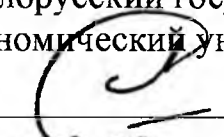


Учреждение образования
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный
экономический университет»


_____ А.В.Егоров

28.06. 2024 г.

Регистрационный № УД 5944-21уч.

НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-09-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика».

СОСТАВИТЕЛИ:

А.В. Марков, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

В.А. Рабцевич, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Н.Н. Коваленко, профессор кафедры общей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Ю.Л. Ратушева, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 8 от 27.03.2024);

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям)», «Прикладная математика», «Экономика (профилизация «Анализ данных в экономике и бизнесе») учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 9 от 02.05.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 8 от 27.06.2024)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Несобственные интегралы» направлена на расширение фундаментальной части запаса знаний, необходимых будущим специалистам в процессе учебы и в дальнейшем для успешной работы. Понятия несобственного интеграла и интеграла зависящего от параметра существенно расширяют понятие классического определенного интеграла Римана и имеют важное значение во многих областях математического анализа и его приложений. В теории специальных функций (цилиндрических функций, ортогональных многочленов и др.) одним из основных способов изучения является изображение функций в виде несобственных интегралов, зависящих от параметра (например, интеграл Фурье). Решения краевых задач математической физики записываются кратными несобственными интегралами с неограниченной подынтегральной функцией. Важное значение несобственные интегралы имеют в теории вероятностей. Таким образом, изучение учебной дисциплины «Несобственные интегралы» необходимо для специальности «Прикладная математика».

Цели преподавания учебной дисциплины «Несобственные интегралы»:

- изучение базовых методов исследования сходимости интегралов и свойств функций, задаваемых как интеграл с параметром.
- формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;
- формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
- овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии;
- формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений.

Достижение поставленных целей предполагает решение следующих **задач** при изучении учебной дисциплины:

- дать студентам базу, необходимую для усвоения материала учебных дисциплин учебного плана специальности;
- сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

В результате изучения учебной дисциплины «Несобственные интегралы» формируются следующие базовые профессиональные компетенции:

БПК-1: Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений

БПК-2: Применять основы дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа к решению прикладных задач

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные методы исследования сходимости несобственных интегралов;
- методы исследования свойств функций, задаваемых как интегралы, зависящие от параметров;
- представление функций интегралами Фурье.

уметь:

- исследовать несобственные интегралы на сходимость;
- находить множество сходимости интегралов, зависящих от параметра;
- изучать свойства функций, определяемых интегралами, зависящими от параметров;
- строить представления функций интегралами Фурье.

владеть:

- основным аппаратом математического анализа;
- навыками исследования сходимости несобственных интегралов;
- навыками исследования функций, определяемых интегралами, зависящими от параметров, методами математического анализа;
- навыками построения математических моделей естественных процессов.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Учебная дисциплина «Несобственные интегралы» входит в модуль «Математический анализ» и относится к государственному компоненту учебного плана специальности.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимо усвоение дисциплины «Математический анализ». Учебная дисциплина «Несобственные интегралы» важна при изучении учебных дисциплин «Числовые и функциональные ряды», «Теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Форма получения высшего образования: дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 108, аудиторных – 64 часа, из них лекции 32 часа, практические занятия – 32 часа.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

3 семестр - лекции 32 часа, практические занятия – 32 часа.

Самостоятельная работа студента – 44 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Несобственные интегралы

Тема 1.1. Несобственный интеграл первого рода

Несобственные интегралы по неограниченному промежутку (НИ-1).
Вычисление НИ-1. Сходимость НИ-1. Критерий Коши сходимости НИ-1.

Тема 1.2. Сходимость НИ-1

Критерий сходимости НИ-1 от положительной функции. Признаки сравнения для НИ-1. Степенной признак сходимости НИ-1. *

НИ-1 от произвольных функций. Признаки Дирихле и Абеля.
Абсолютная сходимость. Главное значение несобственного интеграла первого рода.

Тема 1.3. Несобственный интеграл второго рода

Несобственные интегралы от неограниченной функции (НИ-2).
Вычисление НИ-2. Сходимость НИ-2. Критерий Коши сходимости НИ-2.
Степенной признак сходимости НИ-2. Абсолютная сходимость НИ-2. Главное значение несобственного интеграла второго рода.

Несобственные интегралы смешанного типа.

Раздел 2. Интегралы, зависящие от параметра

Тема 2.1. Сходимость функции к пределу на множестве.

Предел функции на множестве. Предельная функция. Равномерная сходимость на множестве. Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема Дини. Повторный предельный переход. Теорема Стокса-Зейделя о непрерывности предельной функции.

Тема 2.2. Интеграл, зависящий от параметра

Функция, определяемая как интеграл, зависящий от параметра (ИЗОП).
Переход к пределу в ИЗОП. Непрерывность ИЗОП, Дифференцирование ИЗОП. Интегрирование ИЗОП. ИЗОП с переменными пределами интегрирования.

Раздел 3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра

Тема 3.1. Несобственный интеграл первого рода, зависящий от параметра (НИЗОП-1).

Множество сходимости. Равномерная сходимость НИЗОП-1. Критерий Коши равномерной сходимости НИЗОП-1. Признаки равномерной сходимости НИЗОП-1: признак Вейерштрасса, степенной признак, признак Дирихле, признак Абеля.

Тема 3.2. Функция, определяемая как НИЗОП-1

Предельный переход в НИЗОП-1. Непрерывность НИЗОП-1.
Дифференцирование НИЗОП-1. Интегрирование НИЗОП-1.

Тема 3.3. Несобственный интеграл второго рода, зависящий от параметра (НИЗОП-2).

Определение НИЗОП-2. Сходимость и равномерная сходимость НИЗОП-2. Признаки равномерной сходимости НИЗОП-2. Свойства функции, определяемой как НИЗОП-2: предельный переход, непрерывность, дифференцирование, интегрирование.

Несобственные интегралы смешанного типа, зависящие от параметра.

Раздел 4. Именные интегралы

Тема 4.1. В-функция и Г-функция Эйлера

Интеграл Эйлера. В-функция Эйлера. Г-функция Эйлера. Основные свойства функций Эйлера.

Тема 4.2. Именные интегралы

Интеграл Эйлера – Пуассона. Интеграл Дирихле. Другие именные интегралы.

Тема 4.3. Интеграл Фурье

Интеграл Фурье для заданной функции. Сходимость интеграла Фурье. Представление функции интегралом Фурье. Интегралы Фурье четной и нечетной функций.

Интегральное преобразование Фурье. Дискретное преобразование Фурье.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ»

Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
3 семестр										
1	Раздел 1. Несобственные интегралы									
Тема 1.1	Несобственный интеграл первого рода	2							ЭК*, [1, 2]	Экспресс-опрос
	Несобственный интеграл первого рода		2						[1, 2]	Выборочный опрос. Решение задач.
Тема 1.2	Сходимость НИ-1	2							ЭК, [1, 2]	Экспресс-опрос
	Сходимость НИ-1		2						[1, 2]	Выборочный опрос. Решение задач. Контрольная работа.
Тема 1.3	Несобственный интеграл второго рода	2							ЭК, [1, 2]	Выборочный опрос.
	Несобственный интеграл второго рода		4						[1, 2]	Решение задач. Контрольная работа.
2	Раздел 2. Интегралы, зависящие от параметра									
Тема 2.1	Сходимость функции к пределу на множестве.	2							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос
	Сходимость функции к пределу на множестве.		2						[1, 5]	Выборочный опрос. Решение задач.
Тема 2.2	Интеграл, зависящий от параметра	2							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос

	Интеграл, зависящий от параметра		2						[1, 5]	Выборочный опрос. Решение задач.
3	Раздел 3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра									
Тема 3.1	Несобственный интеграл первого рода, зависящий от параметра (НИЗОП-1).	2							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Несобственный интеграл первого рода, зависящий от параметра (НИЗОП-1).		2						[1, 5]	Выборочный опрос. Решение задач.
Тема 3.2	Функция, определяемая как НИЗОП-1	2							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Функция, определяемая как НИЗОП-1		4						[1, 5]	Решение задач.
Тема 3.3	Несобственный интеграл второго рода, зависящий от параметра (НИЗОП-2).	2							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Несобственный интеграл второго рода, зависящий от параметра (НИЗОП-2).		2						[1, 5]	Решение задач. РГР.
4	Раздел 4. Именные интегралы									
Тема 4.1	В-функция и Г-функция Эйлера	4							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	В-функция и Г-функция Эйлера		4						[1, 5]	Решение задач.
Тема 4.2	Именные интегралы	4							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Именные интегралы		2						[1, 5]	Решение задач.
Тема 4.3	Интеграл Фурье	4							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Интеграл Фурье		2						[1, 5]	Решение задач.
Итого 3 семестр		32	21							Зачет
Всего часов		32	32							

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Кастрица, О.А. Математический анализ. Ряды и несобственные интегралы: Учебное пособие / Кастрица О.А., Мазаник С.А., Наумович А.Ф. - Мн.:Вышэйшая школа, 2015. - 389 с.: ISBN 978-985-06-2636-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1011010> (дата обращения: 14.03.2024). – Режим доступа: по подписке.
2. Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей : В 2 ч. Ч. 2 / [Л.Н. Гайшун и др.]. - Минск: БГЭУ, 2014. - 270 с. - Библиогр.: с. 269-270. - ISBN 978-985-484-613-2

Дополнительная:

3. Леваков, А. А. Математический анализ : учеб. пособие / А. А. Леваков. - Минск : БГУ, 2014. - 383 с. ISBN 978-985-566-034-8.
4. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Кудрявцев Л.Д., - 4-е изд. - Москва :ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с.: ISBN 978-5-9221-1585-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/854332> (дата обращения: 14.03.2024). – Режим доступа: по подписке.
5. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие : в 3 т. Том 2. Интегралы. Ряды / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; под ред. Л. Д. Кудрявцева. — 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 504 с. - ISBN 978-5-9221-0307-07. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1223517> (дата обращения: 14.03.2024). – Режим доступа: по подписке.
6. Жукова, Г. С. Математический анализ. Том 2 : учебник / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло ; под ред. Г. С. Жуковой. – М.: ИНФРА-М, 2020. – 518 с. – ISBN 978-5-16-015968-3. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072172> (дата обращения: 14.03.2024). – Режим доступа: по подписке.
7. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа: Учебное пособие / Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И., - 6-е изд., (эл.) - Москва :БИНОМ. Лаб. знаний, 2015. - 675 с.: ISBN 978-5-9963-2987-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544563> (дата обращения: 14.03.2024). – Режим доступа: по подписке.

Перечень вопросов для проведения зачета

1. Несобственные интегралы по неограниченному промежутку (НИ-1). Вычисление НИ-1. Сходимость НИ-1. Критерий Коши сходимости НИ-1.
2. Критерий сходимости НИ-1 от положительной функции. Признаки сравнения для НИ-1. Степенной признак сходимости НИ-1.
3. НИ-1 от произвольных функций. Признаки Дирихле и Абеля.
4. Абсолютная сходимость. Главное значение несобственного интеграла первого рода.
5. Несобственные интегралы от неограниченной функции (НИ-2). Вычисление НИ-2. Сходимость НИ-2. Критерий Коши сходимости НИ-2.
6. Степенной признак сходимости НИ-2. Абсолютная сходимость НИ-2. Главное значение несобственного интеграла второго рода.
7. Несобственные интегралы смешанного типа.
8. Предел функции на множестве. Предельная функция.
9. Равномерная сходимость на множестве. Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема Дини.
10. Повторный предельный переход. Теорема Стокса-Зейделя о непрерывности предельной функции.
11. Функция, определяемая как интеграл, зависящий от параметра (ИЗОП). Переход к пределу в ИЗОП.
12. Непрерывность ИЗОП, Дифференцирование ИЗОП. Интегрирование ИЗОП.
13. ИЗОП с переменными пределами интегрирования.
14. Множество сходимости. Равномерная сходимость НИЗОП-1. Критерий Коши равномерной сходимости НИЗОП-1.
15. Признаки равномерной сходимости НИЗОП-1: признак Вейерштрасса, степенной признак, признак Дирихле, признак Абеля.
16. Предельный переход в НИЗОП-1. Непрерывность НИЗОП-1.
17. Дифференцирование НИЗОП-1. Интегрирование НИЗОП-1.
18. Определение НИЗОП-2. Сходимость и равномерная сходимость НИЗОП-2.
19. Признаки равномерной сходимости НИЗОП-2.
20. Свойства функции, определяемой как НИЗОП-2: предельный переход, непрерывность, дифференцирование, интегрирование.
21. Несобственные интегралы смешанного типа, зависящие от параметра.
22. Интеграл Эйлера. В-функция Эйлера. Г-функция Эйлера. Основные свойства функций Эйлера.
23. Интеграл Эйлера – Пуассона. Интеграл Дирихле. Другие именные интегралы.
24. Интеграл Фурье для заданной функции. Сходимость интеграла Фурье.
25. Представление функции интегралом Фурье. Интегралы Фурье четной и нечетной функций.
26. Интегральное преобразование Фурье.
27. Дискретное преобразование Фурье.

Организация самостоятельной работы студентов

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 44 часа.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;
- углубленное изучение разделов, тем, отдельных вопросов, понятий;
- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к выполнению контрольных работ;
- подготовка к практическим занятиям;
- работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- составление обзора научной литературы по заданной теме;
- подготовка к сдаче промежуточной аттестации.

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Несобственные интегралы» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале и в электронной библиотеке комплекс учебных, учебно-методических материалов и средств самодиагностики.

Контроль качества усвоения знаний

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации.

Мероприятия *текущего* контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

- контрольная работа;
- расчетно-графическая работа;
- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- выборочный опрос;
- учебное задание;
- иные формы.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения всех контрольных работ со средней оценкой не ниже 4 баллов) по учебной дисциплине, предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

В соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний, умений и навыков студентов БГЭУ (приказ ректора от 20.12.2014 2014 № 1136-А), отметка по учебной дисциплине формируется с учетом *сводного* рейтинга Гсв и оценки письменно-устного ответа на зачете как их взвешенная сумма с коэффициентами 0,4 и 0,6 с последующим округлением до целого. При получении оценки 4 и выше зачет считается сданным успешно.

Рейтинг Гсв формируется суммированием средней оценки по контрольным работам (рейтинг Госн) и активности на аудиторных занятиях (рейтинг Гауд) с коэффициентами 0,7 и 0,3.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Уравнения математической физики	Кафедра высшей математики	Замечаний и предложений нет Заведующий кафедрой высшей математики, канд. физ.-мат. наук, доцент _____ А.В. Марков	Учебную программу по учебной дисциплине «Несобственные интегралы» рекомендовать к утверждению (протокол № 8 от 27 марта 2024).