

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛАГРАНЖА—ПОНТРЯГИНА ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Математическое моделирование с применением принципов оптимального управления широко применяется в экономике [1]. Рассмотрим в качестве примера такой важный социально-экономический процесс, как обучение в вузе, который можно описать линейным дифференциальным уравнением

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + k_0 u_0(t) + k_1 u_1(t), \quad (1)$$

где  $z = Z(t)$  — уровень (объем) текущих знаний (в академических часах);  $k$  — коэффициент забывания, который показывает, какую часть от текущих знаний  $Z$  обучаемый забывает в среднем за сутки;  $u_0$  — программное управление, задаваемое в виде заранее запланированной нагрузки, осуществляемой преподавателем;  $k_0$  — коэффициент усвоения новых знаний при обучении с помощью преподавателя;  $u_1$  — управление процессом повторения посредством контрольных и самостоятельных работ после обучения преподавателем,  $u_1$  является управлением с обратной связью;  $k_1$  — коэффициент усвоения для управления  $u_1$ ; все коэффициенты изменяются в пределах от нуля до единицы ( $0 \leq k, k_0, k_1 \leq 1$ ) и определяются с помощью специально разработанных тестов.

Решение уравнения (1) представляется функцией

$$Z = Z_0 e^{-\int k dt} + e^{-\int k dt} \int (k_0 u_0(t) + k_1 u_1(t)) e^{\int k dt} dt, \quad (2)$$

где  $Z_0$  — начальный объем знаний при  $t = t_0$ .

Для решения задачи оптимального программного управления процессом обучения будем применять один из наиболее эффективных методов в теории оптимального управления — метод Лагранжа—Понтрягина для непрерывных управляемых процессов [2, с. 336]. Данная задача решена в [3], получены следующие выражения для оптимального программного управления и оптимальной траектории:

$$u_0^*(t) = \frac{Z^*(k p + 1)}{k_0 p + 1}; \quad (3)$$

$$Z^*(u_0^*, t) = Z_0 e^{-kt} + e^{-kt} \int k_0 u_0^*(t) e^{kt} dt, \quad (4)$$

где  $p = p(t)$ ,  $p_0 = p_0(t)$  — дополнительные переменные.

Программное управление  $u_0^*(t)$  определяется из формулы (3), а дополнительные переменные — из формул:

$$p(t) = p(0) e^{kt} - \frac{1}{k} + \frac{1}{k} e^{kt};$$

$$p(0) = \frac{Z_0 - u_0(0)}{k_0 u_0(0) - kZ_0}.$$

Применение метода, изложенного выше, позволит оптимально управлять учебным процессом и повысить качество обучения в вузе.

### Литература

1. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения / Б. А. Лагоша. — М. : Финансы и статистика, 2008.
2. Пантелеев, А. В. Теория управления в примерах и задачах / А. В. Пантелеев. — М. : Высш. шк., 2003.
3. Жукович, С. Я. Математический метод повышения качества обучения в вузе / С. Я. Жукович // Весн. БДЭУ. — 2012. — № 5. — С. 36—42.

*К.А. Забродская*  
БГЭУ (Минск)

## ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЦЕНКИ УРОВНЯ РАЗВИТИЯ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ УСЛУГ

Интенсивное развитие рынка инфокоммуникационных услуг (ИКУ) является одним из ключевых факторов построения информационного общества, достижения социально-экономического прогресса и повышения национальной конкурентоспособности. Значимость инфокоммуникационной составляющей инновационного развития экономики, общественного производства и социума отражена в Стратегии развития информационного общества в Республике Беларусь на период до 2015 года, Национальной программе ускоренного развития услуг в сфере информационно-коммуникационных технологий на 2011—2015 годы, основным показателем результативности реализации которых должно стать улучшение позиций Республики Беларусь в международных ИКТ-рейтингах.

Для определения степени достижения поставленной цели разработана концептуальная модель оценки уровня развития ИКУ на основе интеграции программно-целевого и процессного подходов, а также метода бенчмаркинга, определяющая комплекс основных этапов оценки: обоснование необходимости оценки; определение факторов и показателей оценки уровня развития ИКУ; разработка комплекса моделей и методик и проведение оценки уровня развития ИКУ (прогнозирование и планирование, мониторинг, эталонный анализ); адаптация передового опыта; принятие решений по обеспечению конкурентных преимуществ в следующем цикле управления.

Отличительными особенностями модели выступают формализация процесса оценки уровня развития ИКУ посредством функционального