. 5. Участки графиков расчетных и фактических значений до 2011 г. существенно не отличаются. Последующие отклонения возникли по причине того, что в модели брались усредненные значения коэффициентов  $b_0$ ,  $b_1$ , т. е. были сглажены выбросы. Поэтому модельный график является приемлемым, поскольку модель задает для об-

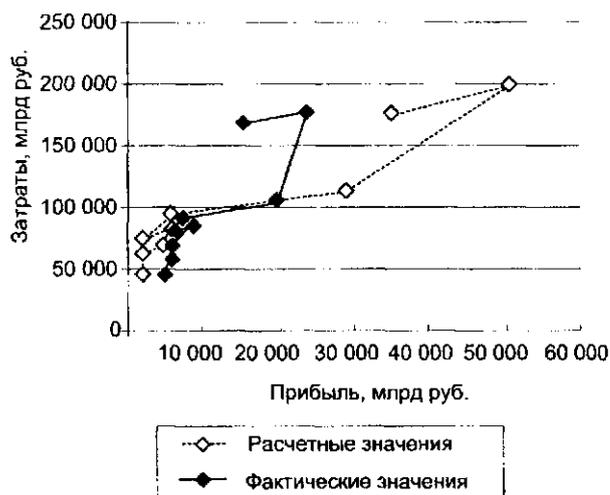


Рис. 5. Графическое сопоставление фактических и расчетных значений показателей прибыли и затрат.

Источник. Рассчитано и построено по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

рабатывающей промышленности более эффективное развитие: прибыль должна увеличиваться быстрее затрат.

Для любой модели, помимо описательной функции (адекватное отражение фактического состояния исследуемого объекта), большое значение имеет прогностическая функция (способность определить оптимальное направление развития). С этой точки зрения, представляет интерес построение модели оптимального развития обрабатывающей промышленности на период 2014–2016 г.

Задавая прогнозируемый рост прибыли в рамках экстраполяции инфляционных ожиданий и рентабельности реализованной продукции, товаров, работ, услуг, можно определить требуемый объем затрат на достижение поставленной цели. Прогноз раз-

Таблица 1

Результаты нахождения действительных коэффициентов производственной функции обрабатывающей промышленности

Коэффициент	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	Среднее значение
$b_0$	0,631	0,637	0,569	0,580	0,606	0,560	0,419	0,345	0,389	0,536
$b_1$	1,231	1,231	1,224	1,219	1,251	1,237	1,147	1,140	1,234	1,232

Источник. Составлено и рассчитано по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

вития обрабатывающей отрасли, наложенный на динамику фактических показателей, отображен на рис. 6.

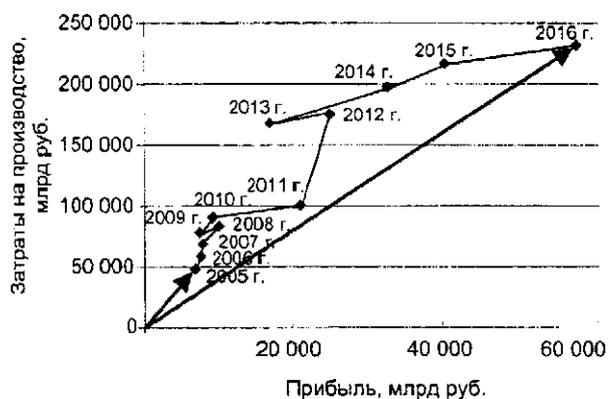


Рис. 6. Прогноз развития обрабатывающей промышленности Республики Беларусь на период до 2016 г.

Источник. Рассчитано и построено по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

Имея производственную функцию, можно определить, каким должно быть соотношение затрат капитала и труда при таком прогнозе (рис. 7). Как видно, при заданных параметрах развития прогнозируется рост прибыли при умеренном росте общих затрат (в частности, увеличении ка-

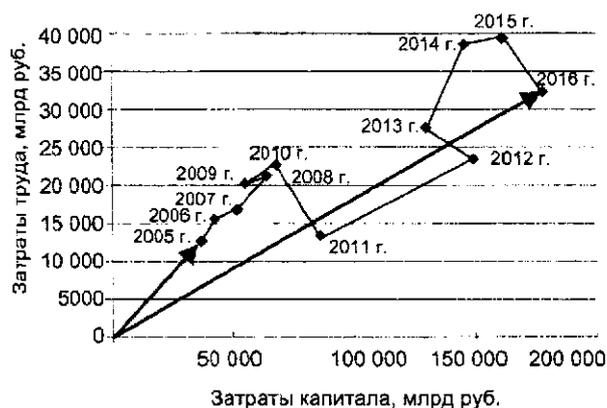


Рис. 7. Прогноз соотношения факторов производства для обрабатывающей промышленности.

Источник. Рассчитано и построено по данным: Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014; Промышленность Республики Беларусь. Статистический сборник, 2014. Минск: Нац. стат. комитет, 2014.

питала и снижении затрат труда). Но следует отметить, что это произойдет только в том случае, если в обрабатывающей промышленности будет продолжаться модернизация производства и никакие внешние факторы не повлияют на ухудшение ситуации в промышленном секторе национальной экономики. Используя построенную модель, можно принимать решения относительно распределения финансовых ресурсов между капиталом и трудом. Фиксируя, например, определенные затраты на труд (по сути, определенный уровень зарплаты), можно определить объем денежных средств, который необходимо вложить в капитал (по сути, инвестиций), чтобы достичь определенного уровня рентабельности, а также узнать, какая прибыль при этом будет получена. Для этого необходимо решить систему трех уравнений:

$$\begin{cases} P = b_0 \cdot K - b_1 \cdot L, \\ Z = b_0 \cdot L + b_1 \cdot K, \\ P = r \cdot Z / 100, \end{cases} \quad (17)$$

где  $r$  – рентабельность реализованной продукции, товаров, работ, услуг, %.

Решение данной системы уравнений позволяет получить оптимальное соотношение затрат труда и капитала при требуемых рентабельности и прибыли.

\* \* \*

Проведенный нами анализ доказывает целесообразность и перспективность использования методологического аппарата комплекснозначной экономики для анализа и моделирования реальных явлений, происходящих в обрабатывающей промышленности. Более того, видится необходимым использование производственных функций, выраженных в комплексных переменных, для принятия стратегических решений относительно ориентиров и приоритетности развития отдельных хозяйственных комплексов обрабатывающей промышленности, определения объемов инвестиций, а также формирования прогнозных показателей их развития.

Так, для обрабатывающей промышленности, в целом, магистральным направлением видится технологическое развитие, направленное в первую очередь на снижение трудовых и материальных затрат на производство (ресурсосбережение). В частности, необходима дальнейшая технологическая модернизация белорусской обрабатывающей промышленности с целью уменьшения потребляемых факторов производства.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

Асанович В.Я., Самойлов М.В., Светушков С.Г. 2013. Исследование динамики развития предприятий промышленности Республики Беларусь с помощью моделей комплекснозначной экономики. *Современная экономика: проблемы и решения*. № 2 (38). С. 165-176.

Asanovich V.Ia., Samoilo M.V., Svetun'kov S.G. 2013. Issledovanie dinamiki razvitiia predpriatii promyshlennosti Respubliki Belarus' s pomoshch'iu modelei kompleksnoznachnoi ekonomiki. [Study the dynamics of the industrial enterprises of the Republic of Belarus with the help of models

complex-valued economy]. *Sovremennaiia ekonomika: problemy i resheniia*. No 2 (38). P. 165-176.

Самойлов М.В., Асанович В.Я. 2012. Исследование и моделирование производственной деятельности с использованием функций комплексных переменных. *Вестник БДЭУ*. № 4 (93). С. 43-48.

Samoilov M.V., Asanovich V.Ia. 2012. Issledovaniie i modelirovaniie proizvodstvennoi deiatel'nosti s ispol'zovaniem funktsii kompleksnykh peremennykh. [Research and modelling of industrial activity with use of functions of complex variables]. *Vesnik BDEU*. No 4 (93). P. 43-48.

Светушков С.Г., Светушков И.С. 2008. *Производственные функции комплексных переменных. Экономико-математическое моделирование производственной динамики*. Москва: Издательство ЛКИ.

Svetun'kov S.G., Svetun'kov I.S. 2008. *Proizvodstvennye funktsii kompleksnykh peremennykh. Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie proizvodstvennoi dinamiki*. [Production functions of complex variables. Economic-mathematical modelling of industrial dynamics]. Moscow: Izdatel'stvo LKI.

Svetunkov S. 2012. *Complex-Valued Modeling in Economics and Finance*. Springer Science+Business Media, New York.

## ANALYSIS AND MODELING OF BELARUS'S PROCESSING INDUSTRY DEVELOPMENT BASED ON METHODOLOGY COMPLEX-VALUED ECONOMICS

Mikhail Samoilo, Valeriy Asanovich<sup>1</sup>

*Authors affiliation:* <sup>1</sup>Belarus State Economic University (Minsk, Belarus).

*Corresponding author:* Mikhail Samoilo (Samoilov\_M@bseu.by).

**ABSTRACT.** Based on the methodology of complex-valued economics, there was carried out the analysis of Belarus's processing industry development over the period of 2005–2013. Despite a positive dynamics for the study period, the development was accompanied by a growth of expenses for the products' manufacture. There was built a model of the processing industry's production function of complex variables. There were substantiated long term benefits of its application for making strategic decisions concerning the benchmarks and projection indicators of development, as well as determining the amount of investments.

**KEYWORDS:** theory of a complex variable function, processing industry, technological development, modeling of manufacture activity, production function.

**JEL-code:** C50, E23, E27, L16, O11, O14, O25.



*Материал поступил 21.10.2014 г.*