

винеровский процесс (броуновское движение). Тогда случайный вектор  $\pi = (\pi^1(t), \dots, \pi^n(t))$  называется портфелем или стратегией инвестора, а его стоимость задается уравнением

$$dX(t) = (X(t)((1 - \pi^1)r + \pi\mu) - c(t))dt + \pi\sigma X(t)dW(t), \quad X(0) = x,$$

где  $x$  — стартовый капитал;  $\underline{1} = (1, \dots, 1)^T$  —  $n$ -мерный единичный вектор.

Принимая решения о вложении средств, инвесторы обычно анализируют ожидаемый денежный результат, который не всегда является оптимальным критерием. Это связано с тем, что стоимость денег меняется в зависимости от ситуации. В таких случаях удобнее определять полезность денег и строить инвестиционную стратегию так, чтобы добиться максимальной полезности для инвестора. Следовательно, задача оптимизации портфеля заключается в нахождении такой стратегии  $\pi$ , чтобы ожидаемая полезность инвестиций для инвестора в конечный момент времени  $T$  была наибольшей

$$E[U(X(T))] \rightarrow \max,$$

где  $U(\cdot)$  — функция полезности инвестиций.

Решение данной задачи с использованием мартингалного подхода предполагает деление ее на две части: статичную задачу оптимизации (определение оптимального денежного потока) и задачу представления (нахождение стратегии, удовлетворяющей уже определенному потоку платежей). При этом в зависимости от нужд инвестора можно найти оптимальный портфель, состоящий только из акций или деривативов, или же смешанный.

*Е.А. Криштапович, ассистент  
Ф.Р. Мирзоянов  
БЭУ (Минск)*

## **ПРИМЕНЕНИЕ МАГИСТРАЛИ ФОН НЕЙМАНА НА ПРИМЕРЕ ЭКОНОМИКИ США**

В настоящее время проблема обеспечения стабильного экономического роста является одной из ключевых проблем экономики.

Магистраль фон Неймана (магистральная модель равновесного роста) — пропорции валового производства, при которых обеспечивается сложившаяся структура потребления и достигается наибольший ежегодный экономический рост.

Данные статистики по межотраслевому балансу (Input-Output balance) экономики США за 2005, 2006 и 2007 гг. позволяют наглядно продемонстрировать как саму модель, так и процесс ее построения, сравнение с реально сложившейся структурой потребления.

Построение магистрали фон Неймана для экономики США потребовало произвести ряд вычислений:

- 1) матрицы коэффициентов прямых затрат;
- 2) вектора относительной условно-чистой продукции;
- 3) суммарного конечного продукта;
- 4) вектора, определяющего структуру потребления;
- 5) прироста валового производства;
- 6) матрицы коэффициентов капиталоемкости;
- 7) характеристической матрицы и ее характеристического многочлена;
- 8) наибольшего собственного значения (темпа роста);
- 9) ортонормированного базиса из собственных векторов;
- 10) вектора, отвечающего оптимальному значению темпа роста.

Для построения магистрали использовалась интерактивная система Mathworks Matlab R2006a, а также приложение Microsoft Office Excel 2007.

В результате произведенных вычислений была получена искомая модель.

Оптимальный темп роста  $\approx 5,11\%$ . Соответствующий ему вектор:

Name	Магистраль фон Неймана
Agriculture, forestry, fishing, and hunting	2,92 %
Mining	2,10 %
Utilities	0,02 %
Construction	1,33 %
Manufacturing	26,07 %
Wholesale trade	8,34 %
Retail trade	0,12 %
Transportation and warehousing	7,12 %
Information	6,82 %
Finance, insurance, real estate, rental, and leasing	22,92 %
Professional and business services	17,32 %
Educational services, health care, and social assistance	0,24 %
Arts, entertainment, recreation, accommodation, and food services	1,72 %
Other services, except government	2,32 %
Government	0,65 %