

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ
(1 семестр)**

Основные вопросы

1. Множества. Операции над множествами. Счетные и несчетные множества.
2. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань и их свойства.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
4. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Связь между бмп и ббп.
5. Предел последовательности.
6. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Монотонные последовательности. Фундаментальное свойство монотонных последовательностей. Число ε как предел последовательности.
8. Свойства пределов функции.
9. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых.
10. Эквивалентные бесконечно малые функции. Раскрытие неопределенности вида $\left(\frac{0}{0}\right)$.
11. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно больших.
12. Непрерывность функции в точке.
13. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функции.
14. Точки разрыва функции и их классификация.
15. Производная функции в точке, ее геометрический и физический смысл.
16. Дифференцируемость функции.
17. Правила дифференцирования. Таблица основных производных. Логарифмическое дифференцирование.
18. Дифференциал функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
21. Первое и второе правила Лопиталя. Раскрытие неопределенностей разных видов.
22. Формула Тейлора.
23. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума.
24. Выпуклость графика функции и точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.
26. Неопределённый интеграл и его свойства.
27. Таблица основных неопределённых интегралов.
28. Замена переменной в неопределённом интеграле. Примеры.
29. Интегрирование по частям. Примеры.
30. Определённый интеграл и его геометрический смысл.
31. Интегрируемые функции. Необходимое условие интегрируемости. Достаточные условия интегрируемости.

- 32. Основные свойства определённого интеграла.
- 33. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
- 34. Вычисление площадей плоских фигур. Примеры.
- 35. Длина дуги плоской кривой. Объем тела.

Основные понятия и определения

i. Множество, объединение (пересечение, разность) множеств; отображение, сюръективное (инъективное, биективное) отображение; эквивалентные множества, счетные множества; ограниченные множества, верхняя (нижняя) граница (грань) множества; ε -окрестность точки, открытое (замкнутое множество), предельная точка множества.

ii. Числовая последовательность, ограниченная (неограниченная) последовательность, бесконечно большая (малая) последовательность; предел последовательности, сходящаяся последовательность; неубывающая (невозрастающая) последовательность, возрастающая (убывающая) последовательность, монотонная последовательность.

iii. Предел функции в точке по Гейне (по Коши), левый (правый) предел функции по Гейне (по Коши), предел функции при $x \rightarrow \infty$ ($x \rightarrow \pm\infty$) по Гейне (по Коши); первый и второй замечательные пределы; бесконечно малая (большая) в точке x_0 функция; бесконечно малая функция высшего порядка малости (одного порядка малости), эквивалентные бмф.

iv. Непрерывность функции в точке (на множестве, на отрезке), точка разрыва, устранимая точка разрыва, точка разрыва 1-го (2-го) рода.

v. Производная функции в точке, правая (левая) производная, дифференцируемость функции; дифференциал функции в точке, формула для вычисления дифференциала, инвариантность формы первого дифференциала.

vi. Точка локального максимума (минимума), точка локального экстремума функции, локальный экстремум функции; формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа; неубывающая (невозрастающая, возрастающая, убывающая) на интервале функция, монотонность функции; глобальный экстремум функции; выпуклость (вогнутость) графика функции, точка перегиба графика функции.

vii. Первообразная, неопределённый интеграл, формулы замены переменной и интегрирования по частям; определённый интеграл и его геометрический смысл, интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница, формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле.

Вопросы для доказательства

Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности; сходимость последовательности $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$; первый и второй замечательные пределы (вывод); теорема о связи предела функции с односторонними пределами; теорема о непрерывности сложной функции; локальное свойство непрерывных функций; необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции, правила дифференцирования (кроме частного и производной обратной функции), производные основных элементарных функций (вывод), инвариантность формы первого дифференциала; необходимое условие локального экстремума, теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши; первое правило Лопиталья; формула Тейлора (вывод); условие возрастания (убывания) функции; первое и второе достаточные условия экстремума; условие выпуклости (вогнутости) графика функции; свойства определенного интеграла (оценка интеграла и теорема о среднем); вывод формулы для вычисления длины дуги плоской кривой; второе свойство интеграла с переменным верхним пределом; формула Ньютона-Лейбница.