

Учреждение образования  
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Учреждения образования

«Белорусский государственный  
экономический университет»

  
\_\_\_\_\_ В.Н. Шимов

03.11. \_\_\_\_\_ 2009 г.

Регистрационный № УД 399-09 /баз.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**Учебная программа для специальности  
1-31 03 06 «Экономическая кибернетика»**

**СОСТАВИТЕЛИ:**

*Астровский А.И.* – доцент кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

*Конюх А.В.* – доцент кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

*Мазаник С.А.*, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

*Кашникова И.В.* – доцент кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 2 от 8 октября 2009 г.)

Научно-методическим советом Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 1 от 28.10.2009)

Ответственный за выпуск: Конюх А.В.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа составлена для специальности 1-31 03 06-02 «Экономическая кибернетика» (информационные технологии в экономике), специализация 1-31 03 06-02 01 (оптимизация планирования и управления в экономике).

Применение современных достижений математики для прогнозирования и анализа экономической деятельности является надежной основой для принятия правильных управленческих решений. В связи с этим уровень математической и экономической подготовки молодых специалистов должен обеспечить свободное владение современными математическими методами и умением исследовать экономические задачи на основе математического моделирования.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» посвящена построению, аналитическому и качественному исследованию решений обыкновенных дифференциальных уравнений, а также изучению основных экономико-математических моделей на основе дифференциальных уравнений. Она основывается на знании дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и, в свою очередь, служит базой для изучения дисциплин «Математическая экономика», «Модели микро и макроэкономики», «Методы оптимизации», а также при изучении ряда дисциплин специализации.

Современное изложение дисциплины «Дифференциальные уравнения» предполагает раскрытие возможностей использования маржинального анализа в классических разделах экономики, а примеры нобелевских лауреатов по моделям экономического анализа подчеркнут значимость изучения теории дифференциальных уравнений. Целесообразно пояснять экономический смысл основных математических понятий, выделять моменты построения математических моделей социально-экономических процессов для их последующего изучения методами теории дифференциальных уравнений.

При изложении дисциплины важно показать возможности использования аппарата дифференциальных уравнений при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Целью дисциплины «Дифференциальные уравнения» является систематическое изучение с помощью современных аналитических средств дифференциальных уравнений, имеющих фундаментальное теоретическое значение и используемых в качестве основных математических моделей в естествознании, экономике и т.д. Основное внимание уделяется постановке, методам решения задач Коши (начальных задач).

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- роль и значение дифференциальных уравнений как одного из основных видов математических моделей;
- методы интегрирования простейших дифференциальных уравнений;
- методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений и систем;
- условия существования и единственности решения задачи Коши;
- понятия первого интеграла и базиса первых интегралов;
- понятие устойчивости решения;
- принципы построения экономико-математических моделей на основе дифференциальных уравнений, результаты нобелевских лауреатов на основе применения дифференциальных уравнений;

**уметь:**

- интегрировать простейшие дифференциальные уравнения;
- использовать методы Лагранжа, Коши, Эйлера при построении общего решения и решения задачи Коши линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- строить и исследовать дифференциальные модели экономических процессов.

В соответствии с образовательным стандартом всего часов по дисциплине 108, из них всего аудиторных – 68, в том числе 34 часа – лекции, 34 часа – практические занятия. Рекомендуемая форма контроля – зачет.

### ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ темы	Название темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Практические занятия
1.	Введение. Основные понятия и задачи теории дифференциальных уравнений	4	2	2
2.	Основные типы простейших дифференциальных уравнений первого порядка	12	6	6
3.	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	4	2	2
4.	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	16	8	8
5.	Системы линейных дифференциальных уравнений	12	6	6
6.	Общая теория дифференциальных уравнений	12	6	6
7.	Экономико-математические модели на основе дифференциальных уравнений	8	4	4
	Итого	68	34	34

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1.

#### Введение. Основные понятия и задачи теории дифференциальных уравнений

Математические модели детерминированных процессов и явлений на основе обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей. Основные понятия и задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

### Тема 2.

#### Основные типы простейших дифференциальных уравнений первого порядка

Уравнения с разделяющимися переменными. Модель роста выпуска. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Модель рынка с прогнозируемыми ценами. Уравнения, сводящиеся к линейным. Специальное уравнение Риккати.

### Тема 3.

#### Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Уравнения, содержащие только независимую переменную и производную  $n$ -го порядка. Уравнения, не содержащие искомой функции и последовательных первых производных. Уравнения, не содержащие независимой переменной.

### Тема 4.

#### Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

Однородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Структура множества решений и фундаментальная система решений (базис) однородного уравнения. Вронскиан. Общее решение. Алгоритм интегрирования однородных уравнений. Модель рынка с прогнозируемыми ценами. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения второго порядка. Фазовые графики. Классификация точек покоя. Прямая покоя.

### Тема 5.

#### Системы линейных дифференциальных уравнений

Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами.

Однородные линейные системы. Фундаментальная (базисная) матрица решений. Общее решение. Метод Эйлера решения однородных систем. Экспоненциальное представление решений. Неоднородные линейные системы. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши, метод Коши интегрирования неоднородных систем.

### **Тема 6.**

#### **Общая теория дифференциальных уравнений**

Существование и единственность решения задачи Коши. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Сравнение решений и продолжимость решений. Зависимость решений от начальных данных и параметров. Первые интегралы. Интегрируемые комбинации. Базис первых интегралов. Системы в симметрической форме. Понятие устойчивости решений. Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову. Линейные уравнения с голоморфными коэффициентами. Формальные ряды и формальные решения. Существование голоморфных решений. Уравнение Бесселя.

### **Тема 7.**

#### **Экономико-математические модели на основе дифференциальных уравнений**

Модель роста выпуска. Модель рынка с прогнозируемыми ценами. Модель Харрода-Домара. Модель Солоу.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### *Основная*

1. Богданов Ю.С., Мазаник С.А., Сыроид Ю.Б. Курс дифференциальных уравнений. Мн.: Універсітэцкае, 1996г.
2. Богданов Ю.С., Сыроид Ю.Б. Дифференциальные уравнения. Мн.: Вышэйшая школа, 1983г.
3. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 2003г.
4. Тихонов А.Н., Васильев А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.:Физматлит, 2002г.
5. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980г.
6. Альсевич Л.А., Мазаник С.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: БГУ, 2000г.
7. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1992г.

*Дополнительная*

1. Богданов Ю.С. Лекции по дифференциальным уравнениям. Мн.: Высшая шк., 1977г.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: М.: Наука, 1982г.
3. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Мн.: 1974г.
4. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: М.: Дело, 2004 г.
5. Колемаев В.А. Математическая экономика: Учебник для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005.

Беларускі дзяржаўны эканамічны ўніверсітэт. Бібліятэка.  
Белорусский государственный экономический университет. Библиотека.  
Belarus State Economic University. Library.

<http://www.bseu.by>