

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

Практические занятия по курсу «Производственные технологии» включают такие важнейшие этапы, как освоение навыков решения различных технологических задач с помощью определения экономических показателей. В пособие включены разделы, показывающие разные подходы к расчету параметров технологического процесса, которые можно использовать для экономической оценки отдельно взятого процесса либо сравнения его с другими аналогичными процессами. Освоив методику расчетов при оценке сырьевой базы для производства какой-либо продукции можно определить экономическую эффективность использования того или иного вида сырья. С целью оптимизации производственных процессов в пособие рассматривается их сравнение путем анализа соотношения производственных затрат и полученных при этом результатов.

1. Единичные параметры технологических процессов.

Технологический процесс – это основная часть производственного процесса, непосредственно связанная с последовательным изменением состояния предмета труда и превращения его в продукт производства.

Большое разнообразие технологических процессов обусловлено разнообразием продуктов производства, обеспечивающих потребность общества, сырья, материалов, приемов и методов обработки, способов производства и другими специфическими факторами, характерными для каждого технологического процесса.

Наряду с существованием неограниченного количества технологических процессов для выпуска различных видов продукции, имеет место разнообразие технологических процессов для выпуска одной и той же продукции. Это требует сравнительной оценки технологических процессов с целью определения их большей эффективности.

Для описания отдельно взятого технологического процесса или сопоставления его с другими процессами используют различные показатели или параметры технологического процесса.

Все используемые в результате оценки параметры технологического процесса условно подразделяют на три группы:

- частные параметры, которые позволяют сопоставить технологические процессы, выпускающие одну и ту же продукцию и использующие одну и ту же технологию.

Например, на основе частных параметров можно сравнить производство кирпича керамического, осуществляемое на Минском керамическом заводе и Минском заводе стройматериалов. Оба предприятия выпускают кирпич пластического формования, но используют разные сырьевые материалы.

К частным параметрам относятся составы и концентрация исходного сырья, особенности используемого оборудования и инструментов, режимы проведения процесса и др.

- единичные параметры позволяют сравнивать технологические процессы, выпускающие одну и ту же продукцию, но использующие разную технологию.

Например, на базе единичных параметров можно сравнить производство керамического кирпича пластического формования и полусухого прессования.

К единичным параметрам относят так называемые ТЭП: ресурсные параметры (материалоемкость, трудоемкость, энергоемкость), производительность труда и оборудования, себестоимость и др.

- обобщенные параметры – позволяют сравнивать разнообразные технологические процессы.

К группе обобщенных параметров относятся затраты живого и прошлого труда. Эти параметры характерны для технологических процессов, выпускающих любую продукцию.

К числу единичных параметров, используемых для сравнения технологических процессов, относятся расходные коэффициенты, степень превращения и выход продукта.

Особое значение имеют расходные коэффициенты по сырью, так как сырье имеет большой удельный вес в продукции, особенно в материалоемкой.

1. **Расходные коэффициенты (А)** показывают, какое количество исходного сырья, материалов или энергии расходуется для получения единицы массы целевого продукта.

$$A = \frac{C}{Q} \text{ (т/т; кг/кг)},$$

где С – сырье, материалы, энергия; Q – целевой продукт

Различают теоретический и практический расходные коэффициенты

$$A_r = \frac{C_T(\text{теор})}{Q_n(\text{практ})}; \text{ теоретические расходные коэффициенты рассчитывается по}$$

данным материального баланса технологического процесса либо с учетом стехиометрических соотношений химической реакции процесса, по которой происходит превращение сырья в продукт.

Ст(теор.) – сырье без учета потерь, которые как правило присутствуют на технологических операциях;

$$C_p(\text{практ}) = C_T + \text{производственные потери.}$$

Примечание: если в условиях данного производства осуществляется обогащение или другой вид сортировки сырья, то эти процессы будут сопровождаться отходами посторонних включений – пустых пород, других компонентов либо фракций.

$$C_T < C_p \text{ (на величину отходов и потерь)}$$

$$A_p(\text{практ}) = \frac{C_n}{Q_n}; \text{ практические расходные коэффициенты отражает реальный}$$

расход сырья на единицу продукции (учитывает производственные потери на всех стадиях процесса, а также возможные побочные реакции).

$Q_T(\text{теор}) = Q_p + \Delta Q$; где ΔQ – брак производства, продукция, не удовлетворяющая требованиям действующего стандарта. Отходы продукции в большей или меньшей степени имеют место на любом производстве.

Расходные коэффициенты рассчитываются делением C_T или C_p на Q_p , так как это реально полученный целевой продукт, на единицу которого определяется расход сырья.

В цифровом значении расходные коэффициенты могут быть меньше либо больше единицы, но чем ниже значение, тем экономически выгоднее использовать данное сырье. Как правило, расходный коэффициент теоретический меньше расходного коэффициента практического ($A_T < A_p$).

2. **Степень превращения** является показателем полноты превращения сырья в целевой продукт.

Степень превращения (α) – это отношение количества превращенного в продукт исходного материала (C_T) к его первоначальному количеству (C_p)

$$\alpha = \frac{C_T}{C_p};$$

$$\alpha \leq 1, \text{ т.к. } C_T < C_p$$

$$C_T = C_p - \text{потери}$$

3. Выход продукта (η) – это отношение фактически полученного целевого продукта ($Q_{п}$) к его максимально возможному количеству ($Q_{т}$).

$$\eta = \frac{Q_{п}}{Q_{\max}(Q_{т})}; Q_{\max} = Q_{т}$$

$Q_{т}$ – целевой продукт, который мог бы быть получен при отсутствии брака на производстве.

$$\eta \leq 1, \text{ т.к. } Q_{т} > Q_{п}$$

$$Q_{т} = Q_{п} + \Delta Q$$

ΔQ – отходы продукции

Примечание: Степень превращения α и выход продукции η всегда численно одинаковы.

При решении поставленных задач следует иметь в виду, что

- в условии задачи всегда приводятся практические параметры процесса;
- теоретические параметры процесса находятся из системы уравнений, используя данные протекающей химической реакции, по которой происходит образование целевого продукта.

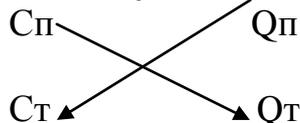
- в химическом процессе принимает участие только чистая (реакционно-способная) часть исходного сырьевого компонента и по результатам реакции имеет место теоретический выход продукции 100%-го содержания (т.е. химически чистая продукция);

- если в условии задачи приведены производственные потери или коэффициент избытка сырьевого компонента, то это относится к $S_{п}$, т.е. $S_{п} = \frac{C_{т}}{100 - n\eta}$ (если даны производственные потери)

даны производственные потери)

$S_{п} = S_{т} \cdot K_{изб}$ (если известен коэффициент избытка)

- для определения $S_{теор}$ используются данные $Q_{прак}$; для определения $Q_{теор}$ используются данные $S_{прак}$ (все с учетом чистоты компонента).



Пример 1.

Определить какое количество углекислого магния будет получено при разложении 1,8 т. доломита, содержащего 92% $CaMg(CO_3)_2$, если выход продукта составляет 44%, а содержание чистого компонента в целевом продукте 94%.

Дано: $S_{п} = 1,8 \text{ т.}$ $M_{CaMg(CO_3)_2} = 184$
 $W_c = 92\%$
 $\eta = 44\%$ $M_{MgCO_3} = 84$
 $W_Q = 94\%$
 $Q_{п} = ?$

Решение.

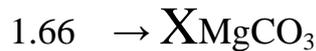
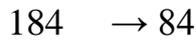
Процесс разложения сопровождается реакцией



1. Количество реакционно-способного $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$ в доломите будет равно:

$$C_{\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2} = 1,8 \cdot 0,92 = 1,66 \text{ т.}$$

2. Масса углекислого магния, которая образовалась бы при полном разложении доломита: рассчитывается исходя из пропорции, составленной на основе химической реакции



$$X = \frac{1,66 \cdot 84}{184} = 0,76 \text{ (т)} \quad (\text{химически чистый углекислый магний})$$

Так как по условию задачи содержание чистого компонента в продукте составляет 94 % (или 0,94 масс. дол.), количество углекислого магния равно Q_T находится действием деления (целое по его известной части)

$$Q_T \leq \frac{X_{\text{MgCO}_3}}{0,94} = \frac{0,76}{0,94} = 0,81 \text{ (т)}$$

Примечание: выход конечного продукта, если известна его часть, можно находить, составив пропорцию. В приведенном примере:

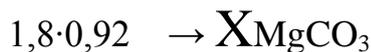
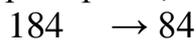
$$0,76 \text{ т} \rightarrow 94 \%$$

$$X \leftarrow 100\% \quad x = \frac{0,76 \cdot 100}{94} = 0,81 \text{ (т)}$$

3. При выходе продукта 44% количество углекислого магния составит

$$Q_{\text{п}} = \eta \cdot Q_T = 0,81 \cdot 0,44 = 0,356 \text{ т} = 356 \text{ кг.}$$

Примечание: количество чистого (реакционно-способного) вещества можно учитывать при составлении пропорции, не прибегая к отдельному расчету, т.е.:



Пример 2.

Определить степень превращения оксида железа (II), если при его восстановлении в количестве 580 кг образовалось 380 кг железа.

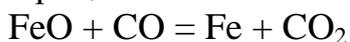
$$\text{Дано:} \quad C_{\text{п}} = 580 \text{ кг}$$

$$Q_{\text{п}} = 380 \text{ кг}$$

$$\alpha = ?$$

Решение.

Процесс восстановления железа протекает по реакции:



Степень превращения рассчитывается из формулы:

$$\alpha = \frac{C_T}{C_n}; \quad C_T = ?$$

Для нахождения C_T составляется пропорция:

$$72 \rightarrow 56$$

$$x \leftarrow 380$$

$$C_T = x = \frac{72 \cdot 380}{56} = 488,6 \text{ кг, откуда}$$

$$\alpha = \frac{488,6}{580} = 0,84.$$

Пример 2а.

Определить степень превращения оксида железа (II) с содержанием 96% FeO, если при его восстановлении в количестве 580кг образовалось 380 кг железа с содержанием 0,98 масс. доли чистого компонента.

Дано:

$$C_n = 580 \text{ кг}$$

$$W_c = 96\%$$

$$Q_n = 380 \text{ кг}$$

$$W_Q = 0,98 \text{ м.д.}$$

$$\alpha = ?$$

Решение:

В основе процесса лежит химическая реакция приведенная в примере 2.

Степень превращения будет равна:

$$\alpha = \frac{C_T}{C_n}; C_T = ?$$

Для нахождения C_T используется та же пропорция, но учитывается, что содержание железа в целевом продукте 0,98 масс. доли. И именно это количество будет принимать участие в реакции.

Пропорция будет иметь вид:

$$72 \rightarrow 56$$

$$x \leftarrow 380 \cdot 0,98 \text{ (количество чистого вещества)}$$

$$x = \frac{72 \cdot 380 \cdot 0,98}{56} = 478,4$$

x-чистый FeO

$$C_T = x/0,96 = 498,75 \text{ (} C_T \text{ подсчитано с условием, что в сырье чистого компонента 96\%)}$$

В итоге степень превращения будет равна:

$$\alpha = \frac{498,75}{580} = 0,86$$

Пример 3.

Определить расходные коэффициенты, степень превращения и выход продукта в производстве суперфосфата, если при разложении 1200кг фосфорно-кислого кальция с массовой долей $Ca_3(PO_4)_2$ 0.8 образовалось 1150кг суперфосфата содержащего 98% целевого продукта ($Ca(H_2PO_4)_2$).

Дано:

$$C_n = 1200 \text{ кг}$$

$$W_c = 0.8 \text{ мас. дол.}$$

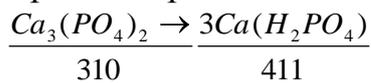
$$Q_n = 1150$$

$$W_q = 98\%$$

A_n, A_T, α, η ?

Решение:

Процесс производства сопровождается следующей схемой реакции



1. Практический расходный коэффициент вычисляется по приведенным в условии данным:

$$A_n = \frac{C_n}{Q_n} = \frac{1200}{1150} = 1,04 \text{ (кг/кг)}$$

2. Для определения теоретического расходного коэффициента необходимо найти C_T .

$$A_T = \frac{C_T}{Q_n} \quad C_T = ?$$

Составляется пропорция с учетом чистоты (реакционной способности) компонента

$$310 \rightarrow 411$$

$$x \leftarrow 1150 \cdot 0,98$$

$$x = \frac{310 \cdot 1150 \cdot 0,98}{411} = 850 \text{ (чистый Ca}_3(\text{PO}_4)_2)$$

Далее рассчитывается сырьевой материал (фосфорно-кислый кальций) в котором 0,8 масс.доли $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$

$$C_T = x / 0,8 = 1062 \text{ кг (количество сырья)}$$

3. Теоретический расходный коэффициент и степень превращения будут равны:

$$A_T = \frac{C_T}{Q_n} = \frac{1062}{1150} = 0,92 \text{ (кг/кг)}$$

$$\alpha = \frac{C_T}{C_n} = \frac{1062}{1200} = 0,885$$

4. Выход продукта определяется по формуле:

$$\eta = \frac{Q_n}{Q_T}; \quad Q_T = ?$$

Для определения Q_T составляется пропорция с учетом реакционной способности сырьевого компонента:

$$310 \rightarrow 411$$

$$1200 \cdot 0,8 \rightarrow x; \text{ (чистый Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4))$$

$$x = \frac{1200 \cdot 0,8 \cdot 411}{310} = 1273 \text{ кг}$$

Теоретический выход целевой продукции (суперфосфата учитывает его практическое содержание – 98%)

$$Q_T = x / 0,98 = 1299 \text{ кг}$$

Выход продукта:

$$\eta = \frac{1150}{1299} = 0,886$$

Пример 4.

Определить расходные коэффициенты сырьевых материалов в производстве фосфата аммония, $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$, если в процессе использовалось 50% фосфорная кислота H_3PO_4 и аммиак NH_3 .

Аммиак используется с влажностью 4% и избытком в 1,4 раза. Производственные потери фосфорной кислоты составляют 12%. По результатам процесса образовалось 1,35 т фосфата аммония с массовой долей чистого компонента 0,97.

Дано:

$$Q_n = 1,35 \text{ т}$$

$$W_a = 0,97 \text{ мас. дол.}$$

$$\text{Вл } \text{NH}_3 = 4\%$$

$$K_{\text{изб.}} = 1,4$$

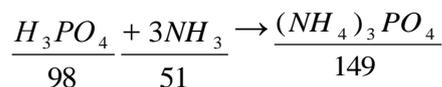
$$\text{Вл кислоты} = 50\%$$

$$p_n = 12\% \text{ (кислота)}$$

$$A_n, A_T - ?$$

Решение:

Процесс протекает в соответствии с реакцией:



1. Расходные коэффициенты определяются по формулам:

$$A_n = \frac{C_n}{Q_n};$$

$$A_T = \frac{C_T}{Q_n}$$

$$C_T - ?$$

$$C_n - ?$$

Для решения задачи необходимо определить C_T и C_n для каждого сырьевого компонента. За основу берется уравнение химической реакции процесса.

1. Для фосфорной кислоты пропорция имеет вид:

$$98 \rightarrow 149$$

$$x_{\text{H}_3\text{PO}_4} \leftarrow 1,35 \cdot 0,97$$

$$x_{\text{H}_3\text{PO}_4} = \frac{1,35 \cdot 0,97 \cdot 98}{149} = 0,861$$

$$C_T = \frac{x}{0,5} = 1,72 \text{ (50\% кислота)}$$

В условии сказано, что производственные потери фосфорной кислоты составляют 12%. Это значит, что практически в процессе используется большее количество кислоты (C_p), которое находится либо действием деления

$$C_p = C_T / \frac{100 - 12}{100} = \frac{C_T}{0,88} = 1,95T$$

либо использованием пропорции:

$$\begin{aligned} 1,72 &- 88\% (100-12) \\ x &- 100\% \end{aligned}$$

Далее определяются расходные коэффициенты:

$$A_p = \frac{1,95}{1,35} = 1,44 (T/T)$$

$$A_T = \frac{1,72}{1,35} = 1,27 (T/T)$$

2. Для аммиака ход решения аналогичен вышеизложенному.

$$51 \rightarrow 149$$

$$x_{NH_3} \leftarrow 1,35 \cdot 0,97$$

$$x_{NH_3 \text{ист}} = 0,448 \text{ (чистый } HNO_3)$$

При определении C_T учитывается в соответствии с условием влажность аммиака = 4%.

$$C_T = \left(\frac{\frac{x}{100 - 4}}{100} \right) = \frac{x}{0,96} = 0,467 T$$

При определении C_p аммиака учитывается коэффициент избытка показывающий реальный расход.

$$C_p = C_T \cdot K_{изб.} = 0,467 \cdot 1,4 = 0,65T$$

Расходные коэффициенты будут равны:

$$A_p = \frac{0,65}{1,35} = 0,48 (m/m)$$

$$A_T = \frac{0,467}{1,35} = 0,35 (m/m)$$

2 Сырье и его подготовка

Сырьевые материалы, применяемые в различных отраслях промышленности, чаще всего представляют собой полиминеральные смеси, которые называют породами рудой и содержат в природном виде примеси различных минералов, затрудняющих их использование в производстве без предварительной обработки.

Обработка природного сырья для удаления нежелательных минеральных примесей и повышение количества основного полезного минерала носит название обогащения. В процессе обогащения могут происходить разделение и выделение минералов, каждый из которых в чистом виде пригоден для использования в производстве. В некоторых случаях обогащение предусматривает удаление примесей, ухудшающих свойства сырья и его качество в целом, без учета дальнейшего их исполь-

зования (т.н. пустая порода). Использование примесей, практическая их полезность определяется наличием соответствующих технологий, например, при обогащении апатито-нефелиновых руд получают апатитовый концентрат, широко используемый в химической промышленности, и нефелин, используемый в керамической промышленности.

В производстве чугуна основным видом сырья служат железные руды, которые представляют горные породы, содержащие главным образом соединения железа с кислородом, и пустые породы, состоящие из кремнезема (SiO_2), глинозема (Al_2O_3), оксидов кальция и магния и др. Однако, железные руды (магнитный железняк, красный железняк, бурый железняк) кроме основного компонента могут содержать никель, ванадий, кобальт и другие элементы. При значительном содержании указанных элементов экономически целесообразно их попутное извлечение с целью дальнейшего использования.

Основные методы обогащения:

- **гравитационный метод** разделения зерен минералов по крупности и массе в водной либо воздушной среде за счет разности скоростей оседания частиц разного размера и массы.

В зависимости от среды различают воздушную и гидравлическую классификацию;

- **флотация** – процесс разделения минералов, основанный на различии свойств их поверхности, обуславливающих избирательную гидрофобилизацию под воздействием специальных реагентов;

- **Магнитная и электрическая сепарация** - процесс разделения минералов по их электрическим или магнитным свойствам.

Кроме основных методов обогащения применяются комбинированные (например, электрофлотация) либо специальные методы, с помощью которых удаляют отдельные компоненты путем перевода их в растворимую или летучую форму (химическое обогащение), а также ультразвуковое обогащение.

В основу процесса обогащения положены физико-химические, химические и физические процессы: коагуляция, пептизация, водная и воздушная сепарация, флотация, электромагнитная и магнитная сепарация и др.

Процесс обогащения минерального сырья в общем случае состоит из следующих стадий:

получение частиц обогащаемого материала



подготовка частиц к разделению



создание градиента свойств различных минералов



отделение и отбор продуктов обогащения

Получение частиц обогащаемого материала достигается процессами измельчения (дробления, помола), классификацией (разделением) по крупности, селективным агрегатированием тонких частиц.

Подготовка частиц к разделению включает обработку химическими реагентами, промывку, электростатическую зарядку поверхности, термическую обработку, химическое разложение или перевод в растворимую форму.

Создание градиента свойств достигается образованием фаз (добавлением жидкости, газа и т.д.) и межфазных границ, наложением силового поля, применением различных скоростей перемещения, комбинированными методами.

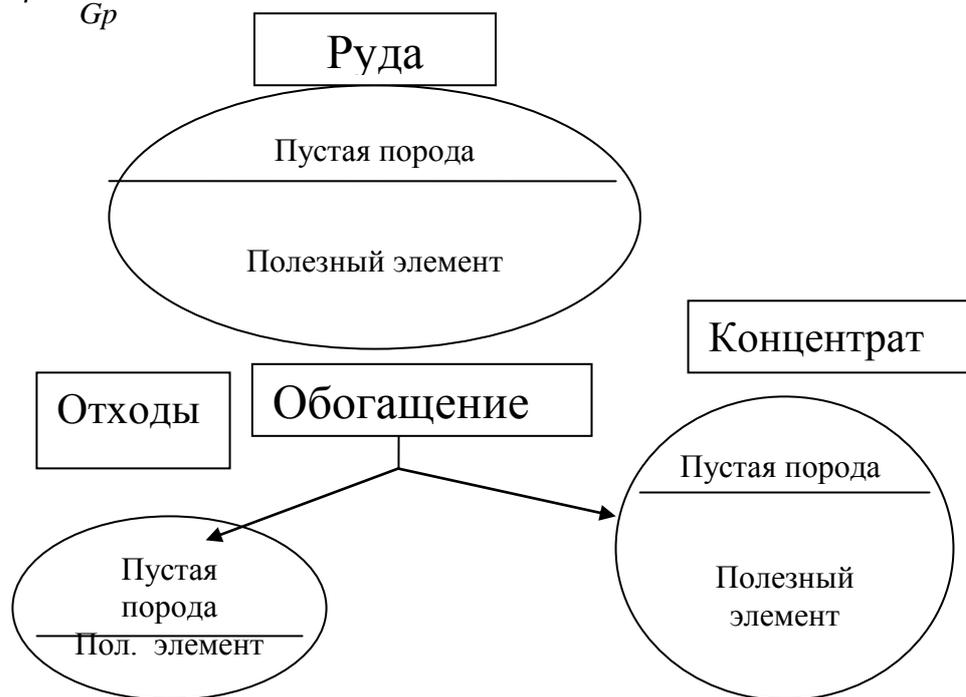
Отбор продуктов обогащения должен обеспечивать чистоту полученной обогащенной части породы при соблюдении непрерывности процесса.

Эффективность отделения примесей от основного полезного продукта называют обогатимостью. Ее определяют по изменению минералогического, химического или гранулометрического состава обогащаемой породы.

Экономическими показателями эффективности обогащения являются выход концентрата, степень извлечения и степень обогащения.

Выход концентрата (η_k) определяется как отношение количества полученного концентрата (Гп.к.) к количеству, используемой при обогащении руды (Gr), выраженное в процентах:

$$\eta = \frac{G_{nk}}{G_p} \cdot 100\%$$



Примечание: так как обогащенный продукт имеет более высокое содержание основного компонента по сравнению с исходной рудой, его называют концентратом.

Степень извлечения (ε) определяется как отношение количества извлеченного полезного элемента в концентрате (Gэ.к.) к его количеству в исходной руде (Gэ.р.) в процентах.

$$\varepsilon = \frac{G_{\text{э.к.}}}{G_{\text{э.р.}}} \cdot 100 \%$$

В качестве извлеченного элемента могут быть чистые элементы (Fe, Al, Cu и др.), а также сложные минеральные фазы (Al_2O_3 , KCl, глинистые минералы, полевые шпаты и др.).

Степень обогащения (степень концентрации) выражается отношением процентного содержания (массовой доли) элемента в концентрате к процентному содержанию (массовой доли) его в исходной руде.

$$n = \frac{\% \text{ э.к.}}{\% \text{ э.р.}}; \text{ (раз)}$$

Если выразить приведенное уравнение через весовые содержания компонентов, то степень обогащения будет равна

$$n = \frac{\varepsilon}{\eta}$$

$$(\% \text{ э.к.} = \frac{G_{\text{э.к.}}}{G_{\text{н.к.}}} \cdot 100 \quad \% \text{ э.р.} = \frac{G_{\text{э.р.}}}{G_{\text{р.}}} \cdot 100$$

$$n = \frac{\% \text{ э.к.}}{\% \text{ э.р.}} = \frac{G_{\text{э.к.}}}{G_{\text{н.к.}}} : \frac{G_{\text{э.р.}}}{G_{\text{р.}}} = \frac{G_{\text{э.к.}} \cdot G_{\text{р.}}}{G_{\text{н.к.}} \cdot G'_{\text{н.}}} = \frac{\varepsilon}{\eta};$$

Следует иметь в виду, что чем более высокие значения имеют η , ε и n , тем эффективнее проведено обогащение, но и как правило, выше стоимость процесса. Чем выше относительное содержание целевого компонента в исходной породе и меньше присутствие других примесей, тем ценнее порода для использования.

Обогащение, обычно осуществляют на предприятиях, которые добывают породу; предприятиям-потребителям поступает готовый продукт. Однако, на некоторых производствах полученное сырье обогащают дополнительно различными методами.

Пример 1.

При обогащении 18 т. железной руды, содержащей 71 % гематита (Fe_2O_3) получено 12,5 т. концентрата. Определить степень извлечения, выход концентрата и степень обогащения, если содержание гематита в концентрате составило 82%.

Дано:

$$G_{\text{р.}} = 18 \text{ т.}$$

$$W_{\text{э.р.}} = 71\%$$

$$G_{\text{н.к.}} = 12,5 \text{ т.}$$

$$W_{\text{э.к.}} = 82\%$$

$$\eta = ?, \varepsilon = ?, n = ?$$

Решение

1. Выход концентрата равен:

$$\eta = \frac{G_{\text{н.к.}}}{G_{\text{р.}}} \cdot 100 = \frac{12,5}{18} \cdot 100 = 69,44\%$$

2. Степень извлечения равна:

$$\varepsilon = \frac{G_{\text{э.к}}}{G_{\text{э.р}}} \cdot 100 = \frac{12,5 \cdot 0,82}{18 \cdot 0,71} \cdot 100 = 80,2\%$$

3. Степень обогащения равна:

$$n = \frac{\% \text{ э.к}}{\% \text{ э.р}} = \frac{82}{71} = 1,16 \text{ (р)}$$

$$n = \frac{\varepsilon}{\eta} = \frac{80,2}{69,44} = 1,16 \text{ (р)}$$

Пример 2

При двойном обогащении 6 т. бокситовой руды с содержанием целевого продукта 52 % получено при первом обогащении 2,5 т. концентрата с содержанием 62 % целевого продукта и при повторном обогащении 1,5 т. концентрата с содержанием целевого продукта 74 %. Определить эффективность обогащения на каждом этапе.

Дано:

$$G_p = 6 \text{ т.}$$

$$G_{n.k} 1 = 2,5 \text{ т}$$

$$G_{n.k} 2 = 1,5 \text{ т.}$$

$$W_{\text{э.р}} = 52\%$$

$$W_{\text{э.к}1} = 62\%$$

$$W_{\text{э.к}2} = 74\%$$

$$\eta_{k1} = ?, \eta_{k2} = ?, \eta_0 = ?,$$

$$\varepsilon_1 = ?, \varepsilon_2 = ?, \varepsilon_0 = ?,$$

Решение

1) Выход концентрата равен:

$$\eta = \frac{G_{n.k}}{G_p} \cdot 100 \text{ (\%)}$$

а) по результатам первой ступени обогащения:

$$\eta_{k1} = \frac{G_{n.k}}{G_p} \cdot 100 = \frac{2,5}{6} \cdot 100 = 41,67\%$$

б) η по результатам второй ступени обогащения:

$$\eta_{k2} = \frac{1,5}{2,5} \cdot 100 = 60\%$$

в) суммарный выход концентрата:

$$\eta_{k0} = \frac{1,5}{6} \cdot 100 = 25\%$$

2) Степень извлечения:

$$\varepsilon = \frac{G_{\text{э.к}}}{G_{\text{э.р}}} \cdot 100 = \frac{G_k \cdot W_k}{G_p \cdot W_p} \cdot 100 \text{ (\%)}$$

а) по результатам первой ступени обогащения:

$$\varepsilon_1 = \frac{2,5 \cdot 0,62}{6 \cdot 0,52} \cdot 100 = 49,68 \%$$

б) по результатам второй ступени обогащения:

$$\varepsilon_2 = \frac{1,5 \cdot 0,74}{2,5 \cdot 0,62} \cdot 100 = 71,61 \%$$

в) суммарная степень извлечения:

$$\varepsilon_0 = \frac{1,5 \cdot 0,74}{6 \cdot 0,52} \cdot 100 = 35,58 \%$$

3) Степень обогащения:

$$n = \frac{\varepsilon}{\eta} \text{ (раз)}$$

а) по результатам первой ступени обогащения:

$$n_1 = \frac{49,68}{41,67} = 1,19 \text{ (раз)}$$

б) η по результатам второй ступени обогащения:

$$n_2 = \frac{71,61}{60} = 1,19 \text{ (раз)}$$

в) суммарная степень обогащения:

$$n_0 = \frac{35,58}{25} = 1,42 \text{ (раз)}$$

Пример 3

В результате обогащения хромита для производства огнеупоров получено 1,2 т. хромитового концентрата с выходом концентрата 28%. Степень извлечения оксида хрома из хромита равна 62%, содержание оксида хрома в концентрате равно 540 кг. Определить количество обогащаемого хромита, содержание оксида хрома в хромите и степень обогащения.

Дано:

$$G_{п.к} = 1,2 \text{ т}$$

$$\eta_k = 28 \%$$

$$\varepsilon = 62 \%$$

$$G_{э.к} = 540 \text{ кг}$$

$$G_p = ?$$

$$n = ?$$

$$W_p = ?$$

Решение

1. Степень обогащения:

$$n = \frac{\varepsilon}{\eta_k} = \frac{62}{28} = 2,21(p)$$

2. Количество обогащаемого хромита определяется, используя данные выхода концентрата:

$$\eta = \frac{G_{n.k}}{G_p} \cdot 100$$

$$G_p = \frac{G_{n.k}}{\eta_k} \cdot 100 = \frac{102}{28} \cdot 100 = 4,29 \text{ т.}$$

3. Содержание оксида хрома в хромите определяется используя данные степени извлечения:

$$\varepsilon = \frac{G_{\varepsilon.k}}{G_{\varepsilon.p}} \cdot 100$$

$$G_{\varepsilon.p} = G_p \cdot W_p$$

$$\varepsilon = \frac{G_{\varepsilon.k}}{G_p \cdot W_p} \cdot 100$$

$$W_p = \frac{G_{\varepsilon.k}}{G_p \cdot \varepsilon} \cdot 100 = \frac{0,54 \cdot 100}{4,29 \cdot 62} = 0,203 \text{ (масс. доля)}$$

Или

$$G_{\varepsilon.p} = \frac{G_{\varepsilon.k}}{\varepsilon} \cdot 100 = \frac{540}{62} \cdot 100 = 817 \text{ (кг)}$$

$$W_p = \frac{G_{\varepsilon.p}}{G_p} \cdot 100 = \frac{817}{4290} = 20,3\%$$

Пример 4

Определить количество флотированной полевошпатовой руды, степень обогащения и процентное содержание целевого компонента в руде, если выход концентрата равен 21,5%, а концентрата получено 975 кг. Степень извлечения целевого компонента из руды 78 %, а в концентрате содержится 82 % целевого компонента.

Дано:

$$G_{n.k} = 975 \text{ кг}$$

$$\eta_k = 21,5 \text{ (\%0)}$$

$$\varepsilon = 78 \text{ \%}$$

$$W_k = 82\%$$

$$G_p = ?$$

$$W_p = ?$$

$$n = ?$$

Решение

1. Количество флотированной полевошпатовой руды:

$$\eta_k = \frac{G_{n.k}}{G_p} \cdot 100 \text{ (\%)}$$

$$G_p = \frac{G_{n.k}}{\eta} \cdot 100 = \frac{975}{21,5} \cdot 100 = 4535 \text{ (кг)}$$

2. Степень обогащения:

$$n = \frac{\varepsilon}{\eta} = \frac{78}{21,5} = 3,63 (\text{раза})$$

3.Содержание целевого продукта в руде:

$$\varepsilon = \frac{G_{\text{э.к}}}{G_{\text{э.р}}} \cdot 100 (\%)$$

$$G_{\text{эк}} = G_{\text{к}} \cdot W_{\text{к}} = 975 \cdot 0,82 = 799,5 (\text{кг})$$

$$G_{\text{эр}} = \frac{G_{\text{э.к}}}{\varepsilon} \cdot 100 = \frac{799,5}{78} \cdot 100 = 1025 (\text{кг})$$

$$W_{\text{р}} = \frac{G_{\text{э.к}}}{G_{\text{р}}} \cdot 100 = \frac{1025}{4535} = 22,6\%$$

3 Оптимизация производственных процессов. Математические модели

Оптимизация при оценке производственных процессов предусматривает их сравнение путем анализа соотношения производственных затрат и полученных при этом результатов. Производство представляется как некоторая система, характеризующаяся устойчивой функциональной зависимостью между затратами ресурсов на производство и выпуском продукции. Имеющаяся функциональная связь называется производственной функцией.

$$u_{\text{max}} = t(v),$$

Где u_{max} – выпуск продукции

В качестве выпуска могут быть и другие выходные параметры

V- затраты

В качестве затрат могут выступать ресурсы, энергия, вода, и др.

Производственная функция может быть использована для определения наиболее экономичного уровня затрат на заданный объем выпуска продукции, либо более рационального использования имеющихся ресурсов и на основе этого – выбора более оптимального способа производства из имеющихся вариантов.

Самый простой формой сравнения затрат с выпуском служит направленная величина – вектор. Параметр назван вектором в силу того, что производственный процесс направлен от затрат к выпуску.

Различают вектор единичный (Γ^e) и объемный (Γ^o). Вектор называется единичным, если он составлен на единицу затрат либо на единицу выпуска, т.е. при $V=1$ либо $U=1$.

$$\Gamma^e = (1; U);$$

$$\Gamma^o = (U; 1).$$

Выбор единичного вектора определяется исходными параметрами. Если в условии задачи дан выход продукции из единицы сырья, то единичный вектор будет иметь вид: $\Gamma^e = (1; U)$; если приведены нормы расхода сырья на единицу продукции,

то единичный вектор будет иметь вид: $J^e = (V; 1)$. С помощью единичных векторов упрощается процедура сравнения затрат с выпуском.

Если затраты или выпуск разнообразны (различные виды сырья и продукции), то это отображается в формальной записи вектора отдельными числами, например:

$$J^e = [2(1), 3(2); 1(A)]$$

- вектор отображает, что одна единица продукции А изготовлена из двух единиц сырья первого вида и трех единиц сырья второго вида.

$$J^e = [1; 2(A), 3(B)]$$

- вектор отображает, что из одной единицы сырья изготовлено две единицы продукции А и три единицы продукции Б.

Следует отметить, что пропорция между затратами и выпуском в единичном и объемном векторах «затраты – выпуск» остается постоянной, так как остается неизменным механизм производственного процесса - технология.

Например, при единичном векторе $J^e = [2(1), 3(2); 1(A)]$ объемный вектор по программе на изготовление тысячи изделий будет иметь вид:

$$J^e = [2000(1), 3000(2); 1000(A)]$$

Объемный вектор (J^o) составляется на весь объем требуемой программы выпуска продукции при рассматриваемых способах производства либо на весь объем имеющихся в наличии ресурсов. Объемный вектор информирует о том, сколько продукции из имеющихся в наличии ресурсов можно получить при реализации каждого из рассматриваемых технологических способов либо сколько ресурсов потребуется для реализации запланированного при каждом технологическом способе выпуска продукции. Причем, объемный вектор по ресурсам на выпуск продукции при использовании различных видов сырья составляется исходя из минимального варианта расхода имеющихся ресурсов (чтобы хватило сырья). Например: если на единицу продукции идет 2 ед. сырья 1, 3 ед. сырья 2 и 1 ед. сырья 3, а в наличии имеется 1200 ед. сырья 1, 9000 ед. сырья 2 и 800 ед. сырья 3, то вектора будут иметь вид:

$$J^e = [2(1), 3(2), 1(3); 1]$$

$$J^o = [600(1), 900(2), 300(3); 300]$$

В данном примере из сырья 1 можно получить 600 ед. продукции, из сырья 2 – 300 ед. продукции, из сырья 3 – 800 ед. продукции. Так как для изготовления используются одновременно все три вида сырья, то объемный вектор составляется по минимальным затратам сырья, т.е. исходя из количества сырья 2, так как его хватит только на 300 ед. продукции.

В приведенном примере объемный вектор по программе составляется на требуемый выпуск продукции (чтобы выполнить программу), например, при необходимости выпуска 500 ед. продукции J^o будет иметь вид:

$$J^0 = [1000(1), 1500(2), 500(3); 500]$$

Если в условии задачи дан выход разных изделий из единицы сырья ($J^0 = 1; 1(A), 3(B); 2(B)$], а также доведена программа выпуска этих изделий ($A - 1000\text{ед.}$, $B - 1500\text{ед.}$, $B - 1800\text{ед.}$), то объемный вектор по программе составляется с учетом максимального расхода ресурсов (чтобы выполнить программу).

$$J^0 = [1000; 1000(A), 3000(B); 2000(B)]$$

$$\left(\frac{1000}{1} > \frac{1800}{2} > \frac{1500}{3} \right)$$

← max

При наличии данных по требуемой программе и имеющихся ресурсах составляются два объемных вектора, показывающих условия выполнения программы и использования имеющихся ресурсов. Из полученных векторов выбирается оптимальный, соответствующий производственной ситуации, т.е. вектор показывающий наиболее выгодные условия выполнения программы выпуска.

Следует помнить, что вектора составляются на способ производства, так как именно в нем реализуются затраты с целью выпуска продукции.

При решении более сложных производственных вопросов, где необходимо оценить технологическую возможность выпуска разнообразных видов продукции из одного либо нескольких видов сырья, возникает потребность в согласовании и увязывании ряда технологических параметров (количества имеющихся сырьевых материалов, планового выпуска различных видов продукции, оценки возможностей максимального выпуска продукции либо получения прибыли при наличии определенных ресурсов и др.). Взаимосвязанность этих параметров иллюстрируется системой уравнений, которая называется математической моделью.

Первое уравнение системы является целевым, так как в нем фиксируется условия конечного результата, например, выпуска продукции при минимальных затратах сырья либо оптимальная загрузка технологии с целью получения максимальной прибыли. Но так как любой технологический процесс требует определенного обеспечения, которое, как правило, имеет конечные параметры, наряду с целевым уравнением, составляются ограничивающие уравнения, учитывающие эти конечные параметры. Целевая функция и ограничения фиксируют обратные параметры, т.е., если в целевой функции задействована продукция или прибыль, то ограничение учитывает наличие ресурсов и наоборот.

Математические модели оставляются по планированию выпуска продукции, либо загрузке технологических способов при соблюдении конечного условия. Ключевым фактором в любой системе уравнений является неизвестное.

Если требуется составить математическую модель планирования выпуска продукции, то в качестве неизвестного x_1, x_2, \dots, x_n принимается объем произведенной продукции по каждому рассматриваемому способу, независимо от конечных условий.

Если требуется составить математическую модель оптимальной загрузки технологических способов, то в качестве неизвестного x_1, x_2, \dots, x_n принимается расход сырья по каждому технологическому способу.

Количество неизвестных равно количеству способов, в соответствии с условиями задачи.

Пример 1.

Дано: Для изготовления 4-х видов продукции А, Б, В, Г четырьмя технологическими способами используются 3 вида сырья. Ресурсы сырья, нормы его расхода на единицу продукции и получаемая прибыль от единицы продукции приведена в таблице.

Таблица 1

Сырье	Норма расхода сырья на единицу продукции				Ресурсы
	А	Б	В	Г	
1	2	4	7	2	2800
2	3	1	3	5	1500
3	4	2	6	1	3600
Прибыль	5	4	8	10	

Требуется:

1. Записать единичные и объемные векторы «затраты – выпуск» по каждому способу.
2. Составить математическую модель планирования выпуска продукции исходя из условий:

а) максимизации прибыли.

б) максимизации выпуска продукции

Решение

Составляемые векторы будут иметь вид:

$$1. J^e_A = [2(1), 3(2), 4(3); 1(A)]$$

$$J^0_A = [1000(1), 1500(2), 2000(3); 500(A)]$$

$$J^e_B = [4(1), 1(2), 2(3); 1(B)]$$

$$J^0_B = [2800(1), 700(2), 1400(3); 700(B)]$$

$$J^e_V = [7(1), 3(2), 6(3); 1(V)]$$

$$J^0_V = [2800(1), 1200(2), 2400(3); 400(V)]$$

$$J^e_\Gamma = [2(1), 5(2), 1(3); 1(\Gamma)]$$

$$J^0_\Gamma = [600(1), 1500(2), 300(3); 300(\Gamma)]$$

2. Так как в данной задаче планируется выпуск продукции, то принимается за x_1, x_2, \dots, x_3 и x_4 – объем произведенной продукции по каждому способу.

Математические модели будут иметь вид:

$$\begin{cases}
 \text{а) } x - \text{ продукция} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 10x_4 \rightarrow \max \quad (\text{целевое уравнение}) \\
 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 \leq 2800 \\
 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 1500 \\
 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 1x_4 \leq 3600
 \end{array} \right. \quad (\text{ограничение по ресурсам})
 \end{cases}$$

б)

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \text{продукция} \\ x_1 \rightarrow \max, x_2 \rightarrow \max, x_3 \rightarrow \max, x_4 \rightarrow \max \text{ (целевое уравнение)} \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 \leq 2800 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 1500 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 1x_4 \leq 3600 \end{array} \right. \quad \text{(ограничение по ресурсам)}$$

Пример 2.

Дано: В таблице 2 приведены данные по выходу изделий из единицы сырья и программа выпуска каждого вида изделий при использовании трех технологических способов.

Таблица 2

Изделие	Выход изделий из единицы сырья			Программа выпуска
	1	2	3	
А	2	4	1	1800
Б	3	5	4	1500

Требуется:

- Записать единичные и объемные векторы «затраты-выпуск» по каждому способу.
- Составить математическую модель оптимизации загрузки техн. способов исходя из условий минимизации затрат сырья.

Решение.

Составляемые векторы будут иметь вид:

$$\begin{aligned} 1. \quad J_1^e &= [1; 2(A), 3(B)] \\ J_1^0 &= [900; 1800(A), 2700(B)] \\ J_2^e &= [1; 4(A), 5(B)] \\ J_2^0 &= [450; 1800(A), 2250(B)] \\ J_3^e &= [1; 1(A), 4(B)] \\ J_3^0 &= [1800; 1800(A), 7200(B)] \end{aligned}$$

- Исходя из условий задачи принимается x_1, x_2, x_3 – расход сырья по каждому технологическому способу. Математическая модель будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \text{сырье} \\ x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad \text{(целевое уравнение)} \\ 2x_1 + 4x_2 + 1x_3 \geq 1800 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \geq 1500 \quad \text{(ограничение по программе)} \end{array} \right.$$

Примечание: Если бы в условии задачи были даны конкретные затраты на единицу сырья по каждому способу, например N, M и P соответственно, в этом случае целевое уравнение имело бы вид:

$$Nx_1 + Mx_2 + Px_3 \rightarrow \min$$

Пример 3.

Данные по имеющимся исходным параметрам для изготовления трех видов продукции по трем технологическим способам приведены в таблице 3.

Таблица 3

Способы	Норма расхода сырья на единицу продукции			Ресурсы
	1	2	3	
Сырье	2	4	1	3400
План выпуска	1600			
Прибыль	4	3	2	

Требуется:

1. Записать единичные и объемные векторы по каждому способу.
2. Составить математическую модель оптимизации загрузки исходя из условий:
 - а) максимизации выпуска
 - б) максимизации прибыли
3. Составить математическую модель планирования выпуска продукции, исходя из условий минимизации затрат сырья.

Решение.

Составляемые векторы будут иметь вид:

$$1. J_1^e = [2; 1]$$

$$J_1^0 = (3400; 1700) \text{ (} J^0 \text{ по ресурсам)}$$

$$J_1^0 = (3200; 1600) \text{ (} J_0 \text{ по программе) } \blacktriangledown$$

$$J_2^e = (4; 1)$$

$$J_2^0 = (3400; 850)$$

$$J_2^0 = (4800; 1600) \blacktriangledown$$

$$J_3^e = (1; 1)$$

$$J_3^e = (3400; 3400)$$

$$J_3^0 = (1600; 1600) \blacktriangledown$$

2. В соответствии с условием $x_1, x_2, x_3 \rightarrow$ сырье по каждому технологическому способу

Математические модели имеют вид:

$$а) \begin{cases} x - \text{сырье} \\ \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{4} + \frac{x_3}{1} \rightarrow \max \text{ (целевое уравнение)} \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3400 \text{ (ограничение о ресурсах)} \end{cases}$$

(x – сырье, 2 – сырье на единицу продукции, $\frac{x}{2}$ – продукт)

Примечание:

если бы в условии задачи был задан не единый план выпуска продукции по каждому способу, а конкретизирован (например для 1-го способа 1400 ед., второго- 1500,

третьего -1600), то при составлении математической модели целевое уравнение имело бы вид $\frac{x_1}{2} \rightarrow \max$; $\frac{x_2}{4} \rightarrow \max$; $x_3 \rightarrow \max$.

$$\text{б) } \begin{cases} \bar{x} - \text{сырье} \\ 4 \cdot \frac{x_1}{2} + 3 \cdot \frac{x_2}{4} + 2 \cdot \frac{x_3}{1} \rightarrow \max & \text{(целевое уравнение)} \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3400 & \text{(ограничение по ресурсам)} \end{cases}$$

3. В данном варианте за x_1 , x_2 , x_3 принимается выпуск продукции по каждому технологическому способу.

x - продукция

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \min \text{ (целевое уравнение)}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1600 \text{ (ограничение по программе)}$$

Пример 4.

Данные технологических параметров приведены в таблице 4.

Таблица 4

Способ	Выход продукции из единицы сырья			Ресурсы
	А	Б	В	
1	2	4	1	
2	3	6	2	9000
3	1	3	3	
Программа выпуска	8000	4200	12000	

Требуется:

1. Записать все имеющиеся векторы «затраты-выпуск»

2. Составить математическую модель:

а) планирования выпуска продукции, исходя из условий максимизации выпуска продукция

б) оптимизации загрузки технологических способов исходя из условий минимизации затрат сырья

Решение

1. Составляемые векторы будут иметь вид:

$$J_1^e = [1; 2(A), 4(B), 1(B)]$$

$$J_1^0 = [9000; 18000(A), 36000(B), 9000(B)]$$

$$J_1^0 = [12000; 24000(A), 48000(B), 12000(B)] \blacktriangledown$$

$$J_2^e = [1; 3(A), 6(B), 2(B)]$$

$$J_2^0 = [9000; 27000(A), 54000(B), 18000(B)]$$

$$J_2^0 = [6000; 18000(A), 36000(B), 12000(B)] \blacktriangledown$$

$$J_3^e = [1; 1(A), 3(B), 3(B)]$$

$$J_3^0 = [9000; 9000(A), 27000(B), 27000(B)]$$

$$J_3^0 = [8000; 8000(A), 24000(B), 24000(B)] \blacktriangledown$$

▼ – наиболее оптимальные векторы

2а) За x_1, x_2, x_3 принимается объем произведенной продукции по каждому способу, тогда математическая модель будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{x - продукция} \\ x_1 \rightarrow \max, x_2 \rightarrow \max, x_3 \rightarrow \max, \quad (\text{целевое уравнение}) \\ \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{4} + \frac{x_3}{1} \leq 10000 \quad (\text{ограничения по ресурсам}) \\ \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{6} + \frac{x_3}{2} \leq 9000 \\ \frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{3} \leq 6000 \end{array} \right.$$

(x – продукция, 2 – выход продукции из единицы сырья, $\frac{x}{2}$ – единица сырья)

2б) За x_1, x_2, x_3 принимается сырье, используемое при каждом технологическом способе.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{x - сырье} \\ x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad (\text{целевое уравнение}) \\ 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 \geq 8000 \quad (\text{ограничение по программе}) \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \geq 4200 \\ 1x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 1200 \end{array} \right.$$

(x – сырье, 2 – выход продукции из единицы сырья, $2 \cdot x$ – продукция).