

При этом эффект взаимодействия, возникающий на базе обобществления процесса производства, относится к числу фундаментальных свойств внутренней организации современной экономики [См.: 4].

В свою очередь, реализация эффекта взаимодействия, требующая поддержания паритета (равенства) между различными видами ресурсов и гармонизации экономики, возможна лишь при формировании адекватного механизма его осуществления.

По мере развития человеческого общества знания становятся самым мощным двигателем развития производства. В этой связи А. Маршалл отмечал, что со временем «значительную часть капитала составляют знания и организация... Знание - это наш самый мощный двигатель производства. Оно позволяет нам подчинить себе природу и заставить ее силы удовлетворять наши потребности» [См.: 6].

## Литература:

1. Белоусов В.М. Институционалисты: теория социального контроля над несовершенством рынка // Белоусов В.М., Ершова Т.В. История экономических учений. – Ростов н/Д: Феникс, 1999.
2. Ведев А., Данилов Ю., Масленников Н., Моисеев С. Структурная модернизация финансовой системы России // Вопросы экономики. – 2010. – №5.
3. Кейнс Д.М. Общая теория занятости, процента и денег. – М.: Прогресс, 1978.
4. Клейнер Г. Системный ресурс экономики // Вопросы экономики. – 2011. – №1.
5. Коландер Д. и др. Финансовый кризис и провалы современной экономической науки // Вопросы экономики. – 2010. – №6.
6. Маршалл А. Принципы политической экономии. – М.: Прогресс, 1983.
7. Норт Д. Институты, институциональные изменения и функционирование экономики. – М.: Фонд экономической книги «Начала», 1997.
8. Норт Д. Институциональные изменения: рамки анализа // Вопросы экономики. – 1997. – №3.
9. Суэтин А. О причинах современного финансового кризиса // Вопросы экономики. – 2009. – №1.

*М.Е. Желудкевич, канд.тех.наук, доцент  
УО «БГЭУ» (г. Минск)*

## АПРОКСИМАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ В ЭКОНОМЕТРИКЕ

Традиционный эконометрический подход при определении взаимосвязи между экономическими показателями, характеризующими функционирование экономического объекта состоит в построении регрессионной модели и последующем анализе качества полученной модели.

В простейшем случае для пары экономических показателей  $X_i$  и  $Y_i$  ( $i = \overline{1, N}$ ), где  $N$  - обычно определяет число месяцев года, используется линейная парная регрессия

$$\hat{Y}_i = \hat{A}_1 X_i + \hat{A}_0, \quad (1)$$

где  $\hat{Y}_i, \hat{A}_1, \hat{A}_0$  – расчетные значения экономического показателя  $Y_i$  и расчетные значения коэффициентов модели, определяемые по реализациям  $Y_i$  и  $X_i$  (МНК-оценки).

Для анализа модели удобно использовать следующую форму (паспорт модели), определяемую Excel и позволяющую определить качество модели в целом и достоверность параметров модели

$$\begin{array}{l}
 \hat{A}_1 \quad \hat{A}_0 \\
 \hat{\delta}_A \quad \hat{\delta}_{A_0} \\
 R^2 \quad \hat{\delta}_y \\
 F_{cm} \quad f \\
 \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2
 \end{array} \quad (2)$$

Параметры паспорта модели (2) представим, используя соответствующие матричные формы, где

$$1. Y = AX, \hat{A} = (X^T X)^{-1} X^T Y;$$

$$2. \hat{\delta}_{A_j}^2 = \hat{\delta}_y^2 B_j, \text{ где } B_j - \text{диагональный элемент матрицы } B = (X^T X)^{-1};$$

$$3. \hat{\delta}_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2;$$

$$4. F_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \cdot f}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}; f = N-2, \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i;$$

$$5. R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}.$$

В соответствии с представлением (1)  $Y_i$  рассматривается как зависимая (эндогенная) переменная, а  $X_i$  как независимая (экзогенная) переменная.

Классический подход состоит в использовании понятия условного математического ожидания  $M(Y/X)$ , который определяет, что каждому значению экзогенной переменной  $X_i$  соответствует набор значений эндогенной переменной, удовлетворяющий, как правило, нормальному распределению. Таким образом, каждое значение экзогенной переменной определяет «среднее» значение эндогенной переменной нормального набора значений. Для реального экономического объекта каждому конкретному значению экзогенной переменной  $X_i$  соответствует свое конкретное значение  $Y_i$ . Поэтому подбор расчетных значений  $\hat{Y}_i$  можно определить как аппроксимацию фактических значений  $Y_i$  некоторой, в общем случае, нелинейной зависимостью  $\hat{Y}_i(X_i)$ . А выражение (1) представляется как начальная, удобная форма аппроксимации фактических значений  $Y_i$ . Кроме того, необходимо учитывать, что на эндогенную переменную помимо экзогенной переменной  $X_i$  оказывает влияние целый комплекс сопутствующих переменных как внутренних производственных факторов, так и внешних, в частности, погодно-климатических.

Отмеченные обстоятельства приводят к тому, что расчетные значения  $\hat{Y}_i$  не будут совпадать с фактическими  $Y_i$ , т.е. появятся отклонения (невязки)  $(Y_i - \hat{Y}_i)$ , которые можно считать как реализацию некоторого случайного процесса, которую необходимо исследовать.

С этой целью дальнейшим развитием аппроксимационного подхода необходимо использование точной аппроксимации фактических значений экономических показателей  $Y_i$  и  $X_i$  некоторым семейством ортогональных функций (полиномов) (Фурье, Лежандра, Чебышева) [1].

Можно записать

$$Y_i = \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_j \phi_j(i, N), \quad X_i = \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \phi_j(i, N) \quad (3)$$

где функции  $\phi_j(i, N)$  удовлетворяют следующему условию:

$$\sum_{i=1}^N \phi_m(i, N) \cdot \phi_n(i, N) = \begin{cases} 0, m \neq n \\ \sum_{i=1}^N \phi_m^2(i, N) = \sum_{i=1}^N \phi_n^2(i, N) \end{cases} \quad (4)$$

где суммы квадратов  $\sum_{i=1}^N \phi_m(i, N)$  известны численные значения

Подставляя значения разложений  $Y_i$  и  $X_i$  в выражении (1) получим

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= \hat{A}_1 \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \cdot \phi_j(i, N) + \hat{A}_0 \\ \bar{Y}_i &= \sum_{j=0}^{N-1} X_j \cdot \phi_j(i, N) \end{aligned} \quad (5)$$

тогда для невязок получим следующее выражение

$$\begin{aligned} Y_i - \hat{Y}_i &= \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_j \cdot \phi_j(i, N) - \hat{A}_1 \sum_{j=0}^{N-1} \beta_j \cdot \phi_j(i, N) - \hat{A}_0 = \\ &= \alpha_0 - \hat{A}_1 \phi_0(i, N) - \hat{A}_0 + \sum_{j=1}^{N-1} (\alpha_j - \hat{A}_1 \beta_j) \phi_j(i, N) \end{aligned} \quad (6)$$

Учитывая, что

$$\alpha_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i, \quad \beta_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \alpha_0 = \hat{A}_1 \beta_0 + \hat{A}_0$$

и обозначая

$$C_j = \alpha_j - \hat{A}_1 \beta_j$$

получим

$$Y_i - \hat{Y}_i = \sum_{j=1}^{N-1} C_j \cdot \phi_j(i, N) \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{j=1}^{N-1} C_j^2 \sum_{i=1}^N \phi_j^2(i, N) \quad (8)$$

Таким образом, полученные выражения (7) и (8) определяют природу невязок и значения суммы квадратов невязок. Невязки как реализация случайного процесса определяется аналогичным ортогональным базисом  $\|\phi_j \cdot (i, N)\|_{j=1, N-1}$ . При использовании тригонометрических функций (рядов Фурье, ортогональные дискретные тригонометрические полиномы и функции Чебышева) делается вывод, что  $Y_i, X_i$  и невязки  $(Y_i - \hat{Y}_i)$  имеют одинаковый частотный спектр, эти компоненты взаимосвязаны. Любая коррекция невязок будет вызывать коррекцию коэффициентов разложений экономических показателей (6), что вызовет нарушение несмещенности оценок коэффициентов этих разложений и параметров модели (1).

Использование аппроксимационных подходов открывает широкие возможности в использовании надежных и точных вычислительных процедур определения параметров многофакторных (множественных) регрессий.

## Литература:

1. Чураков Е.П. Математические методы обработки данных в экономике. Учебн. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2004 – 204с.