Учреждение образования
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный
экономический университет»

_____ А.В. Егоров
«24» ___12___ 2025.
Регистрационный № УД-6912-25 /уч.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

2025

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-09-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика»

СОСТАВИТЕЛЬ:

И. В. Денисейко, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И. В. Кашникова, заведующий кафедрой микропроцессорных систем и сетей Института информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

А. В. Конюх, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 5 от 21.11.2025);

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям)», «Прикладная математика», «Экономика» с профилизацией «Анализ данных в экономике и бизнесе» учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 2 от 25.11.2025);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 3 от 23 12 2025)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Численные методы» направлена на изучение основ теории вычислительных алгоритмов математики и аспектов их практического использования.

Цель преподавания учебной дисциплины – ознакомление обучающихся с теоретическими основами решения прикладных математических задач с использованием численных алгоритмов, что позволит приобрести знания и навыки оптимального выбора процедуры решения реальных экономических задач и их программирования.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач:**

- изучение алгоритмов решения прикладных математических задач;
- формирование навыков в выборе алгоритма для решения конкретной задачи и умения запрограммировать данный алгоритм;
- приобретение практического опыта при решении типовых задач.

В результате изучения учебной дисциплины «Численные методы» формируется следующая **компетенция**:

базовая профессиональная:

– использовать принципы численных методов и навыки прикладного численного моделирования для решения основных задач высшей математики и математической физики, выбирать оптимальный алгоритм для решения конкретных задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные методы решения прикладных математических задач;
- методы решения нелинейных уравнений и систем;
- основные понятия и методы приближения функций;
- методы численного дифференцирования и интегрирования.

уметь:

- решать нелинейные уравнения и системы;
- строить приближения функций;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных экономических задач на компьютере.

иметь навык:

- программирования расчетных алгоритмов в пакете MATLAB;
- применения изучаемых методов при решении прикладных задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В рамках учебной дисциплины предусмотрено выполнение расчетно-графической работы.

Учебная дисциплина относится к модулю «Методы численного анализа» государственного компонента.

Учебные дисциплины, усвоение которых необходимо для изучения данной учебной дисциплины – «Основы высшей алгебры», «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Вычислительные методы алгебры». Учебные дисциплины, для усвоения которых важна данная дисциплина – «Численные методы математической физики», «Компьютерное моделирование экономических систем».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 216,

для дневной формы обучения:

аудиторных – 102 часа, из них лекции 56 часов, практические занятия – 12 часов, лабораторные занятия – 34 часа.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

6 семестр – лекции 56 часов, практические занятия – 12 часов, лабораторные занятия – 34 часа.

Самостоятельная работа студента – 114 часов;

Трудоемкость – 6 з.е.

Форма промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Методы решения нелинейных уравнений

Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем. Метод итераций решения нелинейных уравнений и систем. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений. Вариационный подход к решению нелинейных систем. Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационных задач. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска.

Тема 2. Методы численного дифференцирования и интегрирования

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический выбор шага интегрирования.

Тема 3. Методы приближения функций

Интерполирование. Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Интерполяционная формула Стирлинга. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами.

Сплайн-приближение. Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование. Построение кубического сплайна. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна.

Наилучшие приближения. Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Метод наименьших квадратов. Среднеквадратичные приближения. Применение интерполирования к вычислению производных. Погрешность формул приближенного дифференцирования.

Тема 4. Методы решения дифференциальных уравнений

Методы решения задачи Коши. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Одношаговые методы типа Рунге-Кутта. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Главный член погрешности. Правило Рунге. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса. Метод Гира.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»
Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
6 семестр										
Тема 1	Методы решения нелинейных уравнений	8							[1, 2, 4, 5]	Опрос
	Методы решения нелинейных уравнений		2						[1, 2, 4, 5]	Опрос, учебное задание
	Методы решения нелинейных уравнений				4				[1, 2, 4, 5]	Отчет
Тема 2	Методы численного дифференцирования и интегрирования	10							[1–9]	Экспресс-опрос
	Методы численного дифференцирования и интегрирования		2						[1–9]	Учебное задание
	Методы численного дифференцирования и интегрирования				8				[1–9]	Отчет, контрольная работа
Тема 3	Методы приближения функций	24							[1–9, 11]	Опрос
	Методы приближения функций		4						[1–9, 11]	Опрос, учебное задание
	Методы приближения функций				14				[1–9, 11]	Отчет, контрольная работа
Тема 4	Методы решения дифференциальных уравнений	14							[1–6, 9, 11]	Экспресс-опрос

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
	Методы решения дифференциальных уравнений		4						[1–6, 9, 11]	Опрос, учебное задание
	Методы решения дифференциальных уравнений				8				[1–6, 9, 11]	Отчет, контрольная работа
Итого 6 семестр		**56**	**12**		**34**					**Зачет, экзамен**
Всего часов		**56**	**12**		**34**					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная:

1. Гловацкая, А. П. Вычислительные модели : учебное пособие / А. П. Гловацкая. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 395 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-16-019781-4. — Текст : электронный. — URL: https://znanium.ru/catalog/product/2083837 (дата обращения: 04.12.2025). — Режим доступа: по подписке.

2. Локтионов, И. К. Численные методы : учебник / И. К. Локтионов, Л. П. Мироненко, В. В. Турупалов ; под общ. ред. В. В. Турупалова. — Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. — 380 с. — ISBN 978-5-9729-0786-1. — Текст : электронный. — URL: https://znanium.com/catalog/ product/1902598 (дата обращения: 04.12.2025). — Режим доступа: по подписке.

Дополнительная:

3. Петров, И. Б. Введение в вычислительную математику / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. — 2-е изд., исправ. — Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. — 352 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578064 (дата обращения: 04.12.2025). — Библиогр.: с. 343 - 351. — Текст : электронный.

4. Тарасенко, Е. О. Численные методы : учебник / Е. О. Тарасенко, А. А. Алиханов, А. В. Гладков. — Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2022. — 262 с. : ил., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=712307 (дата обращения: 04.12.2025). — Текст : электронный.

5. Кувайскова, Ю. Е. Численные методы. Лабораторный практикум : учебное пособие / Ю. Е. Кувайскова. — Ульяновск : УлГТУ, 2014. — 113 с.

6. Мэтьюз, Д. Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д. Г. Мэтьюз, К. Д. Финк. — 3-е изд., пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. — 720 с.

7. Плиско, И. Г. Вычислительные методы и компьютерная алгебра: метод. рекомендации к лабораторным работам / И.Г. Плиско. — Могилев: Белорусско-российский университет, 2023. — 46 с.

8. Шарый, С. П. Курс вычислительных методов / С. П. Шарый. — Новосибирск, 2019. — 624 с.

Электронные ресурсы:

9. Белявский, С. С. Численные методы : электронный учебно-методический комплекс для студентов специальности 1-31 03 06 "Экономическая кибернетика

(по направлениям)" / С. С. Белявский // Электронная библиотека БГЭУ : [сайт]. — URL: http://edoc.bseu.by:8080/handle/edoc/20535 (дата обращения: 04.12.2025).

10. Березовская, Е. М. Методы вычислений: собственные значения и нелинейные уравнения : практическое пособие / Е. М. Березовская ; Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. — Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2024. — 46 с. — URL: https://elib.gsu.by/handle123456789/65139 (дата обращения: 09.04.2025). — Текст : электронный.

11. Муха, В. С. Вычислительные методы и компьютерная алгебра : учеб.-метод. пособие / В. С. Муха. — 2-е изд., испр. и доп. — Минск: БГУИР, 2010. — 148 с. — URL: https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/1058 (дата обращения: 04.12.2025). — Текст : электронный.

Перечень вопросов для проведения зачета, экзамена

1. Отделение корней нелинейных уравнений. Метод дихотомии.
2. Метод деления отрезка для решения нелинейных уравнений.
3. Метод хорд для решения нелинейных уравнений.
4. Метод простых итераций решения нелинейных уравнений и систем. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя.
5. Метод Ньютона для одного уравнения.
6. Видоизменения метода Ньютона. Метод Ньютона с кусочно-постоянной матрицей.
7. Видоизменения метода Ньютона. Методы продолжения по параметру
8. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.
9. Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационных задач.
10. Метод покоординатного спуска.
11. Метод градиентного спуска.
12. Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость.
13. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
14. Остаток интерполирования в форме Лагранжа.
15. Разделенные разности и их свойства.
16. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки.
17. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки.
18. Интерполяционная формула Стирлинга.
19. Интерполяционная формула Ньютона для неравномерной сетки
20. Многочлены Чебышева.
21. Минимизация остатка интерполирования.
22. Интерполирование с кратными узлами.
23. Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование.
24. Построение кубического сплайна. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна.
25. О многочленах наилучших равномерных приближений
26. Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах.
27. Метод наименьших квадратов.
28. Среднеквадратичные приближения.
29. Ортогональные многочлены и их применение для аппроксимации функций.
30. Применение интерполирования к вычислению производных.
31. Погрешность формул приближенного дифференцирования.
32. Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы прямоугольников, трапеций.
33. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурная формула Симпсона. Оценки точности квадратурных формул.

34. Принцип Рунге практического оценивания погрешностей.
35. Методы решения задачи Коши. Метод Эйлера — геометрический подход к построению.
36. Применение формулы Тейлора к построению метода Эйлера.
37. Квадратурный способ построения метода Эйлера
38. Одношаговые методы типа Рунге-Кутта.
39. Методы Рунге-Кутта произвольного и четвертого порядков
40. Линейные многошаговые методы.
41. Явные многошаговые методы Адамса
42. Неявные многошаговые методы Адамса.
43. Многошаговые методы Гира.

Перечень лабораторных занятий

1. Метод неопределенных коэффициентов при построении алгебраического интерполяционного многочлена.
2. Квадратичная интерполяция.
3. Построение интерполяционного многочлена в форме Лагранжа.
4. Построение интерполяционного многочлена в форме Ньютона.
5. Построение кубической сплайн-интерполяции.
6. Контрольная работа.
7. Вычисление определенного интеграла с использованием квадратурных формул.
8. Вычисление определенного интеграла методами трапеций и Симпсона.
9. Решение нелинейных уравнений.
10. Решение нелинейных уравнений.
11. Контрольная работа.
12. Метод наименьших квадратов при построении функций, линейных относительно параметров.
13. Метод наименьших квадратов при построении функций, нелинейных относительно параметров.
14. Решение задачи Коши методами Эйлера.
15. Решение задачи Коши многошаговыми методами.
16. Контрольная работа.

Перечень компьютерных программ, наглядных и других пособий, методических указаний и материалов, технических средств обучения, оборудования для выполнения лабораторных работ

1. Персональный компьютер.
2. MATLAB.

Организация самостоятельной работы студентов

Для получения компетенций по учебной дисциплине важным этапом является самостоятельная работа студентов.

На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 114 часов.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

– самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических и лабораторных занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;

– подготовка к выполнению контрольных работ;

– подготовка к лабораторным занятиям;

– подготовка отчетов по результатам выполнения лабораторных работ, типовых и прочих расчетов;

– работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;

– выполнение информационного поиска и составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;

– подготовка к сдаче промежуточной аттестации.

Контроль качества усвоения знаний

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущей и промежуточной аттестаций.

Мероприятия *текущей аттестации* проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

контрольная работа;

тест;

экспресс-опрос на аудиторных занятиях;

опрос;

учебное задание;

отчет о выполнении лабораторных исследований;

иные формы.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится три раза в семестр.

Результаты текущей аттестации за семестр, полученные в ходе проведения мероприятий текущей аттестации, оцениваются отметкой в баллах по десятибалльной шкале и отражаются в ведомости текущей аттестации по учебной дисциплине.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения мероприятий текущего контроля) по учебной дисциплине, предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета, экзамена.

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

Отметка по учебной дисциплине формируется на основе оценки полученных знаний *В соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний, умений и навыков студентов БГЭУ.*

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
1. Основы и методологии программирования	Экономической информатики	Замечаний и предложений нет _____ Л.В.Серебряная	

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»,
(Регистрационный №_____ от _____)
на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математических методов в экономике
(протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета