

А. Г. КУЛАК

ДЕМОГРАФИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТРАХОВАНИЯ ЖИЗНИ И ПЕНСИЙ

В актуарных расчетах в сфере страхования жизни и пенсий важную роль (наряду с методами теории вероятностей и основами финансовой математики) играют методы статистической оценки и анализа демографических показателей. Показатели таблиц смертности и средней продолжительности жизни разрабатываются на основе данных о смертности и возрастном составе населения и выступают исходными параметрами, необходимыми для разработки демографического прогноза, а также базисом формирования страховых тарифов и резервов в договорах страхования жизни и пенсий. В статье охарактеризована сущность показателей таблиц смертности, показаны способы их расчета, направления применения в актуарном анализе. Представлены результаты моделирования и анализа ключевых вероятностных характеристик таблиц смертности, используемых в актуарных расчетах, таких как кривая смертей, функция выживания, интенсивность смертности (для мужчин и женщин Республики Беларусь).

Ключевые слова: актуарная математика; страхование жизни; страхование пенсий; показатели таблиц смертности; функция дожития; кривая смертей; функция интенсивности смертности; актуарный анализ.

УДК 314.484, 368.91

Введение. В личном страховании неопределенность страхового случая связана со случайным характером продолжительности жизни человека — поскольку условия договоров страхования жизни и пенсий обычно предполагают страховые выплаты в связи с дожитием застрахованного до определенного возраста или его смертью, то для вычисления тарифов страховая организация должна обладать показателями, которые позволят оценить этот риск (количество лиц, доживающих до того или иного возраста, вероятность смерти в отдельных возрастах и др.).

Неопределенность момента смерти является основным источником случайности при страховании жизни, при этом неопределенность проявляется не в самом наступлении смерти (это можно считать достоверным событием), а в моменте ее наступления. Если о моменте смерти отдельного человека нельзя сказать ничего определенного, то, анализируя большую однородную группу людей, можно, подключив методы теории вероятности и математической статистики, обнаружить устойчивые закономерности и характеристики развития. Эти характеристики можно выразить и рассчитать с помощью статистического понятия — вероятности наступления ожидаемого события.

Вероятности наступления конкретных демографических событий являются основными показателями демографических таблиц, на базе которых развивается система всех остальных показателей таблиц (вероятность родить ребенка является базой для таблиц рождаемости; вероятность умереть в определенном возрасте — для таблиц смертности; вероятность вступить в брак — для таблиц брачности и др.).

Демографическая таблица представляет собой систему количественных показателей, характеризующих течение одного или нескольких демографиче-

Алла Геннадьевна КУЛАК (alla_kulak@mail.ru), кандидат экономических наук, доцент кафедры статистики Белорусского государственного экономического университета (г. Минск, Беларусь).

ских процессов в когорте, при этом таблица может характеризовать исследуемый процесс как в реальной, так и гипотетической когорте [1, с. 12].

Основным фактором, оказывающим влияние на вероятность наступления страховых случаев в страховании жизни, является возраст застрахованного. Зависимость показателей смертности людей от их возраста — это важная закономерность, выявленная демографической статистикой еще в XVII в. В научном труде «Естественные и политические замечания о бюллетенях смертности» (1662 г.) английский ученый Джон Граунт обосновал, что наиболее высокая смертность в начале человеческой жизни, затем она постепенно снижается, достигая минимума в возрасте 10–15 лет, а потом начинает постепенно возрастать по мере повышения возраста. Именно Дж. Граунтом были построены первые таблицы смертности (*life tables*). В таких таблицах содержатся расчетные взаимосвязанные показатели, характеризующие смертность населения в отдельных возрастах и доживаемость при переходе от одного возраста к последующему, т. е. это числовые модели смертности, включающие систему взаимосвязанных, упорядоченных по возрасту рядов чисел, описывающих последовательность и процесс вымирания некоторого поколения с фиксированной начальной численностью населения [2].

Основная часть. *Таблица смертности* позволяет построить теоретическую модель, конструирующую жизненный цикл условного поколения людей (для удобства расчетов порядок вымирания нормируется таким образом, чтобы его первоначальная численность была равна 100 000 человек), вероятности смерти которого в каждом году жизни точно совпадают с вероятностями смерти, заранее определенными эмпирическим путем. Условная совокупность лиц представляет собой модель однородной группы людей — в ней отражаются общие тенденции безотносительно к особенностям смертности отдельных групп.

В таблице смертности представлены повозрастные показатели, отражающие частоту смертельных случаев в различные периоды жизни людей, долю доживающих до определенного возраста, вероятность смерти при переходе от одного возраста к другому, ожидаемую продолжительность жизни и другое, т. е. эти таблицы построены как описание процесса дожития и вымирания некоторой совокупности родившихся [2].

При построении таблиц смертности используется устойчивая система показателей, рекомендованная в конце XIX в. Лондонским институтом актуариев. Таблица смертности строится по шкале возраста, обозначаемого в демографии X (это точный возраст, возраст начала интервала), и заканчивается строкой, которая соответствует «предельному возрасту» (в демографии его часто обозначают символом ω) — как правило, это значения: 90, 100 или 110 лет.

С точки зрения интервала (шага) этой шкалы таблицы могут быть полными (интервал равен одному году) или краткими (интервал равен 5-ти или 10-ти годам). В актуарном анализе (X) представляет собой лицо в возрасте X лет, в отношении которого осуществляется страхование.

Традиционно для показателей, содержащихся в таблицах смертности, используются следующие обозначения (см. таблицу):

l_x — число доживающих до возраста X лет. Для возраста $X = 0$ лет величина l_0 (т. е. число родившихся или основание таблицы) обычно равняется 100 000 (10 000 или 1 000) человек и называется ядром или корнем таблицы;

d_x — число умирающих в возрасте от X до $X + 1$ лет;

q_x — вероятность умереть в возрасте от 0 до $X + 1$ лет (т. е. вероятность умереть в течение одного года);

p_x — вероятность дожить от возраста X до $X + 1$ лет (т. е. прожить еще по крайней мере один год);

L_x — число живущих в возрасте от X до $X + 1$ лет (иначе среднее число лиц, живущих в интервале от X до $X + 1$ лет);

T_x — число человеко-лет жизни от X лет и старше (т. е. общее число человеко-лет, которое еще проживут все лица, дожившие до возраста X лет);

e_x — средняя продолжительность предстоящей жизни (т. е. число лет жизни, которое проживет в среднем население в возрасте X лет при условии, что возрастно-половые вероятности смерти будут оставаться неизменными в течение всей оставшейся жизни данного поколения).

Фрагмент таблицы смертности и средней продолжительности жизни женщин Республики Беларусь, 2018 г.

Возраст (лет)	Число доживающих до возраста X лет	Число умирающих в возрасте от X до $X + 1$ лет	Вероятность умереть в возрасте от 0 до $X + 1$ лет	Вероятность дожить от X до $X + 1$ лет	Число живущих в возрасте от X до $X + 1$ лет	Число человеко-лет жизни от X лет и старше	Средняя продолжительность предстоящей жизни
0	100 000	193	0,00193	0,99807	99 904	7 936 460	79,36
1	99 807	22	0,00023	0,99977	99 796	7 836 556	78,52
2	99 785	16	0,00016	0,99984	99 777	7 736 761	77,53
3	99 769	12	0,00012	0,99988	99 763	7 636 983	76,55
4	99 757	10	0,00010	0,99990	99 752	7 537 220	75,56
5	99 747	3	0,00003	0,99997	99 745	7 437 469	74,56
...	...	...	...	...	...	...	...
35	98 915	90	0,00091	0,99909	98 871	4 452 595	45,01
36	98 825	100	0,00101	0,99899	98 776	4 353 724	44,05
37	98 725	110	0,00112	0,99888	98 671	4 254 948	43,10
38	98 615	122	0,00123	0,99877	98 555	4 156 277	42,15
39	98 493	134	0,00136	0,99864	98 427	4 057 722	41,20
40	98 359	148	0,00150	0,99850	98 286	3 959 295	40,25
41	98 211	163	0,00166	0,99834	98 131	3 861 008	39,31
42	98 048	179	0,00182	0,99818	97 960	3 762 877	38,38
43	97 869	196	0,00200	0,99800	97 772	3 664 917	37,45
44	97 673	213	0,00218	0,99782	97 568	3 567 145	36,52
45	97 460	230	0,00236	0,99764	97 346	3 469 577	35,60
...	...	...	...	...	...	...	...
95	5 024	1 508	0,30021	0,69979	4 239	11 710	2,33
96	3 516	1 156	0,32869	0,67131	2 911	7 470	2,12
97	2 360	847	0,35905	0,64095	1 913	4 560	1,93
98	1 513	592	0,39127	0,60873	1 198	2 647	1,75
99	921	392	0,42524	0,57476	711	1 449	1,57
100 +	529	244	0,46082	0,53918	397	738	1,40

Примечание: наша разработка на основе [3].

Первые четыре показателя таблицы полностью описывают смертность населения в некотором поколении. Если в населении уровни смертности неизменны во времени и все следующие друг за другом поколения можно охарактеризовать одинаковыми вероятностями смерти и дожития, то при постоянстве численности родившихся данное население будет иметь неизменную численность и возрастную структуру. Такое население называется стационарным.

Таблицы смертности составляются на государственном уровне соответствующими статистическими организациями (в нашей стране — Националь-

ным статистическим комитетом Республики Беларусь) по данным переписи населения страны или отдельного региона. С учетом того что страховым организациям важно иметь представление о законах смертности среди лиц, которые заключают договоры страхования жизни и пенсионного страхования (а уровень доходов по таким категориям населения зачастую выше среднего по стране), страховые организации, располагая достаточным объемом данных о своих клиентах, часто формируют собственные таблицы смертности. В таких таблицах дана более точная характеристика уровней смертности именно для застрахованных лиц и содержится прогноз на будущее. Выбор таблицы смертности представляет для каждой страховой организации очень важную и сложную задачу, от успешного решения которой зависят размеры тарифных ставок, величина резерва, финансовая устойчивость операций и др.

Располагая таблицей смертности, специалисты страховой организации получают для каждого интересующего их периода необходимые сведения о наиболее вероятном числе умирающих и доживающих лиц из числа застрахованных. То есть можно узнать, какому числу людей приблизительно в каком-то определенном году необходимо будет выплатить страховые суммы по случаю смерти и/или дожития, у какого числа людей прекратятся договоры временного страхования на случай смерти или страховые ренты, и т. д.

По данным таблицы, например, $q_{35} = 0,00091$ означает, что из 100 000 женщин 35-летнего возраста не доживает до 36 лет 91 человек. Располагая показателями вероятности умереть, страховщик с достаточной степенью уверенности может предположить, что в течение ближайшего года из числа застрахованных женщин может умереть 0,091 %, при этом вероятность дожития до следующего возраста (36 лет) равняется $p_{35} = 1 - q_{35} = 1 - 0,00091 = 0,99909$.

В актуарном анализе на основе таблиц смертности возможно рассчитать и вероятность того, что застрахованное лицо в возрасте X лет умрет в течение последующих n лет, используя следующую формулу [4]:

$${}_nq_x = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} d_{x+t}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}. \quad (1)$$

Тогда вероятность, что 35-летняя женщина умрет в течение следующих 10-ти лет будет равна (по данным таблицы):

$${}_{10}q_{35} = \frac{l_{35} - l_{35+10}}{l_{35}} = \frac{98\,915 - 97\,460}{98\,915} = 0,01471.$$

В страховании жизни и пенсий чаще встречаются ситуации, когда необходимо оценить вероятность того, что застрахованное лицо в возрасте X лет проживет еще по крайней мере n лет, но не более $(n + m)$ лет, т. е. умрет в промежутке между $(X + n)$ и $(X + n + m)$ годами. Рассчитать такой показатель можно по следующей формуле [4]:

$${}_{n|m}q_x = {}_np_x \cdot {}_mq_{x+n} = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+m}}{l_x}. \quad (2)$$

Например, вероятность того, что 35-летняя женщина умрет в возрасте 42-45 лет (по данным таблицы) составит:

$${}_{7|3}q_{35} = \frac{l_{35+7} - l_{35+7+3}}{l_{35}} = \frac{l_{42} - l_{45}}{l_{35}} = \frac{98\,048 - 97\,460}{98\,915} = 0,00594.$$

Если $m = 1$, то индекс 1 в формуле опускается, тогда ${}_n|q_x$ будет отражать вероятность того, что застрахованное лицо (X) умрет в возрасте от $X + n$ до $X + n + 1$ лет. Оценивают эту вероятность по такой формуле [4]:

$${}_n|q_x = {}_n p_x \cdot q_{x+n} = \frac{d_{x+n}}{l_x} = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+1}}{l_x}. \quad (3)$$

Например, по данным таблицы вероятность 35-летней женщины умереть на третьем году жизни (т. е. в возрасте 37-38 лет) будет равняться

$${}_2|q_{35} = \frac{l_{35+2} - l_{35+2+1}}{l_{35}} = \frac{l_{37} - l_{38}}{l_{35}} = \frac{98\,725 - 98\,615}{98\,915} = 0,00111.$$

В демографическом и актуарном анализе представляет интерес не только величина p_x (вероятность дожития до следующего возраста), но и вероятность дожить до возраста $X + n$ лет (т. е. вероятность того, что застрахованное лицо проживет еще по крайней мере n лет), оценить которую можно по формуле:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}. \quad (4)$$

Тогда вероятность для женщины в возрасте 35 лет прожить еще по крайней мере 8 лет (т. е. дожить до 43 лет) составит:

$${}_8 p_{35} = \frac{l_{35+8}}{l_{35}} = \frac{l_{43}}{l_{35}} = \frac{97\,869}{98\,915} = 0,98943.$$

Итак, имея таблицу смертности, можно установить вероятное число выплат по договорам страхования, а при известных страховых суммах — размер фонда, которым должна располагать страховая организация, чтобы выплатить страховые суммы, т. е. размер страхового фонда.

Классические полные таблицы смертности содержат значения показателей с интервалом в один год, в то же время в обычной жизни, на практике люди редко умирают в день своего рождения, при этом процесс вымирания людей является непрерывным. Переходя к более мелким временным интервалам, можно полагать, что процесс вымирания совокупности людей, проиллюстрированный в таблице смертности, или процесс дожития описывается непрерывной функцией возраста $s(x)$.

Ожидаемая продолжительность жизни населения при этом может быть представлена как случайная величина X (при этом $X \geq 0$). Исчерпывающей характеристикой случайной величины X в теории вероятностей является функция распределения, которая определяется как вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее x : $F(x) = P(X \leq x)$.

В статистике населения функция $F(x)$ называется функцией распределения продолжительности предстоящей жизни (*lifetime distribution*) и соответствует вероятности того, что новорожденный умрет до достижения возраста X лет. В актуарных расчетах используют функцию, дополняющую функцию распределения $F(x)$, — функцию выживания, или дожития (*survival function*) [5, с. 10]:

$$s(x) = P(X > x) = 1 - F(x), \quad (5)$$

которая отражает безусловную вероятность того, что человек (новорожденный) доживет до возраста X лет.

На рис. 1 показаны функции дожития по данным таблиц смертности, построенных для мужчин и женщин Беларуси в 2018 г.

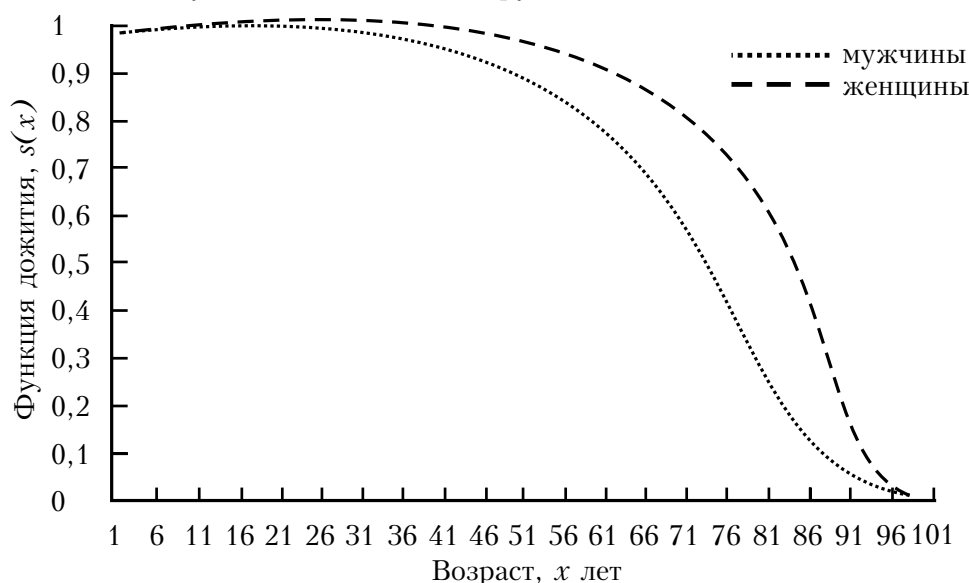


Рис. 1. График функции дожития $s(x)$

Примечание: наша разработка на основе [3].

Как видно, функция дожития непрерывно и монотонно убывает от $s(0)$ до $s(100)$. В противном случае существовал бы фиксированный неслучайный период в жизни людей, когда смерть невозможна. Анализ кривой дожития, представленной на рис. 1, позволяет не только изучить и сопоставить долю доживших до возраста x лет в зависимости от пола, но и оценить, какой процент мужчин и женщин пережили тот или иной возраст, и др. Очевидно, что группы застрахованных, формирующих субпортфели договоров страховых компаний по страхованию жизни и пенсий, значительно различаются по совокупности социально-демографических характеристик и, прежде всего, по показателю выживаемости в различных группах (что важно для актуария). Подобные различия наглядно легко отображаются с помощью кривых дожития. Важно, что в нескольких сравниваемых когортах населения возможно одинаковое число доживших до конца срока действия договора, но разное количество умерших по возрастам (например, в первой когорте большая часть индивидов умирает в более ранние сроки по сравнению с другой и т. д.), следовательно им будут соответствовать разные кривые дожития.

Функция дожития $s(x)$ связана с одной из ключевых характеристик таблиц смертности и средней продолжительности жизни l_x (число доживающих до возраста X лет), а именно [5, с. 12]:

$$l_x = l_0 \cdot s(x). \quad (6)$$

Из формулы (6) следуют определенные заключения:

1. Кривая числа доживших до возраста X лет — l_x — в зависимости от возраста X лет изменяется по аналогии с функцией выживания $s(x)$ (с точностью до множителя-константы l_0);

2. Показатель $s(x) = l_x / l_0$ отражает среднюю долю доживающих до возраста X из рассматриваемой группы новорожденных.

Например, в таблице смертности и средней продолжительности жизни (см. таблицу) $l_5 = 99\,747$ для женщин обозначает, что из 100 000 новорожденных до возраста 5 лет доживает в среднем 99 747 девочек, а средняя

доля доживших до возраста 5 лет из данной группы новорожденных равна $s(x) = 0,99747$.

Рассмотрим данные по смертности и средней продолжительности жизни женщин Республики Беларусь в 2018 г. (фрагмент этих данных представлен в таблице) и проинтерпретируем их в другом ключе. Например, если $l_0 = 100\,000$, то в первые 10 лет жизни умирает 292 человека, от 10 до 20 лет — 168, от 20 до 30 лет — 352, от 30 до 40 лет — 977, от 40 до 50 лет — 2 350, от 50 до 60 лет — 4 811, от 60 до 70 лет — 10 669, от 70 до 80 лет — 25 794, от 80 до 90 лет — 39 629, старше 90 лет — 14 673 человека. Данные по числу умирающих, разбитые на подобные интервалы, позволяют более наглядно охарактеризовать процесс смертности, представленный в таблице. Например, можно выделить первое десятилетие, в котором смертность существенно выше, чем во втором (самом безопасном) десятилетии, или период от 70 до 90 лет, за который умирает 65 423 человека (что составляет более 60 % исходной совокупности $l_0 = 100\,000$).

Для отражения числа умерших в возрасте от X до $X + t$ лет из фиксированного числа новорожденных (l_0) в актуарной математике введена случайная величина ${}_tD_x$, которая связана с величиной $L(x)$ (число живых представителей из всей группы новорожденных l_0 к моменту X) следующим соотношением [6, с. 53]:

$${}_tD_x = L(x) - L(x+t) = \sum_{i=1}^t I(x < X_i \leq x+t). \quad (7)$$

Математическое ожидание случайной величины ${}_tD_x$ (т. е. среднее число представителей группы, умерших в возрасте от X до $X + t$ лет) определяет еще одну ключевую характеристику таблиц смертности и обозначается как ${}_td_x$:

$${}_td_x = M({}_tD_x). \quad (8)$$

Согласно формуле (7), получим:

$${}_td_x = l_x - l_{x+t} = l_0 \cdot [s(x) - s(x+t)], \quad (9)$$

где $s(x) - s(x+t) = P(x < X_i \leq x+t)$ — вероятность смерти в промежутке $(x, x+t)$.

В страховой математике распространена ситуация, когда $t = 1$ (1 год), тогда формула (9) принимает следующий вид:

$$d_x = l_x - l_{x+1} = l_0 \cdot [s(x) - s(x+1)], \quad (10)$$

т. е. d_x выражается через показатели l_x и l_{x+1} , содержащиеся в таблицах смертности, а вероятность смерти в возрастном промежутке $(x, x+1)$ определяется как:

$$s(x) - s(x+1) = -s'(c), \quad (11)$$

где c — некоторое число между возрастом x и $(x+1)$.

Величина $f(x) = F'(x) = -s'(x)$ в актуарной математике называется плотностью распределения случайной величины X . Она отражает в актуарных расчетах удельный вес умерших в интервале $(x, x+t)$ из исходной группы новорожденных (l_0). График $f(x)$ в актуарных расчетах называют *кривой смертей* (*the curve of deaths*). При этом кривая числа умерших d_x в зависи-

мости от переменной x изменяется приближенно, как кривая смертей $f(x)$ (с точностью до множителя-константы l_0), т. е. [5, с. 13]:

$$d_x \approx l_0 \cdot f(x). \quad (12)$$

Кривая смертей, построенная по данным таблиц смертности для мужчин и женщин Республики Беларусь в 2018 г., показана на рис. 2.

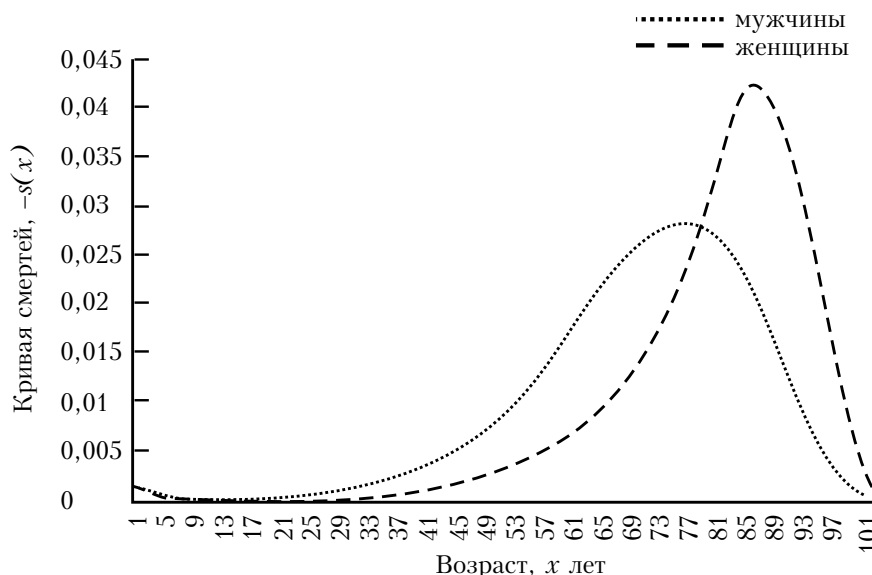


Рис. 2. Кривая смертей $-s'(x)$

Примечание: наша разработка на основе [3].

Кривая смертей для жителей Беларуси имеет типичное изображение: относительно большие начальные значения (отражающие детскую смертность), последующий рост до максимума (модальное значение), а затем резкое уменьшение. Согласно статистическим данным, смертность среди мужчин выше, чем среди женщин, — общий коэффициент смертности в Беларуси в 2018 г. (в году исследования) равнялся 13,5 ‰ и 11,9 ‰ соответственно. Этот факт связан как с физиологическими особенностями, так и с совокупностью социальных, экономических и ряда поведенческих факторов [7]. Как видно на рис. 2, форма кривой смертей для мужчин более пологая, возрастающая с 20 лет с пиком в 76 лет. Кривая смертей для женщин, напротив, островершинная — существенный рост числа умерших здесь отмечается с 60-65 лет. Вплоть до 77 лет вероятность смерти для мужчин выше, чем для женщин. В возрастном интервале 75-80 лет ситуация меняется на обратную — вероятность умереть для женщин существенно превышает аналогичный показатель для мужчин. На графике кривой смертей можно выявить интересные особенности процесса смертности в стране — например, отчетливо видно, что в стране до 30-ти лет умирает столько же мужчин, сколько женщин умирает до 41-го года.

При описании процесса смертности за определенный промежуток времени недостаточно использовать только абсолютные показатели. Например, по данным таблицы смертности мужчин Беларуси 2018 г. из 100 000 новорожденных в разных возрастных группах умерло близкое (примерно одинаковое) число людей: за 5 лет в возрасте 66-70 лет — 12 824 мужчин, в возрасте 80-84 лет — 12 170 мужчин. При этом важно учитывать, что к возрасту 66 лет число живущих мужчин равнялось 63 410 (l_{66}), а к возрасту 80 лет — 25 663 мужчины (l_{80}). Для первого возрастного интервала удельный вес умерших за ис-

следуемый период составляет 20,2 % от числа живых к началу этого периода, а для второго возрастного интервала — 47,4 %. Рассчитанная доля отражает вероятность смерти в течение ближайших пяти лет мужчины, дожившего до 66 и 80-ти лет соответственно.

Поэтому наиболее «чувствительной» и важной с точки зрения актуарных расчетов характеристикой является *функция интенсивности смертности* (*force of mortality*), рассчитываемая по формуле:

$$\mu_x = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{-s'(x)}{s(x)}. \quad (13)$$

При малых значениях t величина $\mu_x(t)$ приближенно выражает вероятность смерти в интервале $(x, x + t)$ человека, дожившего до возраста X лет. Приближенное значение этой вероятности представлено в таблицах смертности.

На рис. 3 показан график интенсивности смертности мужчин и женщин, построенный по данным таблиц смертности и средней продолжительности жизни в Республике Беларусь в 2018 г.

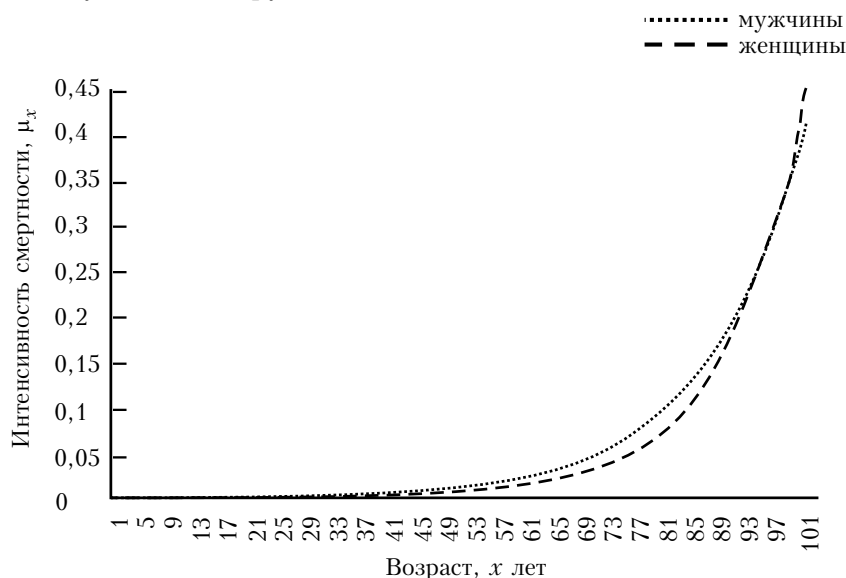


Рис. 3. График интенсивности смертности μ_x

Примечание: наша разработка на основе [3].

Как видно, для графика интенсивности смертности характерно некоторое снижение показателя в начальных возрастах, минимум в 9-10 лет, относительно постоянные значения в возрасте до 30-ти лет, а затем стремительный рост показателя (постоянно увеличивающийся, близкий к экспоненциальному). При этом (и это отчетливо заметно на рис. 3) показатели интенсивности смертности мужского и женского населения существенно различаются уже в средних возрастах. Несмотря на малые значения показателей интенсивности смерти, заметно, что в отдельных возрастах параметры для мужчин и женщин различаются более, чем в три раза. На рис. 3 отчетливо видно, что разность между показателями интенсивности мужчин и женщин с возрастом увеличивается (вплоть до 70-летнего возраста).

Закключение. Важным направлением актуарных расчетов является разработка механизма образования и расходования страхового фонда в долгосрочных страховых операциях, где риск связан со случайным характером продолжительности жизни человека (страхование жизни, пенсии, медицинское

страхование). На основе актуарного анализа определяется доля участия каждого страхователя в формировании страхового фонда: оцениваются размеры тарифных ставок, величина взносов по каждому договору, а также совокупного резерва страховой компании, размеры подлежащих выплате выкупных, редуцированных страховых сумм, а также осуществляется перерасчет страховых взносов в случае изменения условий договора страхования.

С точки зрения статистики перемены демографических состояний представляют собой последовательность случайных событий, которые образуют некоторое множество. Согласно многочисленным исследованиям, процесс вымирания людей подчиняется закону больших чисел. Причем данная закономерность однообразна в своих проявлениях и достоверна в своих результатах, поэтому выступает основой построения тарифов и резервов в договорах личного страхования. Необходимые данные получают из демографических таблиц, в частности, из таблиц смертности. Таблицы смертности, используемые в актуарных расчетах, включают в себя показатели, которые являются оценками условного порядка вымирания. В них отражаются для любого возраста X лет число доживающих до этого возраста (l_x) из первоначальной совокупности новорожденных (l_0), а также вероятности дожития или смерти застрахованных лиц в разных возрастах (применяемые для актуарной оценки риска в страховании жизни и пенсий).

С учетом того что в классических таблицах смертности, как правило, приводятся показатели с интервалом, равным одному году, на практике в актуарных расчетах по договорам страхования жизни возникает необходимость оценки дополнительных (связанных с показателями таблиц смертности) характеристик (ввиду того, что люди редко умирают в день своего рождения, а процесс вымирания совокупности людей является непрерывным):

1) показатель числа доживающих до возраста X лет (l_x) связан через мультипликативный множитель l_0 с функцией выживания $s(x)$ и повторяет ее характер изменения в зависимости от возраста X ;

2) число умирающих в возрасте от X до $X + 1$ лет связано приближенным равенством через мультипликативный множитель l_0 с кривой смертей $f(x)$ и повторяет приближенно ее характер изменения в зависимости от возраста X ;

3) вероятность умереть в возрасте от 0 до $X + 1$ лет совпадает приблизительно с интенсивностью смертности.

Таким образом, анализ показателей таблиц смертности выступает важным этапом при оценке страховых тарифов — актуарий (страховщик) анализирует и выявляет закономерности изменения и вероятности умереть в возрасте X лет и вероятности дожить до следующего возраста в отдельных возрастных группах обоих полов, оценивает закономерности доживания до определенного возраста (отдельно для мужчин и женщин). Кроме того, понимание демографических тенденций, а также умение их анализа и оценки способствуют дифференциации тарифных ставок по возрасту и полу человека, по региону и профессии (такие сведения особенно важны при расчете тарифных ставок в страховании от несчастных случаев) и др.

Литература и электронные публикации в Интернете

1. Дарский, Л. Е. Демографические таблицы : учеб. пособие / Л. Е. Дарский, М. С. Тольц ; под ред. М. Б. Денисенко. — М. : МАКС Пресс, 2013. — 104 с.
Darskij, L. E. Demograficheskie tablicy [Demographic tables] : ucheb. posobie / L. E. Darskij, M. S. Tol'c ; pod red. M. B. Denisenko. — M. : MAKS Press, 2013. — 104 p.
2. Кулак, А. Г. Показатели таблиц смертности как актуарный базис договора страхования жизни / А. Г. Кулак // Бухгалтерский учет и анализ. — 2024. — № 4. — С. 9—15.

Kulak, A. G. Pokazateli tablic smernosti kak aktuarnyj bazis dogovora strahovanija zhizni [Indicators of mortality tables as an actuarial basis of a life insurance contract] / A. G. Kulak // *Buhgalterskij uchet i analiz*. — 2024. — N 4. — P. 9–15.

3. Таблицы смертности и средней продолжительности жизни населения Республики Беларусь за 2018 год. — Минск : Национальный стат. ком. Респ. Беларусь, 2019. — 132 с.

4. Об установлении методик расчета страховых тарифов : приказ М-ва финансов Респ. Беларусь от 23 сент. 2016 г. № 270 // *ilex* : информ. правовая система (дата обращения: 22.05.2024).

5. *Кошкин, Г. М. Основы страховой математики : учеб. пособие* / Г. М. Кошкин. — Томск : Том. гос. ун-т, 2002. — 116 с.

Koshkin, G. M. Osnovy strahovoj matematiki [Fundamentals of insurance maths] : *ucheb. posobie* / G. M. Koshkin. — Tomsk : Tom. gos. un-t, 2002. — 116 p.

6. *Актuarные расчеты : учеб. и практикум для вузов : в 2 ч.* / Ю. Н. Миронкина, Н. В. Звездина, М. А. Скорик [и др.]. — М. : Юрайт. — Ч. 2. — 2023. — 250 с.

7. *Кулак, А. Г. Оценка динамики ожидаемой продолжительности жизни населения* / А. Г. Кулак // *Веснік Беларускага дзяржаўнага эканамічнага ўніверсітэта*. — 2012. — № 5. — С. 49–57.

Kulak, A. G. Ocenka dinamiki ozhidaemoj prodolzhitel'nosti zhizni naselenija [Estimating dynamics of population life expectancy] / A. G. Kulak // *Vesnik Belaruskaga dzjarzhaunaga jekanamichnaga universitjeta*. — 2012. — N 5. — P. 49–57.

ALA KULAK

DEMOGRAPHIC BASES OF LIFE INSURANCE AND PENSIONS

Author affiliation. *Ala KULAK* (alla_kulak@mail.ru), *Belarus State Economic University (Minsk, Belarus)*.

Abstract. In actuarial calculations in the field of life insurance and pensions, an important role (along with the methods of probability theory and the basics of financial mathematics) is played by methods of statistical assessment and analysis of demographic indicators. Indicators of mortality tables and average life expectancy are developed on the basis of data on mortality and age composition of the population and act as initial parameters required to create a demographic forecast, as well as the basis for insurance rates and reserves in life insurance and pension contracts. The article characterizes the essence of mortality table indicators, explains how to calculate them, and outlines their application in actuarial analysis. The author presents the results of modeling and analysis of key probabilistic characteristics of mortality tables used in actuarial calculations, such as mortality curve, survival function, and force of mortality (for men and women of the Republic of Belarus).

Keywords: actuarial mathematics; life insurance; pension insurance; mortality table figures; survival function; mortality curve; force of mortality; actuarial analysis.

UDC 314.484, 368.91

*Статья поступила
в редакцию 10. 07. 2024 г.*