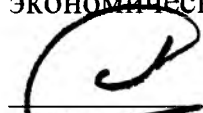


Учреждение образования
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный
экономический университет»



А.В. Егоров

«30» 06 2025.

Регистрационный № УД 6555-25/уч.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-09-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика»

СОСТАВИТЕЛЬ:

И. В. Денисейко, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И. В. Кашникова, заведующий кафедрой микропроцессорных систем и сетей Института информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

А. В. Конюх, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 11 от 13.05.2025);

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям)», «Прикладная математика», «Экономика» с профилизацией «Анализ данных в экономике и бизнесе» учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 9 от 23.05.2025);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 6 от 25.06.2025)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Вычислительные методы алгебры» направлена на изучение алгоритмов решения алгебраических задач и вопросов их применения на практике.

Цель преподавания учебной дисциплины – ознакомление обучающихся с теоретическими основами решения задач линейной алгебры на основе набора точных и примерных алгоритмов, что позволит приобрести знания и навыки оптимального выбора процедуры решения реальных задач и их программирования.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач**:

- изучение алгоритмов точного и примерного решения задач линейной алгебры;
- формирование навыков в выборе алгоритма для решения конкретной задачи и умения запрограммировать данный алгоритм;
- приобретение практического опыта при решении типовых задач.

В результате изучения учебной дисциплины «Вычислительные методы алгебры» формируется следующая **компетенция**:

базовая профессиональная:

– использовать принципы численных методов и навыки прикладного численного моделирования для решения основных задач высшей математики и математической физики, выбирать оптимальный алгоритм для решения конкретных задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и нахождения собственных значений и собственных векторов;
- методы исследования свойств приближенных алгоритмов линейной алгебры;
- основные понятия и методы решения задач теории приближения.

уметь:

- решать с применением прикладных программных продуктов основные задачи линейной алгебры, возникающие в различных областях естествознания.

иметь навык:

- программирования расчетных алгоритмов в пакете MATLAB;
- применения методов линейной алгебры при решении прикладных задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В рамках учебной дисциплины предусмотрено выполнение расчетно-графической работы.

Учебная дисциплина относится к модулю «Методы численного анализа» государственного компонента.

Учебные дисциплины, усвоение которых необходимо для изучения данной учебной дисциплины – «Основы высшей алгебры», «Линейная алгебра». Учебные дисциплины, для усвоения которых важна данная дисциплина – «Численные методы», «Компьютерное моделирование экономических систем».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 108,

для дневной формы обучения:

аудиторных – 68 часов, из них лекции 34 часа, практические занятия – 10 часов, лабораторные занятия – 24 часа.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

5 семестр – лекции 34 часа, практические занятия – 10 часов, лабораторные занятия – 24 часа.

Самостоятельная работа студента – 40 часов;

Трудоемкость – 3 з.е.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Вычислительные методы, как раздел современной математики.

Тема 1. Погрешности приближенных вычислений

Учет погрешностей приближенных вычислений. Классификация погрешностей. Общая формула для оценки главной части погрешности. Статистический и технический подходы к учету погрешности. Понятие о погрешности в машинной арифметике.

Тема 2. Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Решение задач на собственные значения, понятия корректности и устойчивости СЛАУ. Устойчивость решения СЛАУ по правой части и коэффициентная устойчивость. Число обусловленности матрицы и его свойства. Хорошо обусловленные и плохо обусловленные СЛАУ. Геометрическая интерпретация понятия обусловленности. Метод регуляризации.

Тема 3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Теорема об LU-разложении. Метод квадратного корня. Метод Жордана обращения матриц. Диагонально доминирующие матрицы. Ортогональные преобразования. Методы отражений, вращений и ортогонализации. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Связь метода прогонки с методом Гаусса.

Тема 4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Простейшая схема итерационных методов. Метод простой итерации. Теоремы сходимости. Элементы теории двухслойных итерационных методов. Основная теорема сходимости. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Итерационные методы вариационного типа и теоремы их сходимости.

Тема 5. Методы решения задач на собственные значения

Частичная проблема собственных значений. Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратных итераций.

Тема 6. Полная проблема собственных значений

Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. Прямые методы отражений и вращений. Итерационный метод вращений. LU- и QR-алгоритмы.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ»
Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
5 семестр										
	Введение	2								
Тема 1	Погрешности приближенных вычислений	4							[1–3]	Опрос
	Погрешности приближенных вычислений		2						[1–3]	Опрос
Тема 2	Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	2							[1–3]	Экспресс-опрос
Тема 3	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	10							[1–3,6,7]	Опрос
	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений		2						[1–3,6,7]	Опрос
	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений				8				[1–3,6,7]	Учебное задание, опрос, отчет, контрольная работа
Тема 4	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	8							[1–3,5–7]	Экспресс-опрос
	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений		2						[1–3,5–7]	Опрос

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений				6				[1–3,5–7]	Учебное задание, опрос, отчет, контрольная работа
Тема 5	Методы решения задач на собственные значения	4							[3–5]	Опрос
	Методы решения задач на собственные значения		2						[3–5]	Опрос
	Методы решения задач на собственные значения				4				[3–5]	Учебное задание, опрос, отчет, тест
Тема 6	Полная проблема собственных значений	4							[3–5]	Экспресс-опрос
	Полная проблема собственных значений		2						[3–5]	Опрос
	Полная проблема собственных значений				6				[3–5]	Учебное задание, опрос, отчет, контрольная работа
Итого 5 семестр		34	10		24					Зачет
Всего часов		34	10		24					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная:

1. Гловацкая, А.П. Вычислительные модели : учебное пособие / А.П. Гловацкая. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 395 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1013723. — ISBN 978-5-16-019781-4. — Текст : электронный. — URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2083837> (дата обращения: 09.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

2. Локтионов, И.К. Численные методы : учебник / И.К. Локтионов, Л.П. Мироненко, В.В. Турупалов ; под общ. ред. канд. техн. наук, проф. В.В. Турупалова. — Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. — 380 с. — ISBN 978-5-9729-0786-1. — Текст : электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1902598> (дата обращения: 09.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

3. Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. — 3-е изд. — Москва : Магистр : ИНФРА-М, 2022. — 528 с. — ISBN 978-5-9776-0489-5. — Текст : электронный. — URL: <https://znanium.com/catalog/product/1899976> (дата обращения: 09.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

Дополнительная:

4. Березовская, Е.М. Методы вычислений: собственные значения и нелинейные уравнения : практическое пособие / Е.М. Березовская ; Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. — Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2024. — 46 с. — URL: <https://elib.gsu.by/handle123456789/65139> (дата обращения: 09.04.2025). — Текст : электронный.

5. Даутов, Р.З. Основы численных методов линейной алгебры : учебное пособие / Р.З. Даутов, М.М. Карчевский ; науч. ред. М.Ф. Павлова ; Казанский (Приволжский) федеральный университет. — Казань : Казанский федеральный университет (КФУ), 2018. — 136 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=682403> (дата обращения: 09.04.2025). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-00130-010-6. — Текст : электронный.

6. Петров, И.Б. Введение в вычислительную математику / И.Б. Петров, А.И. Лобанов. — 2-е изд., исправ. — Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. — 352 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578064> (дата обращения: 09.04.2025). — Библиогр.: с. 343 - 351. — Текст : электронный.

7. Тарасенко, Е.О. Численные методы : учебник / Е.О. Тарасенко, А.А. Алиханов, А.В. Гладков. — Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2022. — 262 с. : ил., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=712307> (дата обращения: 09.04.2025). — Текст : электронный.

8. Вержбицкий, В.М. Вычислительная линейная алгебра : учеб. пособие для вузов / В.М. Вержбицкий. — М.: Высшая школа, 2009. — 351 с.
9. Горбаченко, В.И. Вычислительная линейная алгебра с примерами на MATLAB / В.И. Горбаченко. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 320 с.
10. Кувайскова, Ю.Е. Численные методы. Лабораторный практикум : учебное пособие / Ю.Е. Кувайскова. — Ульяновск : УлГТУ, 2014. — 113 с.
11. Маркова, Л.В. Вычислительные методы алгебры. Практикум : пособие / Л.В. Маркова, Е.А. Корчевская, А.Н. Красоткина. — Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2013. — 148 с.
12. Муха, В.С. Вычислительные методы и компьютерная алгебра : учеб.-метод. пособие / В.С. Муха. — 2-е изд., испр. и доп. — Минск: БГУИР, 2010. — 148 с.
13. Мэтьюз, Д.Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д.Г. Мэтьюз, К.Д. Финк. — 3-е изд., пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. — 720 с.
14. Парлетт, Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы / Б. Парлетт. — М. : Мир, 1983. — 384 с.
15. Плиско, И.Г. Вычислительные методы и компьютерная алгебра: метод. рекомендации к лабораторным работам / И.Г. Плиско. — Могилев: Белорусско-российский университет, 2023. — 46 с.
16. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры : учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. — 4-е изд., стер. — СПб. : Издательство «Лань», 2009. — 736 с.
17. Шарый С.П. Курс вычислительных методов / С.П. Шарый. — Новосибирск, 2019. — 624 с.
18. Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 496 с.

Перечень вопросов для проведения зачета

1. Учет погрешностей приближенных вычислений. Общая формула для оценки главной части погрешности.
2. Частные формулы оценки погрешностей.
3. Обратная задача теории погрешностей.
4. Статистический и технический подходы к учету погрешностей действий.
5. Понятие о погрешностях машинной арифметики.
6. Примеры неустойчивых задач и методов.
7. Матричные нормы.
8. Число обусловленности матрицы и его свойства.
9. Хорошо обусловленные и плохо обусловленные системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Примеры плохо обусловленных систем. Геометрическая интерпретация понятия обусловленности.
10. Корректные и некорректные задачи.
11. Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ.
12. Теорема об LU-разложении.
13. Методы Гаусса с выбором главного элемента.
14. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса.
15. Метод квадратного корня решения СЛАУ.
16. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Связь метода прогонки с методом Гаусса.
17. Методы ортогонализации.
18. О контроле точности и уточнении приближенного решения в рамках прямого метода.
19. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Схема итерационных методов.
20. Методы простой итерации. Основная теорема сходимости.
21. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя решения СЛАУ.
22. Метод последовательной релаксации.
23. Понятие о двухслойных и трехслойных методах.
24. Попеременно-треугольный метод.
25. О роли ошибок округления в итерационных методах.
26. Методы вариационного типа.
27. Общая постановка задачи на собственные значения.
28. Устойчивость задачи на собственные значения.
29. Некоторые свойства собственных векторов и собственных значений.
30. Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения.
31. Метод скалярных произведений вычисления наибольшего по модулю собственного значения симметричных матриц.
32. Метод обратных итераций.

33. Метод обратных итераций со сдвигом решения частной проблемы собственных значений.

34. Обратные итерации с отношениями Рэлея решения симметричных задач на собственные значения.

35. Метод вращений решения симметричной полной проблемы собственных значений.

36. LU-алгоритм для несимметричных задач на собственные значения.

37. QR-алгоритм решения симметричной полной проблемы собственных значений.

38. Использование QR-разложения матрицы для решения СЛАУ.

39. Преобразование Хаусхолдера.

40. Применение преобразования Хаусхолдера для QR-разложения матрицы.

Перечень лабораторных занятий

1. Введение в MATLAB.
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Гаусса.
3. Решение СЛАУ методом LU-факторизации.
4. Решение СЛАУ методом квадратного корня.
5. Решение СЛАУ методом прогонки.
6. Решение СЛАУ методом простой итерации.
7. Решение СЛАУ методом Гаусса-Зейделя.
8. Решение СЛАУ методом релаксации.
9. Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения матрицы.
10. Метод скалярных произведений поиска наибольшего по модулю собственного значения матрицы.
11. Методы решения симметричной полной проблемы собственных значений.
12. Алгоритмы решения несимметричных задач на собственные значения.

Перечень компьютерных программ, наглядных и других пособий, методических указаний и материалов, технических средств обучения, оборудования для выполнения лабораторных работ

1. Персональный компьютер.
2. MATLAB.

Организация самостоятельной работы студентов

Для получения компетенций по учебной дисциплине важным этапом является самостоятельная работа студентов.

На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 40 часов.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических и лабораторных занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;
- подготовка к выполнению контрольных работ;
- подготовка к лабораторным занятиям;
- подготовка отчетов по результатам выполнения лабораторных работ, типовых и прочих расчетов;
- работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- выполнение информационного поиска и составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;
- подготовка к сдаче промежуточной аттестации.

Контроль качества усвоения знаний

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущей и промежуточной аттестаций.

Мероприятия *текущей аттестации* проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

- контрольная работа;
- тест;
- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- опрос;
- учебное задание;
- отчет о выполнении лабораторных исследований;
- иные формы.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится три раза в семестр.

Результаты текущей аттестации за семестр, полученные в ходе проведения мероприятий текущей аттестации, оцениваются отметкой в баллах по десятибалльной шкале и отражаются в ведомости текущей аттестации по учебной дисциплине.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

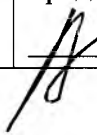
Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения мероприятий текущего контроля) по учебной дисциплине, предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

Отметка «зачтено / не зачтено» по учебной дисциплине формируется на основе оценки полученных знаний на зачете с учетом рейтинга согласно «Положению о рейтинговой системе оценки знаний, умений и навыков студентов в УО «БГЭУ».

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
1. Основы и методологии программирования	Экономической информатики	Замечаний и предложений нет  Л.В.Серебряная	

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ»,
(Регистрационный № _____ от _____)
на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
математических методов в экономике
(протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета