

Учреждение образования  
“Белорусский государственный экономический университет”

**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор учреждения образования  
“Белорусский государственный  
экономический университет”

А.В. Егоров

“ 19 ” 11 2024 г.

Регистрационный № УД 641324ч.

**МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

Учебная программа составлена на основе образовательных стандартов общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика».

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Е.В. Крюк, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат экономических наук, доцент;

Т.А. Бородина, старший преподаватель кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

И.В. Кашникова, заведующий кафедрой микропроцессорных систем и сетей учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В. Денисенко, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 4 от 15.11 2024);

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям)», «Прикладная математика», «Экономика» с профилизацией «Анализ данных в экономике и бизнесе» учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 3 от 15.11 2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 2 от 18.12 2024)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Методы оптимизации» направлена на подготовку специалистов, способных составлять математические модели практических экстремальных задач, проводить их теоретический анализ, разрабатывать самостоятельно или использовать известные методы решения, реализовывать эти методы на ЭВМ и делать выводы по изучаемой задаче. Изучение дисциплины "Методы оптимизации" является актуальным и значимым по нескольким причинам:

- широкая применимость: «Методы оптимизации» находят применение в различных областях, таких как экономика, инженерия, логистика, финансы, информационные технологии и многие другие. Они помогают решать задачи, связанные с максимизацией прибыли, минимизацией затрат, оптимизацией ресурсов и улучшением процессов;
- улучшение принятия решений: знание методов оптимизации позволяет принимать более обоснованные решения. Это особенно важно в условиях ограниченных ресурсов и высокой конкуренции, где правильный выбор может существенно повлиять на результаты деятельности;
- развитие аналитических навыков: изучение методов оптимизации способствует развитию аналитического мышления и навыков решения сложных задач. Студенты учатся формулировать проблемы, моделировать их и применять различные алгоритмы для нахождения оптимальных решений;
- инновации и технологии: в современном мире быстро развиваются технологии, такие как искусственный интеллект и машинное обучение, которые активно используют методы оптимизации для улучшения своих моделей и алгоритмов. Понимание этих методов является важным для специалистов в области технологий и экономики;
- научные исследования: «Методы оптимизации» играют ключевую роль в научных исследованиях, позволяя исследователям находить оптимальные решения в сложных задачах, связанных с анализом данных, планированием экспериментов и многими другими аспектами;
- глобальные вызовы: с учетом глобальных вызовов, таких как изменение климата, нехватка ресурсов и необходимость устойчивого развития, методы оптимизации становятся важным инструментом для разработки эффективных стратегий и решений.

Таким образом, изучение учебной дисциплины "Методы оптимизации" является необходимым для подготовки специалистов, способных эффективно решать задачи в различных сферах деятельности и адаптироваться к быстро меняющимся условиям современного мира.

**Цель** преподавания учебной дисциплины «Методы оптимизации» является изучение математического аппарата и методов, применяемых при решении экстремальных задач, возникающих в практической деятельности, особенно в экономике, при решении задач оптимального управления, распределения ресурсов, организации производства, сетевого планирования и т. п.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач:**

- освоение основных положений теории оптимизации;
- изучение различных типов оптимизационных задач и методов их решения;
- овладение навыками применения пакетов компьютерных программ для решения оптимизационных задач.
- приобретение навыков использования результатов для выработки и обоснования управленческих решений.

В результате изучения учебной дисциплины «Методы оптимизации» формируется следующая компетенция

**специализированная:**

строить и анализировать математические модели для задач принятия оптимальных решений в прикладных областях экономики, обосновывать методы теоретического исследования, включающие аппарат математического программирования, теории игр, вариационного исчисления, оптимального управления и упорядочения.

В результате изучения учебной дисциплины студенты должны:  
**знать:**

- основы методов линейного и нелинейного программирования, методов вариационного исчисления и оптимального управления;
- математический аппарат и методы, используемые при решении экстремальных задач;
- численные методы решения экстремальных задач;

**уметь:**

- использовать методы линейного и нелинейного программирования, методы вариационного и оптимального управления моделирования при решении экстремальных задач;
- использовать численные методы решения экстремальных задач;

**иметь навык:**

- решения оптимизационных задач методами математического программирования;
- разработки оптимальных решений с использованием экономико-математических методов и ПК;
- научных исследований экономических и производственных процессов с применением математических методов оптимальных решений и ПК.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач:**

- освоение основных положений теории оптимизации;
- изучение различных типов оптимизационных задач и методов их решения;
- овладение навыками применения пакетов компьютерных программ для решения оптимизационных задач.
- приобретение навыков использования результатов для выработки и обоснования управленческих решений.

В результате изучения учебной дисциплины «Методы оптимизации» формируется следующая компетенция

**специализированная:**

строить и анализировать математические модели для задач принятия оптимальных решений в прикладных областях экономики, обосновывать методы теоретического исследования, включающие аппарат математического программирования, теории игр, вариационного исчисления, оптимального управления и упорядочения.

В результате изучения учебной дисциплины студенты должны:

**знать:**

- основы методов линейного и нелинейного программирования, методов вариационного исчисления и оптимального управления;
- математический аппарат и методы, используемые при решении экстремальных задач;
- численные методы решения экстремальных задач;

**уметь:**

- использовать методы линейного и нелинейного программирования, методы вариационного и оптимального управления моделирования при решении экстремальных задач;
- использовать численные методы решения экстремальных задач;

**иметь навык:**

- решения оптимизационных задач методами математического программирования;
- разработки оптимальных решений с использованием экономико-математических методов и ПК;
- научных исследований экономических и производственных процессов с применением математических методов оптимальных решений и ПК.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Учебная дисциплина относится к модулю «Математические методы принятия решений» компонента учреждения образования.

Учебная дисциплина «Методы оптимизации» опирается на учебные дисциплины: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальное и интегральное исчисление», «Основы и методологии программирования», «Машинно-ориентированное программирование», «Математическая экономика».

Учебная дисциплина служит базой для изучения дисциплин «Исследование операций» и «Математические модели принятия решения».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 216, трудоемкость 6 з.е.

для дневной формы обучения:

аудиторных – 102 часа, из них лекции – 50 часов, практических занятий – 42 часа, лабораторных занятий – 10 часов.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

4 семестр – лекционных 24 часов, практических занятий 18 часов, лабораторных занятий 8 часов. Форма аттестации зачет. Самостоятельная работа студента – 56 часа. Трудоемкость 3 з.е.

5 семестр – лекционных 26 часа, практических занятий 24 часа, лабораторных занятий 2 часа. Форма аттестации экзамен. Самостоятельная работа студента – 58 часа. Трудоемкость 3 з.е.

Самостоятельная работа студента – 114 часов.

Трудоемкость 6 з.ед.

Основной программный материал излагается на лекциях и закрепляется на практических и лабораторных занятиях. Часть материала предлагается для самостоятельного изучения. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических и лабораторных занятиях, проведения самостоятельных и выполнения индивидуальных заданий. В течение семестра предусматривается проведение двух двухчасовых контрольных работ.

Формы промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

**Тема 1 Введение.** Предмет учебной дисциплины «Методы оптимизации». Методы оптимизации как средство для принятия эффективных решений в планировании и управлении производством. Модели задач: планирования производства, транспортных перевозок, о смесях (рационах, диете), размещении объектов производства, о запасах.

### **Раздел 1 Методы оптимизации линейных задач**

**Тема 2 Различные формы записи задач линейного программирования (ЗЛП).** Общая, симметричная, каноническая и произвольная формы записи ЗЛП. Переход от одной формы к другой.

**Тема 3 Графический метод решения для случая двух переменных** Геометрическая интерпретация элементов ЗЛП. Порядок решения ЗЛП графическим методом. Теорема об экстремуме целевой функции.

**Тема 4 Симплексный метод решения ЗЛП** Опорные планы. Основная теорема линейного программирования. Теорема о выборе разрешающего элемента. Признак оптимальности плана. Алгоритм симплексного метода. Вырожденность алгоритма. Монотонность и конечность алгоритма. Метод искусственного базиса. Признаки неразрешимости линейных задач, неограниченности целевой функции, множества оптимальных планов.

**Тема 5 Двойственные задачи линейного программирования** Понятие о теории двойственности. Примеры двойственных задач. Правила построения двойственных задач симметричного и общего видов. Основное неравенство Конторовича. Достаточный признак оптимальности. Теорема существования оптимальных планов. Первая основная теорема двойственности. Вторая теорема двойственности (о дополняющей нежесткости). Третья теорема двойственности (об оценках). Экономический смысл двойственной оценки. Двойственный симплекс-метод. Интервал устойчивости двойственных оценок. Использование двойственных оценок для анализа оптимального решения задач.

### **Тема 6 Методы решения транспортной задачи (ТЗ)**

Постановка ТЗ по критерию стоимости и критерию времени. Экономико-математическая модель ТЗ. Теорема о разрешимости ТЗ. Понятие открытой и закрытой модели ТЗ. Правила построения исходного опорного плана ТЗ. Теорема о ранге матрицы. Циклы и их свойства. Признак оптимальности опорного плана ТЗ. Оценки свободных клеток и их экономический смысл. Алгоритм метода потенциалов. Усложненные постановки ТЗ. Задача транспортного типа с максимизируемой целевой функцией и особенности ее решения методом потенциалов.

Постановка ТЗ в сетевой форме и метод потенциалов для их решения.

**Тема 7 Методы оптимизации целочисленных линейных задач (ЦЛЗ)** Постановка ЦЛЗ. Краткая характеристика методов решения ЦЛЗ. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.

## **Раздел 2 Методы решения задач динамического программирования**

**Тема 8** Понятие о задачах динамического программирования. Математическая формулировка принципа оптимальности Беллмана. Вычислительная схема метода динамического программирования. Реализация принципа оптимальности для решения задач: определения оптимального плана замены оборудования, об оптимальном распределении капитальных вложений, об оптимальном маршруте доставки груза, о разработке оптимальной производственной программы.

## **Раздел 3 Методы оптимизации нелинейных задач (НЛЗ)**

**Тема 9** Постановка НЛЗ. Экономико-математическая модель. Особенности решения НЗ. Понятие выпуклой и вогнутой функций, их свойства. Понятие о локальном, глобальном, абсолютном, относительном экстремумах. Теорема Куна-Таккера для общей задачи. Необходимые и достаточные условия экстремума. Понятие безусловного и условного экстремумов. Графический метод решения. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Понятие о градиентных методах. Метод наискорейшего спуска. Метод Франка-Вулфа.

## **Раздел 4 Методы оптимизации дробно-линейных задач (ДЛЗ)**

**Тема 10** Постановка ДЛЗ. Математическая модель ДЛЗ. Графический метод решения (ДЛЗ). Симплексный метод решения дробно-линейных задач. Алгоритм метода.

## **Раздел 5 Методы оптимизации параметрических линейных задач (ПЛЗ)**

**Тема 11** Постановка ПЛЗ. Математическая модель ПЛЗ. Графический метод решения ПЛЗ. Алгоритм решения ПЛЗ симплексным методом.

## **Раздел 6 Методы оптимизации многокритериальных задач (МЗ)**

**Тема 12** Постановка задачи. Математическая модель МЗ. Область компромиссов. Оптимальность по Парето. Основные проблемы, возникающие при решении МЗ. Методы решения МЗ, основанные на свертывании критерииев. Методы решения МЗ, использующие ограничения на критерии. Методы решения МЗ, целевого программирования. Методы решения МЗ, основанные на отыскании компромиссного решения.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»  
ДЛЯ ДНЕВНОЙ ФОРМЫ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Номер раздела, темы, г	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Литература	Форма контроля знаний	
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<b>4 семестр</b>										
1	Тема 1 Введение.	2							[1-4]	Опрос
2	Раздел 1 Методы оптимизации линейных задач Тема 2 Различные формы записи задач линейного программирования (ЗЛП)	2							[1-4]	Опрос
3	Тема 3 Графический метод решения для случая двух переменных	2							[1-4]	Опрос
	Графический метод решения для случая двух переменных		2						[1-4]	Упражнения на закрепление
4	Тема 4 Симплексный метод решения ЗЛП	2							[1-4]	Опрос
	Симплексный метод решения ЗЛП		4						[1-4]	Упражнения. Письменная самостоятельная работа.
5	Тема 5 Двойственные задачи линейного программирования	6							[1-4]	Опрос
	Двойственные задачи линейного программирования		2						[1-4]	Контрольная работа
	Двойственные задачи линейного программирования				2				[1-4]	Отчет по лаб-ой работе
6	Тема 6 Методы решения транспортной задачи (ТЗ).	6							[1-4]	Опрос

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Лекции	Количество аудиторных часов						Литература	Форма контроля заний
			Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Методы решения транспортной задачи (ТЗ).		6						[1-4]	Упражнения на закрепление
	Методы решения транспортной задачи (ТЗ).								[1-4]	Отчет по лаб-ой работе
7	Тема 7 Методы оптимизации целочисленных линейных задач (ЦЛЗ).	4							[1-4]	Опрос
	Методы оптимизации целочисленных линейных задач (ЦЛЗ).		4						[1-4]	Упражнения. Контрольная работа
	Методы оптимизации целочисленных линейных задач (ЦЛЗ).				2				[1-4]	Отчет по лаб-ой работе
<b>Итого 4 семестр</b>		<b>24</b>	<b>18</b>		<b>8</b>					<b>Зачет</b>
<b>5 семестр</b>										
8	Раздел 2 Методы решения задач динамического про- граммирования Тема 8 Понятие о задачах динамического программиро- вания.	7							[1-4]	Опрос
	Методы решения задач динамического программирова- ния		6						[1-4]	Упражнения.
9	Раздел 3 Методы оптимизации нелинейных задач (НЛЗ) Тема 9 Постановка НЛЗ. Экономико-математическая мо- дель. Особенности решения НЗ.	7							[1-4]	Инд-ный контроль с исп- нием разд-ого материала.
	Методы оптимизации нелинейных задач (НЛЗ)		6						[1-4]	Упражнения Самостоятельная работа

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Форма контроля знаний		
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР						
						Лекц	ПЗ	ЛЗ				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
10	<b>Раздел 4 Методы оптимизации дробно-линейных задач (ДЛЗ)</b> <b>Тема 10 Постановка ДЛЗ. Математическая модель ДЛЗ.</b>	4							[1-4]	Фронтальный опрос.		
	Методы оптимизации дробно-линейных задач (ДЛЗ)		4						[1-4]	Упражнения		
11	<b>Раздел 5 Методы оптимизации параметрических линейных задач (ПЛЗ)</b> <b>Тема 11 Постановка ПЛЗ. Математическая модель ПЛЗ. Графический метод решения ПЛЗ. Алгоритм решения ПЛЗ симплексным методом.</b>	4							[1-4]	Фронтальный опрос.		
	Методы оптимизации параметрических линейных задач (ПЛЗ)		4						[1-4]	Упражнения.		
12	<b>Раздел 6 Методы оптимизации многокритериальных задач (МЗ)</b> <b>Тема 12 Постановка задачи. Математическая модель МЗ. Область компромиссов.</b>	4							[1-4]	Фронтальный опрос.		
	Методы оптимизации многокритериальных задач (МЗ)		4						[1-4]	Упражнения. Контрольная работа		
	Методы оптимизации многокритериальных задач (МЗ)				2				[1-4]	Отчет по лаб-ой работе		
	<b>Итого 5 семестр</b>	<b>26</b>	<b>24</b>		<b>2</b>					<b>Экзамен</b>		
	<b>Всего часов</b>	<b>50</b>	<b>42</b>		<b>10</b>							

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### ЛИТЕРАТУРА

#### **Основная:**

1. Ашманов, С. А. Введение в математическую экономику. Математические модели и методы в экономике : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика" / С. А. Ашманов. – Изд. стер. – М. : ЛЕНАНД, 2022. – 293 с.
2. Гурко, А. И. Экономико-математические методы и модели : пособие для студентов и магистрантов, обучающихся по специальности направления образования "Экономика и организация производства" / А. И. Гурко ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. нац. техн. ун-т, Каф. "Инженерная экономика". - Минск : БНТУ, 2020. - 235, [1] с. : ил.
3. Поляков, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В. М. Поляков, З. С. Агаларов. – 2-е изд. – М. : Дашков и К°, 2022. – 86 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=697026> (дата обращения: 05.12.2024). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-05003-9. – Текст : электронный.
4. Эконометрика и экономико-математические методы и модели : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям / [Г. О. Читая и др.] ; под ред. Г. О. Читая, С.Ф. Миксюк. – Минск : БГЭУ, 2018. – 511 с.

#### **Дополнительная**

1. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. – М. : РИОР : ИНФРА-М, 2023. – 270 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI: <https://doi.org/10.12737/11456>. – ISBN 978-5-369-01037-2. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1930702> (дата обращения: 05.12.2024). – Режим доступа: по подписке.
2. Бабенышев, С. В. Методы оптимизации : учебное пособие / С. В. Бабенышев, Е. Н. Матеров. - Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2019. - 134 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082159> (дата обращения: 05.12.2024). – Режим доступа: по подписке.
3. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. - Минск : Новое знание ; М. : ИНФРА-М, 2016. - 297, [1] с. : ил. - (Высшее образование. Бакалавриат).
4. Гладков, Л. А. Методы решения задач оптимизации : учебное пособие / Л. А. Гладков, Н. В. Гладкова ; Южный федеральный университет. – Ро-

- стов-на-Дону ; Таганрог : Южный федеральный университет, 2019. – 119 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=598664> (дата обращения: 05.12.2024). – Библиогр.: с. 115. – ISBN 978-5-9275-3436-4. – Текст : электронный.
5. Заозерская, Л. А. Методы оптимизации: целочисленное линейное программирование : учебное пособие / Л. А. Заозерская, В. П. Ильев, Т. В. Леванова. – Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского (ОмГУ), 2020. – 40 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=614055> (дата обращения: 05.12.2024). – Библиогр.: с. 39. – ISBN 978-5-7779-2484-1. – Текст : электронный.
6. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации : учебное пособие / В. Н. Крутиков, В. В. Мешечкин ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., исправ. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 106 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600281> (дата обращения: 05.12.2024). – Библиогр.: с. 101 - 102. – ISBN 978-5-8353-2437-8. – Текст : электронный.
7. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Логос, 2020. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1212440> (дата обращения: 05.12.2024). – Режим доступа: по подписке.
8. Струченков, В. И. Прикладные задачи оптимизации. Модели, методы, алгоритмы : практическое пособие / В. И. Струченков. - Москва : СОЛОН-ПРЕСС, 2020. - 314 с. - ISBN 978-5-91359-191-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1858791> (дата обращения: 05.12.2024). – Режим доступа: по подписке.

## **Перечень вопросов для проведения зачета**

1. Предмет и задачи математического программирования. Экономические примеры. Постановка общей задачи МП.
2. Задача ЛП и различные формы ее математические записи (общая, каноническая, симметрическая). Преобразование одной формы записи ЗЛП в другую.
3. Геометрическая интерпретация целевой функции и ограничений ЗЛП. Геометрическая формулировка ЗЛП.
4. Графический метод решения ЗЛП.
5. Опорные планы ЗЛП. Соответствие между опорными планами и вершинами многогранника планов.
6. Основная теорема ЛП. Принципиальная схема решения ЗЛП, вытекающая из этой теоремы.
7. Симплексный метод решения ЗЛП. Общая идея симплекс-метода. Геометрическая иллюстрация.
8. Алгоритм построения начального опорного плана симплекс-методом. Привести пример.
9. Алгоритм построения оптимального плана симплекс-методом. Признак оптимальности опорного плана ЗЛП. Привести пример.
10. Теорема о выборе разрешающего элемента задачи, решаемой симплекс-методом.
11. Теорема об оптимальном плане задаче, решаемой симплекс-методом.
12. Вырожденность и ее устранение при решении задач симплексным методом.
13. Признак неограниченности целевой функции на множестве планов и геометрическая иллюстрация.
14. Признак бесконечности множества оптимальных планов (альтернативный оптимум) и геометрическая иллюстрация.
15. Признак неразрешимости ЗЛП и геометрическая иллюстрация.
16. Алгоритм симплекс-метода.
17. Метод искусственного базиса решения задач линейного программирования симплексным методом.
18. Понятие двойственности в ЛП. Симметричные двойственные задачи и их экономическая интерпретация. Двойственные оценки.
19. Несимметричные двойственные задачи. Связи между элементами моделей задач двойственной пары. Соответствие между переменными двойственных задач (двойственные переменные).
20. Теоремы теории двойственности.
21. Основное неравенство теории двойственности.
22. Теорема существования оптимальных планов пары двойственных задач.
23. Первая теорема теории двойственности (основная теорема двойственности) и ее экономическая интерпретация. Нахождение оптимального плана двойственной задачи по решению прямой.

- 24. Вторая теорема теории двойственности (теорема о дополняющей не-  
жесткости) и ее экономическая интерпретация.
- 25. Третья теорема теории двойственности (теорема об оценках) и ее эко-  
номическая интерпретация.
- 26. Свойства двойственных оценок (эконометрический смысл двойствен-  
ных оценок) и их применение при анализе решения ЗЛП. Интервал  
устойчивости двойственных оценок.
- 27. Формулировка и математическая модель транспортной задачи по крите-  
рию стоимости. Особенности модели как ЗЛП.
- 28. Транспортная задача с открытой и закрытой моделью. Преобразование  
открытой модели в закрытую.
- 29. Условие разрешимости транспортной задачи. Условия целочисленности  
оптимального плана.
- 30. Теорема о ранге матрицы системы ограничительных уравнений транс-  
портной задачи и ее прикладное значение.
- 31. Теорема о существовании плана транспортной задачи.
- 32. Циклы в транспортной таблице. Свойства циклов.
- 33. Способы построения начального опорного плана транспортной задачи  
(северо-западного угла, наименьшего элемента, метод Фогеля).
- 34. Процедура преобразования опорного плана транспортной задачи в но-  
вый опорный план.
- 35. Оценка (характеристика) свободной клетки транспортной таблицы, ее  
вычисление и экономический смысл.
- 36. Признак оптимальности опорного плана транспортной задачи.  
Неединственность оптимального плана.
- 37. Потенциалы поставщиков и потребителей и их вычисление.
- 38. Связь между оценками свободных клеток и потенциалами.
- 39. Алгоритм метода потенциалов.
- 40. Сетевая транспортная задача и метод ее решения.
- 41. Постановка и математическая модель задачи целочисленного линейного  
программирования. Идея решения задачи методом отсечений и его гео-  
метрическая иллюстрация.
- 42. Метод Гомори решения полностью целочисленной задачи ЛП.
- 43. Метод ветвей и границ решения целочисленных задач.

### **Перечень вопросов для проведения экзамена**

- 1. Предмет и задачи математического программирования. Экономические  
примеры. Постановка общей задачи МП.
- 2. Задача ЛП и различные формы ее математические записи (общая, кано-  
ническая, симметричная). Преобразование одной формы записи ЗЛП в  
другую.
- 3. Геометрическая интерпретация целевой функции и ограничений ЗЛП.  
Геометрическая формулировка ЗЛП.
- 4. Графический метод решения ЗЛП.

5. Опорные планы ЗЛП. Соответствие между опорными планами и вершинами многогранника планов.
6. Основная теорема ЛП. Принципиальная схема решения ЗЛП, вытекающая из этой теоремы.
7. Симплексный метод решения ЗЛП. Общая идея симплекс-метода. Геометрическая иллюстрация.
8. Алгоритм построения начального опорного плана симплекс-методом. Привести пример.
9. Алгоритм построения оптимального плана симплекс-методом. Признак оптимальности опорного плана ЗЛП. Привести пример.
10. Теорема о выборе разрешающего элемента задачи, решаемой симплекс-методом.
11. Теорема об оптимальном плане задаче, решаемой симплекс-методом.
12. Вырожденность и ее устранение при решении задач симплексным методом.
13. Признак неограниченности целевой функции на множестве планов и геометрическая иллюстрация.
14. Признак бесконечности множества оптимальных планов (альтернативный оптимум) и геометрическая иллюстрация.
15. Признак неразрешимости ЗЛП и геометрическая иллюстрация.
16. Алгоритм симплекс-метода.
17. Метод искусственного базиса решения задач линейного программирования симплексным методом.
18. Понятие двойственности в ЛП. Симметричные двойственные задачи и их экономическая интерпретация. Двойственные оценки.
19. Несимметричные двойственные задачи. Связи между элементами моделей задач двойственной пары. Соответствие между переменными двойственных задач (двойственные переменные).
20. Теоремы теории двойственности.
21. Основное неравенство теории двойственности.
22. Теорема существования оптимальных планов пары двойственных задач.
23. Первая теорема теории двойственности (основная теорема двойственности) и ее экономическая интерпретация. Нахождение оптимального плана двойственной задачи по решению прямой.
24. Вторая теорема теории двойственности (теорема о дополняющей нежесткости) и ее экономическая интерпретация.
25. Третья теорема теории двойственности (теорема об оценках) и ее экономическая интерпретация.
26. Свойства двойственных оценок (эконометрический смысл двойственных оценок) и их применение при анализе решения ЗЛП. Интервал устойчивости двойственных оценок.
27. Формулировка и математическая модель транспортной задачи по критерию стоимости. Особенности модели как ЗЛП.

28. Транспортная задача с открытой и закрытой моделью. Преобразование открытой модели в закрытую.
29. Условие разрешимости транспортной задачи. Условия целочисленности оптимального плана.
30. Теорема о ранге матрицы системы ограничительных уравнений транспортной задачи и ее прикладное значение.
31. Теорема о существовании плана транспортной задачи.
32. Циклы в транспортной таблице. Свойства циклов.
33. Способы построения начального опорного плана транспортной задачи (северо-западного угла, наименьшего элемента, метод Фогеля).
34. Процедура преобразования опорного плана транспортной задачи в новый опорный план.
35. Оценка (характеристика) свободной клетки транспортной таблицы, ее вычисление и экономический смысл.
36. Признак оптимальности опорного плана транспортной задачи. Неединственность оптимального плана.
37. Потенциалы поставщиков и потребителей и их вычисление.
38. Связь между оценками свободных клеток и потенциалами.
39. Алгоритм метода потенциалов.
40. Сетевая транспортная задача и метод ее решения.
41. Постановка и математическая модель задачи целочисленного линейного программирования. Идея решения задачи методом отсечений и его геометрическая иллюстрация.
42. Метод Гомори решения полностью целочисленной задачи ЛП.
43. Метод ветвей и границ решения целочисленных задач.
44. Понятие о динамическом программировании. Особенности решения задач. Принцип оптимальности Беллмана. Вычислительная схема метода динамического программирования
45. Задача о выборе кратчайшего пути на сети дорог и решение ее методом динамического программирования.
46. Задача об оптимальном распределении средств между предприятиями на расширение производства и решение ее методом динамического программирования.
47. Задача оптимального планирования выпуска, содержания и хранения продукции и решение ее методом динамического программирования.
48. Задача о выборе оптимальной стратегии замены устаревшего оборудования и решение ее методом динамического программирования.
49. Постановка задачи НЛП. Понятие выпуклой и вогнутой функции. Основные определения.
50. Графический метод решения задач НЛП.
51. Метод Лагранжа решения задач НЛП.
52. Градиентный метод решения задач НЛП.
53. Графический метод решения задач дробно-линейного программирования. Привести пример.

54. Симплексный метод решения задач дробно-линейного программирования.
55. Методы решения параметрических задач.
56. Понятие об аддитивных, мультипликативных и интегральных критериях оптимизации.
57. Компромиссный метод уступок решения линейных задач.
58. Метод равных относительных отклонений решения линейных задач.

### **Перечень лабораторных занятий**

1. Оптимационная задача в экономике и анализ двойственности
2. Решение и анализ транспортной задачи
3. Решение и анализ сетевой транспортной задачи
4. Решение и анализ задач целочисленного линейного программирования
5. Задачи многокритериальной оптимизации

### **Перечень компьютерных программ, наглядных и других пособий, методических указаний и материалов, технических средств обучения, оборудования для выполнения лабораторных работ**

1. Excel

### **Организация самостоятельной работы студентов**

Для получения компетенций по учебной дисциплине важным этапом является самостоятельная работа студентов.

На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 114 часов.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;
- углубленное изучение разделов, тем, отдельных вопросов, понятий;
- выполнение типовых расчетов, расчетных работ, индивидуальных практических работ, расчетно-графических работ;
- подготовка к выполнению контрольных работ;
- подготовка к практическим, лабораторным и семинарским занятиям, в том числе подготовка сообщений, тематических докладов, информационных и демонстративных материалов, рефератов, презентаций, эссе и т.д.;
- подготовка отчетов по результатам выполнения лабораторных работ, типовых и прочих расчетов, индивидуальных практических работ;

- работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- подготовку к сдаче промежуточной аттестации.

## **Контроль качества усвоения знаний**

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации.

Мероприятия *текущего* контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- опрос;
- фронтальный опрос;
- учебное задание;
- иные формы.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится три раза в семестре.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой или отметкой в баллах по десятибалльной шкале или зачленено (не зачленено) и отражаются в ведомости текущей аттестации по учебной дисциплине, модулю.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения мероприятий текущего контроля) по учебной дисциплине, предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

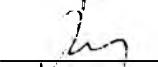
Промежуточная аттестация проводится в форме зачета (4 семестр) и экзамена (5 семестр).

## **Методика формирования отметки по учебной дисциплине**

Отметка по учебной дисциплине формируется на основе оценки полученных знаний на зачете, экзамене и рейтинговой оценки.

При формировании итоговой оценки на экзамене используется рейтинговая система оценки знаний обучающихся, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ  
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Экономическая статистика	Кафедра статистики	Замечаний и предложений нет  С.Ю. Высоцкий	<i>№ 4</i> 07.11.2012.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
«МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»  
(Регистрационный № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_)  
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математических методов в экономике  
(протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета