Секция 3

СТАТИСТИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

И.К. Асмыкович, канд. физ.-мат. наук, доцент
БГТУ (Минск)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИДЕ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ

В последние десятилетия в связи с потребностями анализа реально действующих сложных и многокомпонентных управляемых систем активное внимание специалистов по качественной теории управления привлекают линейные системы дифференциальных уравнений, неразрешенные относительно старшей производной. Сложность современных систем управления экономическими процессами, совершенствование средств вычислительной техники настоятельно диктуют необходимость разработки качественных вопросов математической теории управления, как теоретических основ создания реальных систем управления.

При разработке математических моделей экономических процессов и систем управления межотраслевыми комплексами необходимо учитывать как дифференциальные, так и алгебраические связи, а во многих случаях и эффекты последействия, которыми нельзя пренебречь. Кроме того, в системе могут объединяться как процессы непрерывного действия, так и дискретные процессы, а также возможно включение логических и случайных компонент. Адекватной моделью таких процессов являются дескрипторные динамические системы с отклоняющимся аргументом. Такие системы имеют широкое распространение в ряде экономических моделей, теории электрических цепей и т.д. Такие системы называют либо вырожденными, либо сингулярными [Dai L. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and information Sciences, Vol.118.-Berlin, Springer-Verlag, 1989], либо системами неразрешенными относительно производной, либо системами с обобщенным пространством состояний, либо дескрипторными, причем последнее название превалирует [Асмыкович И.К. О стабилизации решений в модели Леоньтьева многосекторной экономики // «Управление в социальных и экономических системах»: Материалы X Межд. научно-практической конф. Мн., 2004]. По нашему мнению это название наиболее точно отражает специфику таких систем.

Теория обыкновенных дескрипторных систем, т.е. систем без запаздывания разработана достаточно полно. В случае регулярных систем [Dai L. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and information Sciences, Vol.118. Berlin, Springer-Verlag, 1989] поставлены и решены различные задачи управляемости и наблюдаемости, подробно исследованы возможности изменения качественных характеристик дескрипторных систем с помощью линейной обратной связи по состоянию и выходу и с помощью динамических регуляторов, содержащих производные.

Пусть национальная экономика состоит из n отраслей и число a_{ij} представляет собой коэффициент затрат, показывающий количество единиц продукции отрасли i, необходимое для производства единицы продукции отрасли j. Тогда взаимосвязи между валовыми выпусками $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, n отраслей экономики и так называемым конечным спросом, включающим в себя потребление и новые инвестиции, удовлетворяют так называемой статической системе Леонтьева «затраты-выпуск» [Леонтьев В. Межотраслевой баланс. М., 1997].

$$(E-A)x = y.$$

Для исследования динамики зависимости валового выпуска от конечного спроса была предложена модифицированная система, которая учитывает запасы в отраслях экономики и их расход, т.е.

$$(E-A)x - B\dot{x} = y \tag{1}$$

Здесь элементы квадратной матрицы B представляют собой запас продукции одной отрасли требуемый для производства единицы продукции другой отрасли. Поэтому компоненты вектора $B\dot{x}$ описывают скорость прироста всех видов запасов, т.е. скорость накопления или свертывания всех видов капитала в их взаимосвязи с изменением выпуска всех отраслей.

Широко распространенным примером дискретной дескрипторной системы является модель Леонтьева многосекторной динамической экономики. Она записывается в форме

$$x(k) = Ax(k) + B(x(k+1) - x(k)) + d(k), \tag{2}$$

где $x(k)$ – уровень производства секторов экономики в момент k.

Эта продукция делится на три части, соответствующие трем слагаемым в правой части. $Ax(k)$ – это сумма продукции, требуемая как потребление для текущего производства, причем матрица А положительно определена, т.е. $A > 0$. Второе слагаемое есть вклад, требуемый для расширенного воспроизводства, т.е. вклады в фондообразующие отрасли для того, чтобы обеспечить возможность производства $x(k+1)$.

Матрица В называется матрицей коэффициентов капитала и, так как не все отрасли являются фондообразующими, то матрица В обязательно вырожденная.

В докладе для системы (1) и ее дискретного аналога (2) изучены вопросы их структурных преобразований, представления решений и управления по типу обратной связи. Получены достаточные условия апериодического управления, стабилизации и модального управления. Рассмотрены возможности учета влияния эффекта запаздывания на рассмотренные задачи.