Учреждение образования
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный
экономический университет»

_____ А.В. Егоров
«24» ____12____ 2025.
Регистрационный № УД-6811-25 /уч.

МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

2025

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-09-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика».

СОСТАВИТЕЛЬ:

И. В. Денисейко, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И. В. Кашникова, заведующий кафедрой микропроцессорных систем и сетей Института информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

О. В. Гулина, заместитель декана факультета экономики и менеджмента учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 5 от 21.11.2025);

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям)», «Прикладная математика», «Экономика» с профилизацией «Анализ данных в экономике и бизнесе» учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 2 от 25.11.2025);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 3 от 23 12 2025)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Многомерный статистический анализ» направлена на развитие многомерного мышления, умений и навыков использования методов прикладного статистического моделирования в практической работе специалистов, занимающихся бизнес-аналитикой. Она является инструментально-аналитической базой обоснования и принятия хозяйственных решений.

Цель преподавания учебной дисциплины – постановка и решение прикладных экономических задач большой размерности с применением количественных методов преобразования исходной системы показателей в рамках многомерных статистических и эконометрических моделей.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач:**

- строить исходную систему статистических данных в трехмерном представлении по объектам наблюдения, выделенным статистическим признакам-переменным и времени;
- овладеть методами признаковой классификации объектов, снижения размерности исходной системы статистических данных и корреляционного анализа количественных, порядковых и категориальных переменных;
- совершенствовать навыки использования статистических пакетов прикладных программ;
- уметь обосновывать управленческие решения по повышению эффективности хозяйствования, улучшению финансового состояния организации.

В результате изучения учебной дисциплины «Многомерный статистический анализ» формируется следующая **компетенция**:

специализированная:

– выявлять закономерности функционирования экономических систем на основе анализа статистических данных. Осуществлять признаковую классификацию многомерных наблюдений методами кластерного анализа, снижать размерность данных с применением методов стохастического факторного анализа.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные методы и алгоритмы реализации многомерного статистического анализа;
- прикладные пакеты программных продуктов по обработке статистических данных;

уметь:

- строить многомерные статистические модели экономических объектов и показателей;
- проводить экономический анализ полученных результатов;

– решать экономические задачи методами многомерной статистики с использованием компьютерных и программных средств по реальным данным;

иметь навык:

– применения полученных знаний при практической аналитической работе.
– использования современных информационных технологий для реализации алгоритмов многомерного статистического анализа.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В рамках учебной дисциплины предусмотрено выполнение расчетно-графической работы.

Учебная дисциплина относится к модулю «Эконометрика и статистика» компонента учреждения образования.

Учебные дисциплины, усвоение которых необходимо для изучения данной учебной дисциплины – «Экономическая статистика», «Эконометрика». Учебные дисциплины, для усвоения которых важна данная дисциплина – «Прикладные математические модели в отраслях экономики».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 108,

для дневной формы обучения:

аудиторных – 68 часов, из них лекции 34 часа, практические занятия – 14 часов, лабораторные занятия – 20 часов.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

6 семестр – лекции 34 часа, практические занятия – 14 часов, лабораторные занятия – 20 часов.

Самостоятельная работа студента – 40 часов.

Трудоемкость – 3 з.е.

Формы промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в многомерный статистический анализ

Понятие многомерного статистического анализа, его место и роль в социально-экономических исследованиях. Задачи, решаемые при помощи методов многомерного статистического анализа. Классификация методов многомерного статистического анализа: методы изучения корреляционных связей; методы снижения размерности признакового пространства; методы многомерной классификации. Область применения методов многомерного статистического анализа. Построение исходной системы данных в виде матрицы «объект-свойство» и матрицы парных сравнений объектов и признаков.

Тема 2. Статистическое оценивание и сравнение многомерных случайных величин

Статистические гипотезы в анализе одномерных и многомерных случайных величин. Проверка гипотезы о равенстве вектора средних значений заданному вектору. Критерий Хотеллинга. Проверка гипотезы о равенстве двух векторов средних значений.

Тема 3. Корреляционный анализ многомерной генеральной совокупности

Корреляционный анализ количественных признаков. Ранговая корреляция (коэффициент ранговой корреляции Спирмена, коэффициент конкордации Кендалла). Корреляция категориальных переменных. Применение корреляционного анализа в экспертном оценивании (метод парных сравнений, метод структурирования функции качества).

Тема 4. Кластерный анализ

Общая характеристика методов кластерного анализа. Меры сходства и различия объектов. Меры расстояний между объектами. Расстояния между кластерами.

Основные типы задач кластерного анализа и основные типы кластерных процедур. Иерархический кластерный анализ. Агломеративный и дивизимный алгоритмы иерархического кластерного анализа. Геометрическая иллюстрация результатов иерархического кластерного анализа. Дендрограмма. Итеративные методы кластерного анализа. Метод k-средних. Оценка результатов разбиения на кластеры. Функционалы качества классификации. Реализация методов кластерного анализа в SPSS.

Тема 5. Дискриминантный анализ

Основные положения дискриминантного анализа. Дискриминантные функции и их геометрическая интерпретация. Расчет коэффициентов дискриминантной функции. Методы классификации с обучением. Линейный дискриминантный анализ в случае наличия двух и более обучающих выборок.

Тема 6. Факторный анализ

Сущность методов факторного анализа и их классификация. Фундаментальная теорема факторного анализа Тэрстоуна.

Метод главных компонент. Система линейных уравнений для определения значений главных компонент. Понятие факторных нагрузок. Матрица факторных нагрузок и экономическая интерпретация ее элементов. Вычисление значений главных компонент. Интерпретация главных компонент. Определение вклада каждой компоненты в суммарную дисперсию исходных переменных. Использование главных компонент при проведении корреляционно-регрессионного анализа.

Сущность метода главных факторов. Разложение дисперсии в факторном анализе. Критерии определения числа общих факторов. Вращение пространства общих факторов. Статистическая оценка надежности решений в факторном анализе. Реализация методов факторного анализа в SPSS.

Тема 7. Многомерное метрическое шкалирование

Многомерное шкалирование как метод построения условных координатных осей или метод латентно-структурного анализа. Сущность многомерного шкалирования в экономических исследованиях. Основные понятия и методы многомерного шкалирования. Представление и первичная обработка данных в многомерном шкалировании. Постановка задачи метрического многомерного шкалирования. Построение новой системы координат с точностью до ортогонального преобразования. Решение задачи метрического многомерного шкалирования в рамках модели Торгерсона. Реализация метрического многомерного шкалирования в SPSS.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
6 семестр										
Тема 1	Введение в многомерный статистический анализ	2							[1, 2, 6]	Опрос
Тема 2	Статистическое оценивание и сравнение многомерных случайных величин	2							[1, 2, 5, 6]	Опрос
Тема 3	Корреляционный анализ многомерной генеральной совокупности	6							[1–3, 5, 6]	Опрос
	Корреляционный анализ многомерной генеральной совокупности		4						[1–3, 5, 6]	Экспресс-опрос
	Корреляционный анализ многомерной генеральной совокупности				6				[1–3, 5, 6]	Отчет
Тема 4	Кластерный анализ	6							[1–6]	Опрос
	Кластерный анализ		2						[1–6]	Экспресс-опрос
	Кластерный анализ				2				[1–6]	Отчет
Тема 5	Дискриминантный анализ	6							[1–3, 5, 6]	Экспресс-опрос
	Дискриминантный анализ		2						[1–3, 5, 6]	Экспресс-опрос
	Дискриминантный анализ				4				[1–3, 5, 6]	Отчет
Тема 6	Факторный анализ	6							[1–6]	Опрос
	Факторный анализ		2						[1–6]	Учебное задание
	Факторный анализ				4				[1–6]	Отчет
Тема 7	Многомерное метрическое шкалирование	6							[2, 3, 6]	Опрос

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
	Многомерное метрическое шкалирование		4						[2, 3, 6]	Учебное задание, контрольная работа
	Многомерное метрическое шкалирование				4				[2, 3, 6]	Отчет, контрольная работа
	Итого 6 семестр	**34**	**14**		**20**					**Экзамен**
	Всего часов	**34**	**14**		**20**					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная:

1. Многомерный статистический анализ в экономических задачах: компьютерное моделирование в SPSS : учебное пособие / под ред. И.В. Орловой. — Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2024. — 310 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9558-0108-7. — Текст : электронный. — URL: https://znanium.com/catalog/product/2073497 (дата обращения: 04.12.2025). — Режим доступа: по подписке.

2. Ниворожкина, Л. И. Многомерные статистические методы в экономике : учебник / Л. И. Ниворожкина, С. В. Арженовский. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2023. — 203 с. — ISBN 978-5-369-01621-3. — Текст : электронный. — URL: https://znanium.com/catalog/product/1048326 (дата обращения: 04.12.2025). — Режим доступа: по подписке.

3. Сошникова, Л. А. Многомерный статистический анализ : практикум : [учебное пособие для студентов учреждений высшего образования] / Л. А. Сошникова, Е. Е. Шарилова. — Минск : БГЭУ, 2024. — 229, [1] с.

4. Дуброва, Т. А. Статистические методы снижения размерности и кластеризации в экономике : учебное пособие для вузов / Т. А. Дуброва, М. А. Есенин ; под ред. Т.А. Дубровой. — Москва : Дашков и К, 2024. — 127 с.

Дополнительная:

5. Дубров, А. М. Многомерные статистические методы : учебник / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. — М. : Финансы и статистика, 2003. — 352 с.

6. Многомерный статистический анализ в экономике : учеб. пособие для вузов / Л. А. Сошникова [и др.]; под ред. проф. В. Н. Тамашевича. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 1999. — 598 с.

Перечень вопросов для проведения экзамена

1. Задачи и методы многомерного статистического анализа. Формы представления исходных данных.
2. Основные проблемы, решаемые в многомерном статистическом анализе.
3. Основные этапы многомерного статистического анализа.
4. Виды и описание используемых в прикладной статистике шкал исходных данных.
5. Распределение и характеристики многомерной совокупности (генеральная и выборочная совокупности; дискретные и непрерывные законы распределения случайной величины; эмпирическое и теоретическое распределение; многомерная генеральная совокупность; многомерный признак; многомерное наблюдение).
6. Многомерное нормальное распределение (плотность распределения; математическое ожидание; ковариационная матрица).
7. Статистические оценки многомерной генеральной совокупности (математическое ожидание; оценка ковариационной и корреляционной матриц).
8. Корреляционный анализ количественных признаков.
9. Ранговая корреляция (коэффициент ранговой корреляции Спирмена, коэффициент конкордации Кендалла).
10. Корреляция категориальных переменных.
11. Применение корреляционного анализа в экспертном оценивании (метод парных сравнений, метод структурирования функции качества).
12. Общая характеристика методов кластерного анализа (определение, задачи, методы).
13. Меры сходства и различия между объектами.
14. Расстояния между кластерами.
15. Общий принцип и алгоритм метода иерархического кластерного анализа.
16. Агломеративный и дивизимный алгоритмы иерархического кластерного анализа.
17. Алгоритм метода k-средних.
18. Функционалы качества разбиения объектов на кластеры.
19. Основные положения дискриминантного анализа.
20. Линейная дискриминация при наличии двух обучающих выборок (геометрическая интерпретация).
21. Алгоритм и расчетные формулы для проведения линейной дискриминации при наличии двух обучающих выборок.
22. Сущность методов факторного анализа и их классификация.
23. Виды и свойства факторов в факторном анализе.
24. Алгоритм метода главных компонент. Их свойства. Критерии отбора главных компонент.
25. Методика факторного анализа в случае одного объясняющего фактора.

26. Методика факторного анализа в случае нескольких объясняющих факторов (особенности поиска редуцированной матрицы корреляций; поиск матрицы факторных нагрузок).
27. Вращение матрицы факторных нагрузок в случае наличия 2 и 3 факторов. Критерий оптимального вращения.
28. Суть многомерного шкалирования. Понятия, используемые в многомерном шкалировании. Классификация методов многомерного шкалирования.
29. Классическая модель многомерного шкалирования Торгерсона.

Перечень лабораторных занятий

1. Корреляционный анализ многомерной генеральной совокупности.
2. Кластерный анализ.
3. Дискриминантный анализ.
4. Факторный анализ.
5. Многомерное шкалирование.

Перечень компьютерных программ, наглядных и других пособий, методических указаний и материалов, технических средств обучения, оборудования для выполнения лабораторных работ

1. Microsoft Excel.
2. SPSS Statistics.

Организация самостоятельной работы студентов

Для получения компетенций по учебной дисциплине важным этапом является самостоятельная работа студентов.

На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 40 часов.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

– самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических и лабораторных занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;

– углубленное изучение разделов, тем, отдельных вопросов, понятий;

– подготовка к практическим и лабораторным занятиям;

– подготовка к выполнению контрольных работ;

– подготовка отчетов по результатам выполнения лабораторных работ;

– работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;

– выполнение информационного поиска и составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;

– подготовка к сдаче промежуточной аттестации.

Контроль качества усвоения знаний

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущей и промежуточной аттестаций.

Мероприятия *текущей аттестации* проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

экспресс-опрос на аудиторных занятиях;

опрос;

учебное задание;

отчет по лабораторной работе;

контрольная работа;

иные формы.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится три раза в семестр.

Результаты текущей аттестации за семестр, полученные в ходе проведения мероприятий текущей аттестации, оцениваются отметкой в баллах по десятибалльной шкале и отражаются в ведомости текущей аттестации по учебной дисциплине.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения мероприятий текущего контроля) по учебной дисциплине, предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

Отметка «зачтено / не зачтено» по учебной дисциплине формируется на основе оценки полученных знаний на зачете с учетом рейтинга согласно «Положению о рейтинговой системе оценки знаний, умений и навыков студентов в УО «БГЭУ».

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
1. Экономическая статистика	Кафедра статистики	Замечаний и предложений нет _____ С.Ю.Высоцкий	

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»,
(Регистрационный №_____ от _____)
на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математических методов в экономике
(протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета