В.А. Емеличев, *д-р физ.-мат. наук,*
А.М. Леонович, *аспирант*

БГУ (Минск)

УСТОЙЧИВОСТЬ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО В ВЕКТОРНОЙ КОМБИНАТОРНОЙ ЗАДАЧЕ С ЧАСТНЫМИ КРИТЕРИЯМИ УЗКОГО МЕСТА

Пусть на системе непустых подмножеств (траекторий) $T \in 2^E \setminus \varnothing$, $|T| > 1$, булеана множества $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ задан векторный критерий $f(t, A) = (f_1(t, A_1), f_2(t, A_2), \dots, f_n(t, A_n))$, где $n \geq 1$, $m \geq 2$, A_i — i-я строка матрицы $A = [a_{ij}]_{n \times m} \in \mathbf{R}^{nm}$. Пусть частными являются критерии вида MINMAX MODUL

$$f_i(t, A_i) = \max_{j \in N(t)} |a_{ij}| \to \min_{t \in T}, \; i \in N_n,$$

где $$N_n = \{1, 2, \dots, n\}, \; N(t) = \{j \in N_m : e_j \in t\}.$$

Тем самым значение i-го частного критерия на траектории t есть чебышевская норма l_∞ вектора длины $|t|$, составленного из тех элементов i-й строки матрицы A, которые соответствуют траектории t.

Векторной (n-критериальной) траекторной задачей $Z^n(A)$ будем называть задачу поиска множества Парето (множества эффективных траекторий)

$$P^n(A) = \{t \in T : \pi(t, A) = \varnothing\},$$

где $$\pi(t, A) = \{t' \in T : q(t, t', A) \geq 0_{(n)}, \; q(t, t', A) \neq 0_{(n)}\},$$

$$q(t, t', A) = (q_1, q_2, \dots, q_n), \; q_i = q_i(t, t', A_i) = f_i(t, A_i) - f_i(t, A_i), \; i \in N_n,$$

$$0_{(n)} = (0, 0, \dots, 0) \in \mathbf{R}^n.$$

Под устойчивостью задачи $Z^n(A)$, как обычно, будем понимать дискретный аналог свойства полунепрерывности сверху в смысле Хаусдорфа в точке $A \in \mathbf{R}^{nm}$ оптимального отображения

$$P^n : \mathbf{R}^{nm} \to 2^E,$$

т.е. точечно-множественного (многозначного) отображения, которое каждому набору параметров (каждой матрице A) ставит в соответствие множество Парето.

Таким образом, задача $Z^n(A)$ называется устойчивой, если

$$\exists \varepsilon > 0 \qquad \forall B \in \mathrm{B}(\varepsilon) \qquad (P^n(A) \supseteq P^n(A + B)),$$

где $\mathrm{B}(\varepsilon) = \{B \in \mathrm{R}^{nm} : \|B\|_\infty < \varepsilon\}$, $\|B\|_\infty = \max\{|b_{ij}| : (i, j) \in N_n \times N_m\}$,

$$B = [b_{ij}]_{n\times m}.$$

Радиусом устойчивости задачи $Z^n(A)$ называется число $\rho^n(A) = \sup \varepsilon$. Другими словами, радиус устойчивости — это предельный уровень в чебышевской метрике независимых возмущений элементов матрицы A, которые не приводят к появлению новых эффективных траекторий.

Очевидно, что при выполнении равенства $P^n(A) = T$ задача $Z^n(A)$ устойчива и радиус ее устойчивости бесконечен. Задачу $Z^n(A)$, для которой

$$\overline{P}^n(A) = T \setminus P^n(A) \neq \varnothing,$$

назовем нетривиальной.

Теорема. *Для радиуса устойчивости* $\rho^n(A)$ *векторной нетривиальной задачи* $Z^n(A)$, $n \geq 1$, *справедливы следующие достижимые оценки*:

$$\frac{1}{2} \min_{t \in \overline{P}^n(A)} \max_{t' \in T \setminus \{t\}} \min_{i \in N_n} q_i(t, t', A_i) \leq \rho^n(A) \leq \frac{1}{2} \|A\|_\infty$$

М.М. Еременко, *ассистент*

БГЭУ (Минск)

ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ЭФФЕКТИВНОЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ СЭЗ

Эффективное развитие свободных экономических зон (СЭЗ) обусловлено созданием в них специальных условий, стимулирующих образование предприятий с отечественным (особенно с иностранным) капиталом готовых работать по установленным зональным законодательством правилам. На развитие СЭЗ оказывает влияние большое количество факторов, выделенных на основе аналитического обзора научной информации по данной тематике. Выделенный комплекс факторов классифицирован по двум признакам в зависимости от способности к изменениям и среды организации (рис. 1).