

Вопросы к экзамену по ТФКП

1. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость.
2. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние.
3. Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.
4. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции).
5. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
6. Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.
7. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.
8. Линейная и дробно-линейная функции.
9. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга.
10. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении.
11. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.
12. Функция Жуковского. Профили Жуковского.
13. Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).
14. Тригонометрические функции их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).
15. Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).
16. Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).
17. Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).
18. Обратные тригонометрические и гиперболические функции. (свойства, выделение однозначной ветви).
19. Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.
20. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.
21. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.
22. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем.

23. Интегралы Пуассона и Шварца.
24. Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.
25. Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.
26. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.
27. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.
28. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера.
29. Полюс и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки.
30. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.
31. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов.
32. Логарифмический вычет, принцип аргумента.
33. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области.
34. Понятие аналитического продолжения.
35. Целые и мероморфные функции.